

# ДОКЛАДЫ

## АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. А. Векшинский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. И. Н. Назаров, акад. А. И. Некрасов, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

Том 113, № 2

### СОДЕРЖАНИЕ

#### МАТЕМАТИКА

Стр.

В. А. Баскаков. Пример последовательности линейных положительных операторов в пространстве непрерывных функций . . . . .	249
Н. С. Бахвалов. К вопросу о числе арифметических действий при решении уравнения Пуассона для квадрата методом конечных разностей . . . . .	252
Ю. С. Богданов. Нормы Ляпунова в линейных пространствах . . . . .	255
Г. Е. Джемс-Леви. К проблеме общей анаморфозы . . . . .	258
Е. Б. Дынкин. Неоднородные строго марковские процессы . . . . .	261
Ю. И. Журавлев. Об отделимости подмножеств вершин $n$ -мерного единичного куба . . . . .	264
Е. И. Ким. Об одном классе сингулярных интегральных уравнений . . . . .	268
А. Матужевичус. Секущие поверхности двукратных расслоений . . . . .	272
В. А. Рохлин. О характеристических классах Понтрягина . . . . .	276
Г. Г. Шлионский. Экстремальные проблемы для дифференцируемых функционалов в теории однолистных функций . . . . .	280
Ю. И. Янов. О матричных схемах . . . . .	283

#### МЕХАНИКА

В. В. Белецкий. Об интегрируемости уравнений движения твердого тела около закрепленной точки под действием центрального ньютоновского поля сил . . . . .	287
--	-----

#### ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. С. Вольмир. О влиянии начальных неправильностей на устойчивость цилиндрических оболочек при внешнем давлении . . . . .	291
Д. Д. Ивлев. Приближенное решение упруго-пластических задач теории идеальной пластичности . . . . .	294

#### ТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Т. А. Гермогенова. О решении уравнения переноса при сильно неизотропном рассеянии . . . . .	297
---	-----

- В. В. Толмачев. О нахождении временных корреляционных функций для статистических систем с дальним действием на временах до времени свободного пробега . . . . . 30
- М. М. Халецкий. Измерение полных сечений  $\sigma_t$  для нейтронов  $E_n = 14,8$  Мэв по счету (п,  $\alpha$ )-совпадений <sup>(1)</sup> . . . . . 30

ГЕОФИЗИКА

- А. И. Фельзенбаум. Теоретические основы расчета дрейфа льдов в центральном Арктическом бассейне . . . . . 30

БИОФИЗИКА

- С. Н. Александров. О нейрогормональном механизме непрямого действия ионизирующей радиации на опухолевые клетки . . . . . 31
- А. П. Виноградов и В. В. Ковальский. Биологическая роль радиоактивности  $K^{40}$  у животных . . . . . 31
- Г. П. Тихонова. Морфологические изменения в роговице глаза крысы под влиянием ультрафиолетовых лучей . . . . . 31
- И. Е. Эльпинер и Г. А. Дворкин. Действие ультразвуковых волн на поверхностно-локализованную аденозинполифосфатазу (эктоапиразу) ядерных эритроцитов . . . . . 32

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- Д. Н. Гаркунов и И. В. Крагельский. Об атомарном схватывании материалов при трении . . . . . 32

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

- В. Н. Рогинский. Равносильные преобразования релейных схем класса П . . . . . 32

ХИМИЯ

- Н. П. Зверева. О сульфидах лантана . . . . . 33
- С. Л. Киперман и А. А. Баландин. О величинах энергии связи никелевых катализаторов с элементами органических соединений . . . . . 33
- Д. Н. Курсанов и М. Е. Вольпин. Новый путь получения соединений тропилия и метилтропилия . . . . . 33
- А. Н. Несмеянов, М. И. Рыбинская и Н. К. Бельский. Синтез солей 4-алкил-1-азадегидрохинолинизия . . . . . 34
- И. Я. Постовский, Л. Ф. Трефилова, Ю. Н. Шейнкер и С. Г. Богомолов. О не-копланарности фенильных ядер в производных дифенила . . . . . 34
- С. Р. Сергиенко и Н. Я. Черняк. Кинетика и механизм жидкофазного окисления дибензила и дициклогексилэтана . . . . . 35
- Б. В. Суворов, С. Р. Рафиков, В. С. Кудинова и М. И. Хмура. О механизме окислительных превращений метилового спирта, формальдегида и муравьиной кислоты в паровой фазе в присутствии ванадата олова . . . . . 35
- А. И. Титов, Г. Н. Веремеев, В. В. Смирнов и О. Д. Шапилов. Новая реакция замены спиртового гидроксила на фтор и ее применение . . . . . 35
- Г. Г. Уразов, В. Е. Плющев и И. В. Шахно. К вопросу о монокрипном превращении сподумена . . . . . 36
- М. Усанович, В. Климов и Т. Сумарокова. Об электролитической диссоциации комплексных соединений олова и сурьмы . . . . . 36
- Н. И. Шуйкин и И. Ф. Бельский. О взаимодействии тетрагидрофурана с четыреххлористым кремнием . . . . . 36

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Х. И. Амирханов и А. М. Керимов. Исследование теплоемкости  $c_v$  воды и водяного пара в критической области . . . . . 36
- Д. П. Добычин и Н. Н. Киселева. О природе термических превращений в щелочноборосиликатных стеклах . . . . . 37
- И. Ю. Кожевников и Л. А. Шварцман. К термодинамике реакции дефосфорации железа . . . . . 37



	Стр:
Б. Л. Цетлин, Н. Г. Зайцева и В. А. Каргин. О древовидных трещинах, развивающихся в плексиглазе под действием электронного излучения	380
И. Л. Эттингер, Е. Г. Ламба и В. Г. Адамов. Роль газовой среды в процессах разрушения угля . . . . .	383
<b>ОХИМИЯ</b>	
С. В. Бруевич. Соленость грунтовых растворов Охотского моря . . . . .	387
В. П. Козлов и Л. В. Токарев. Геохимическая характеристика органического вещества и битумов, рассеянных в отложениях угленосного горизонта нижнего карбона Куйбышевского Поволжья . . . . .	391
В. А. Толмачев. О сезонных колебаниях растворенного кислорода на больших глубинах Байкала . . . . .	395
<b>ОХИМИЯ</b>	
Л. В. Сложеникина и С. Е. Северин. Влияние деафферентации и дезфферентации мышц на содержание в них дипептидов карнозина и ансерина . . . . .	399
<b>ОЛОГИЯ</b>	
А. Р. Ананьев и Э. А. Еганов. О возрасте быстрянской свиты на юго-востоке Западной Сибири в связи с открытием в ней <i>Cyclostigma kiltorkense</i> Naughton в районе Ужура . . . . .	403
А. Г. Бабаев. О новообразованиях рутила в меловых отложениях Средней Азии . . . . .	407
Я. Н. Белевцев и Н. В. Теплицкая. Случай вторичного обогащения железистых кварцитов на Оленегорском месторождении . . . . .	411
В. К. Гавриш. О природе каневских «гор» . . . . .	414
Р. И. Грачев, Г. Е. Донскова и П. Т. Рыгина. Новые данные о стратиграфии и распространении отложений келловея и оксфорда на территории Прикаспийской впадины . . . . .	418
С. М. Тильман и Д. Ф. Егоров. Новые данные по стратиграфии и тектонике правобережья р. Колымы в ее нижнем течении . . . . .	421
<b>АЛЕОНТОЛОГИЯ</b>	
В. Д. Ильин. <i>Arkhangelskiceras</i> gen. nov. из верхнемеловых отложений Западного Узбекистана . . . . .	425
<b>ИТОЛОГИЯ</b>	
Ю. К. Богоявленский. Об отсутствии суточного ритма митозов в лимфатических узлах белых крыс . . . . .	428
<b>ИСТОЛОГИЯ</b>	
О. В. Волкова. Реакция яичника на деафферентацию . . . . .	430
Л. С. Гольдин и Я. Ю. Комиссарчик. Электронная микроскопия оболочки нервного волокна периферического нерва . . . . .	433
Н. Д. Грачева. Авторадиографическое изучение распределения радиоактивного фосфора ( $P^{32}$ ) в некоторых отделах нервной системы . . . . .	436
Т. Л. Лихачева. К морфологии чувствительной иннервации прямой кишки . . . . .	440
И. И. Семенова. Морфология нервного аппарата фолликулов яичника женщины . . . . .	444
Е. Б. Хайсман. О феномене «надсосудистой перестройки» афферентных нервных проводников . . . . .	446
<b>ИДРОБИОЛОГИЯ</b>	
Г. Б. Зевина. Усоногие раки ( <i>Balanus improvisus</i> Darwin и <i>B. eburneus</i> Gould) в обрастаниях судов и гидротехнических сооружений Каспийского моря . . . . .	450
<b>КОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
П. С. Погребняк, Г. М. Илькун и А. А. Солопко. Учет расхода влаги лесом по градиенту испаряемости . . . . .	454
<b>ИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ</b>	
М. Я. Березовский и В. Ф. Курочкина. Влияние 2,4-дихлорфенокси-уксусной кислоты на превращение соединений фосфора в растения . . . . .	458
О. А. Роньжина. О связи развития растений с перестройкой некоторых окислительных ферментов в онтогенезе . . . . .	462
Д. И. Сапожников, Т. А. Красовская и А. Н. Маевская. Изменение соотношения основных каротиноидов пластид зеленых листьев при действии света . . . . .	465
	243

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

ФИЗИОЛОГИЯ

CONTENTS

MATHEMATICS

V. A. Baskakov. An instance of a sequence of linear positive operators in the space of continuous functions	24
N. S. Bakhvalov. On the number of arithmetical operations in solving Poisson's equation for a square by means of finite differences	24
Yu. S. Bogdanov. Liapunov's norms in linear spaces	24
J. James-Levy. On the problem of general anamorphosis	24
E. B. Dynkin. Unhomogeneous strong Markov processes	24
Yu. I. Zhuravlev. On the separability of subsets of $n$ -dimensional unit cube vertices	24
E. I. Kim. On a certain class of singular integral equations	24
A. Matuzevichus. Cross-sections of twofold fiber spaces	27
V. A. Rohlin. On Pontrjagin characteristic classes	27
H. G. Shlionsky. On extremal problems for differentiable functionals in the theory of schlicht functions	24
Yu. I. Ianov. On matrix schemes	24

MECHANICS

V. V. Beletsky. Integrability of equations of motion of a solid around a fixed point under the action of a central Newtonian field of force	24
---	----

THEORY OF ELASTICITY

A. S. Volmir. On the influence of initial imperfections on the stability of cylindrical shells under external pressure	24
D. D. Ivlev. Approximate solution of elastic-plastic problems of the theory of ideal plasticity	24

MATHEMATICAL PHYSICS

T. A. Germogenova. On solving the translation equation for strongly anisotropic scattering	24
--	----

PHYSICS

V. V. Tolmatchev. On calculating time correlation functions for statistical systems consisting of long-range interacting particles for any time up to the free path time	3
M. M. Khaletsky. Full cross-sections $\sigma_t$ for $E_n=14,8$ Mev neutrons as measured by counting $(n,\alpha)$ -coincidences <sup>(1)</sup>	3

GEOPHYSICS

A. I. Felsenbaum. Theoretical foundations for calculating the ice drift in the Central Arctic basin	3
---	---

BIOPHYSICS

S. N. Alexandrov. On the neurohormonal mechanism of an indirect effect of radiation upon tumoral cells	3
A. P. Vinogradov and V. V. Kovalsky. The biological rôle of the $K^{40}$ radioactivity in animals	3



	<i>Pages</i>
G. P. Tikhonova. Morphological changes appearing in the cornea of rats under the influence of ultra-violet rays . . . . .	319
I. E. Elpiner and G. A. Dvorkin. The effect produced by ultra-sonic waves upon the superficially localized adenosin polyphosphatase (ectoapyrase) in nucleated red blood cells . . . . .	323

## CHNICAL PHYSICS

D. N. Garkunov and I. V. Kragelsky. On atomic capture from solids in friction . . . . .	326
---	-----

## ELECTRICAL ENGINEERING

V. N. Roguinsky. Equivalent transformations of relay circuits of class P . . . . .	328
--	-----

## CHEMISTRY

N. P. Zvereva. On lanthanum sulphides . . . . .	333
S. L. Kiperman and A. A. Balandin. On bond energy values between nickel catalysts and various elements of organic compounds . . . . .	335
D. N. Kursanov and M. E. Volpin. A new method for the production of tropilium and methyltropilium compounds . . . . .	339
A. N. Nesmeianov, M. I. Rybinskaia and N. K. Belskii. Synthesis of 4-alkyl-1-azadehydroquinolizinium salts . . . . .	343
I. J. Postovsky, L. F. Trefilova, Yu. N. Sheinker and S. G. Bogomolov. On non-coplanar nature of phenyl nuclei in diphenyl derivatives . . . . .	347
S. R. Serguienko and N. J. Cherniak. Kinetics and mechanism of the liquid phase oxidation of dibenzyl and dicyclohexylethane . . . . .	351
B. V. Suvorov, S. R. Rafikov, V. S. Kudinova and M. I. Khmura. On the mechanism of oxidation transformations of methyl alcohol, formaldehyde and formic acid in the vapour phase in the presence of tin vanadate . . . . .	355
A. I. Titov, G. N. Veremeyev, V. V. Smirnov and O. D. Shapilov. A new substitution reaction of alcohol hydroxyl for fluorine and its use . . . . .	358
G. G. Urazov, V. E. Plushchev and I. V. Shakhno. On monotropic transformation of spodumene . . . . .	361
M. Usanovich, V. Klimov and T. Sumarokova. On the electrolytic dissociation of tin and antimony complex compounds . . . . .	364
N. I. Shuikin and I. F. Belsky. On the interaction of tetrahydrofuran with silicon tetrachloride . . . . .	366

## PHYSICAL CHEMISTRY

Kh. I. Amirkhanov and A. M. Kerimov. An investigation of the specific heat of water and steam in the critical region . . . . .	368
D. P. Dobychin and N. N. Kiseleva. On the nature of thermal transformations in alkali borosilicate glass . . . . .	372
I. Yu. Kozhevnikov and L. A. Schwarzman. On the thermodynamics of the dephosphoration of iron . . . . .	376
B. L. Tsetlin, N. G. Zaitseva and V. A. Kargin. On arboriform cracks in plexiglass, developed under the action of electronic radiation . . . . .	380
I. L. Ettinger, E. G. Lamba and V. G. Adamov. Gas medium in coal-breaking destruction processes . . . . .	383

## GEOCHEMISTRY

S. W. Brujewicz. The salinity of sediments solutions (interstitial waters) of the Okhotsk sea . . . . .	387
V. P. Kozlov and L. V. Tokarev. Geochemical characteristics of organic substances and bitumens dispersed in the deposits of coal measures of the lower Carboniferous of the Kuibyshev Near-Volga region . . . . .	391
V. A. Tolmachev. On the seasonal fluctuations of dissolved oxygen at great depths of Lake Baikal . . . . .	395

## BIOCHEMISTRY

L. V. Slozhenikina and S. E. Severin. The effect of deafferentation and deafferentation of a muscle upon the level of carnosine and anserine in it . . . . .	399
	245

- A. R. Ananiev and E. A. Eganov. On the age of the Bystriansk series (south-east of West-Siberia), on the occasion of the discovery of *Cyslostigma kil-torkense* Haughton in the region of Uzhur . . . . . 4
- A. G. Babaev. On new formations of rutile in Cretaceous deposits of Central Asia . . . . . 4
- J. N. Belevtsev and N. V. Teplitskaya. A case of secondary concentration of ferri-ferous quartzites of the Ölenegorsk deposit . . . . . 4
- V. K. Gavrish. On the origin of the Kanev «mountains» . . . . . 4
- R. I. Grachev, G. E. Donskova and P. T. Ryguina. New data on the stratigraphy and distribution of callovian and oxfordian deposits upon the territory of the near-Caspian depression . . . . . 4
- S. M. Tilman and D. F. Egorov. New data on the stratigraphy and tectonic of the right-bank middle-reach of the Kolyma river . . . . . 4

## PALAEONTOLOGY

- V. D. Iljin. *Arkhangelskiceras* gen. nov. from the upper Cretaceous deposits of West Uzbekistan . . . . . 4

## CYTOLOGY

- Yu. K. Bogoiavlensky. On the absence of a 24-hour rhythm in the mitosis of lymphatic ganglia in white rats . . . . . 4

## HISTOLOGY

- O. V. Volkova. The reaction of an ovary to deafferentation . . . . . 4
- L. S. Goldin and J. Yu. Komissarchik. Nerve fiber sheath of a peripheral nerve examined with the aid of electron microscope . . . . . 4
- N. D. Gracheva. Distribution of radioactive phosphorus ( $P^{32}$ ) in definite areas of the nervous system, investigated with the help of the radioautograph method . . . . . 4
- T. L. Likhacheva. A contribution to the morphology of the sensory innervation of the rectum . . . . . 4
- I. I. Semenova. The morphology of the nervous apparatus of human ovary follicles . . . . . 4
- E. B. Haysman. On the phenomenon of overvascular reconstruction of afferent conductors . . . . . 4

## HYDROBIOLOGY

- G. B. Zevina. *Balanus improvisus* Darwin and *B. eburneus* Gould. observed in overgrowths on ship-bottoms and hydrotechnical constructions of the Caspian sea . . . . . 4

## PLANT ECOLOGY

- P. S. Pogrebnnyak, G. M. Ilkoon and A. A. Solopko. The registration of water expenditure by forest with the help of evaporation gradient . . . . . 4

## PLANT PHYSIOLOGY

- M. J. Berezowsky and V. F. Kurochkina. The influence of 2,4-dichlorophenoxy-acetic acid upon phosphorus transformations in the plant . . . . . 4
- O. A. Ronzhina. On the relation existing between the development of plants and the reorganization of certain oxidizing enzymes in the ontogenesis . . . . . 4
- D. I. Sapozhnikov, T. A. Krasovskaya and A. N. Mayevskaya. Changes observed in the relation between the main carotinoids in the plastids of green leaves exposed to light . . . . . 4

## ZOOLOGY

- A. S. Baranenkova. Data on the distribution of sea perches of the genus *Sebastes* . . . . . 4

## EXPERIMENTAL MORPHOLOGY

- L. V. Polezhaev, A. I. Matveyeva and N. A. Zakharova. Restoration of the lost parts of cerebral hemispheres in mammals . . . . . 4



E. M. Zlotnikov. Comparative investigation of functional mobility of cold receptors in the skin of the children . . . . .	476
A. M. Ugolev. On the specificity of blood amylase in cats and rabbits . . . . .	478

## ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

В моей заметке «Дифференциальные уравнения с чисто-смешанными производными и главным членом», напечатанной в Вашем журнале, т. 108, № 5, стр. 780 (1956), по существу повторяются, как я только что обнаружил, результаты Л. Бианки (существование и единственность решения задачи с характеристическими предельными данными и задачи Коши; билинейная формула (5), (6); определение функции Римана, названной Бианки фундаментальным множителем или фундаментальным решением <sup>(1)</sup>, дополненные О. Николетти (формула Римана для задачи Коши <sup>(2)</sup>).

То новое, что можно найти в моей заметке, состоит в следующем: постановка начальных данных в виде цепочки последовательных чисто-смешанных производных от искомой функции; определяемость остальных производных на данной поверхности через такую цепочку (теорема 3); детализация формулы Римана в виде формул (8), (9), (10) с использованием также только чисто-смешанных производных; наконец (что, с технической стороны дела, имеет значение), использование множеств в качестве индексов.

К этому следует добавить, что Л. Бианки проводит доказательство существования решения только задачи с характеристическими предельными данными и только для простейшего уравнения  $\partial^n u / \partial t_1 \dots \partial t_n = 0$ , когда такое доказательство совершенно элементарно, и мне не удалось найти никаких последующих, после 1895 г., публикаций Бианки и Николетти на эту тему. Необходимые доказательства для обеих задач проведены мною (что, конечно, нашло лишь слабое отражение в краткой заметке в ДАН), и они оказались весьма утомительными.

К сожалению, о содержании заметки Лахэ <sup>(3)</sup> могу судить лишь по краткому реферату Дресселя <sup>(4)</sup>, сообщающего, что в этой заметке «опять показана приложимость метода Римана» к соответствующему уравнению 3-го порядка, но что «работы Бианки и Николетти по этой задаче не упомянуты».

М. К. Фаге

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> L. Bianchi, Atti d. Reale Acc. d. Lincei, Rendiconti, Cl. di sc. fis., mat. e nat., (5), IV, p. 8—18, 89—99, 133—142 (1895). <sup>2</sup> O. Nicoletti, *ibid.*, p. 330—337.  
<sup>3</sup> E. Lahaye, Acad. Roy. Belg., Bull. Cl. Sci., (5), 31, 479 (1946). <sup>4</sup> F. G. Dressel, Math. Rev., 9, № 2, 95 (1948).



В. А. БАСКАКОВ

# ПРИМЕР ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ПРОСТРАНСТВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 8 X 1956)

Рассмотрим последовательность функций

$$\varphi_n(y), \quad n = 1, 2, \dots,$$

каждая из которых обладает следующими свойствами:

а) аналитическая в замкнутом круге радиуса  $R > 0$  с центром в точке  $I(R; 0)$ ;

б)  $\varphi_n(0) = 1$ ;

в)  $(-1)^k \varphi_n^{(k)}(x) \geq 0$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ,  $x \in [0, R]$ ;

г)  $-\varphi_n^{(k)}(x) = n \varphi_{m_n}^{(k-1)}(x) (1 + \alpha_{kn}(x))$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , где  $x \in [0, R]$  и  $\alpha_{kn}(x)$  равномерно относительно  $k$  и  $x$  стремится к нулю при  $n$ , стремящемся к бесконечности;

д)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{m_n} = 1$ .

Разложим функцию  $\varphi_n(y)$  в ряд Тейлора по степеням  $(y - x)$  ( $x \in [0, R]$ );

$$\varphi_n(y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi_n^{(k)}(x)}{k!} (y - x)^k,$$

Из условий а) и б) следует, что

$$1 = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_n^{(k)}(x)}{k!} x^k. \quad (1)$$

Рассмотрим последовательность линейных операторов

$$L_n(f; x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_n^{(k)}(x)}{k!} x^k f\left(\frac{k}{n}\right), \quad n = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

которая будет положительной на основании условия в).

Покажем, что последовательность (2) на отрезке  $[0, R]$  равномерно сходится для каждой из трех функций  $1$ ,  $x$  и  $x^2$ .

Равномерная сходимость к функции  $f(x) = 1$  следует из тождества (1)

Для функции  $f(x) = x$  имеем

$$L_n(y; x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_n^{(k)}(x)}{k!} x^k \frac{k}{n}.$$

На основании условия г)

$$\begin{aligned} L_n(y; x) &= x \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} (1 - \alpha_{kn}(x)) = \\ &= x \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} + x \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} \alpha_{kn}(x). \end{aligned}$$

Так как

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} = \varphi_{m_n}(0) = 1, \quad (3)$$

а сумма  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} \alpha_{kn}(x)$ , вследствие наложенных на  $\alpha_{kn}(x)$  условий, равномерно стремится к нулю, то  $L_n(y; x)$  равномерно сходится к  $x$ .

Для функции  $f(x) = x^2$  имеем

$$\begin{aligned} L_n(y^2; x) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\varphi_n^{(k)}(x)}{k!} x^k \left(\frac{k}{n}\right)^2 = \\ &= x \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} (1 + \alpha_{kn}(x)) \frac{k}{n} = \\ &= x^2 \frac{m_n}{n} \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^{k-2} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-2)}(x)}{(k-2)!} x^{k-2} (1 + \alpha_{kn}(x)) (1 + \alpha_{k-1m_n}(x)) + \\ &\quad + \frac{x}{n} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} (1 + \alpha_{kn}(x)). \end{aligned}$$

Равномерная сходимость  $L_n(y^2; x)$  к  $x^2$  вытекает из условия д), (3), из того, что

$$\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^{k-2} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-2)}(x)}{(k-2)!} x^{k-2} = \varphi_{m_n}(0) = 1,$$

а суммы

$$\begin{aligned} 1) \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^{k-2} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-2)}(x)}{(k-2)!} x^{k-2} (\alpha_{kn}(x) + \alpha_{k-1m_n}(x) + \alpha_{kn}(x) \alpha_{k-1m_n}(x)), \\ 2) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{\varphi_{m_n}^{(k-1)}(x)}{(k-1)!} x^{k-1} \alpha_{kn}(x) \end{aligned}$$

равномерно сходятся к нулю.

На основании теоремы П. П. Коровкина <sup>(1)</sup> последовательность операторов (2) равномерно сходится на отрезке  $[0, R]$  к функции  $f(x)$ , непрерывной на этом отрезке, непрерывной в точке  $R$  справа и ограниченной на множестве  $x \geq 0$ .

Рассмотрим некоторые частные случаи.

А. Полагая  $\varphi_n(y) = (1-y)^n$ , получаем полиномы С. Н. Бернштейна

$$B_n(f; x) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) C_n^k x^k (1-x)^{n-k} \quad (4)$$

и его теорему.

Б. Полагая  $\varphi_n(y) = e^{-ny}$ , получаем последовательность операторов

$$L_n(f; x) = e^{-nx} \sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{n^k}{k!} x^k, \quad (5)$$

которая равномерно сходится на отрезке  $[0, R]$  ( $R > 0$ ) к функции  $f(x)$ , непрерывной на  $[0, R]$ , непрерывной справа в точке  $R$  и ограниченной на  $[0, \infty)$ . Эти операторы рассматривали многие авторы, например Г. М. Миракьян <sup>(2)</sup>, Фавар <sup>(4)</sup>, Сас <sup>(4)</sup>, Бацер <sup>(6)</sup> и др.



В. Полагая  $\varphi_n = \frac{1}{(1+y)^n}$ , получаем последовательность операторов

$$L_n(f; y) = \frac{1}{(1+x)^n} \sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{n(n+1) \dots (n+k-1)}{k!} \left(\frac{x}{1+x}\right)^k, \quad (6)$$

равномерно сходящуюся на отрезке  $[0, R]$  к функции  $f(x)$ , непрерывной на  $[0, R]$ , непрерывной в точке  $R$  справа и ограниченной на  $[0, \infty)$ .

О характере сходимости операторов (2) говорят следующие теоремы.

Теорема 1. Если выполнены условия: 1)  $f(x)$  непрерывна на  $[0, R]$ ; 2)  $f(x) = f(R)$ , если  $x > R$ ; 3)  $\alpha_{kn}(x) = \alpha_n$ , то

$$|L_n(f; x) - f(x)| \leq \omega\left(\frac{1}{Vn}\right) \left[ Vn \sqrt{x^2 \frac{m_n}{n} (1 + \alpha_n) (1 + \alpha_{m_n}) + \frac{x}{n} (1 + \alpha_n) - 2x^2(1 + \alpha_n) + x^2 + 1} \right],$$

где  $\omega(\delta)$  — модуль непрерывности  $f(x)$ .

Теорема 2. Если выполнены условия: 1) функция  $f(x)$  непрерывна на  $[0, R]$ , непрерывна в точке  $R$  справа, ограничена на множестве  $x > 0$  и имеет в точке  $x \in [0, R]$  конечную вторую производную; 2)  $m_n = n + c$ , где  $c$  — целое число; 3)  $\alpha_{kn}(x) \equiv 0$ , то

$$L_n(f; x) = f(x) + \frac{f''(x)}{2!} \frac{x + cx^2}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$$

Следствие 1. Для полиномов С. Н. Бернштейна (4), для которых  $c = -1$ , имеем

$$B_n(f; x) = f(x) + \frac{f''(x)}{2!} \frac{x(1-x)}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$$

Этим доказана теорема Е. В. Вороновской (3).

Следствие 2. Для операторов (5)  $c = 0$  и, следовательно,

$$L_n(f; x) = f(x) + \frac{f''(x)}{2!} \frac{x}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$$

Следствие 3. Для операторов (6)  $c = 1$  и, следовательно,

$$L_n(f; x) = f(x) + \frac{f''(x)}{2!} \frac{x(x+1)}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right).$$

Калужский государственный  
педагогический институт

Поступило  
26 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> П. П. Коровкин, ДАН, 90, № 6 (1953). <sup>2</sup> Г. М. Миракьян, ДАН, 31, № 3 (1941). <sup>3</sup> Е. В. Вороновская, ДАН (А), 79 (1932). <sup>4</sup> M. J. Favard, J. math. pures et appl., 23, 219 (1944). <sup>5</sup> O. Szasz, J. Res. Nat. Bur. Stand., 45, № 3, 239 (1950). <sup>6</sup> P. L. Butzer, Proc. Am. Math. Soc., 5, № 4, 547 (1954).

Н. С. БАХВАЛОВ

# К ВОПРОСУ О ЧИСЛЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА ДЛЯ КВАДРАТА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 10 X 1956)

Для каждой задачи математической физики существуют различные методы приближенного решения, требующие для определения решения с точностью  $\varepsilon$  того или иного числа арифметических действий, возрастающего при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Применение математических машин делает возможным увеличение числа производимых действий и нахождение решения с большей точностью. Поэтому приобретает значение следующая задача: исследовать методы с точки зрения роста числа арифметических, соответственно логических, действий при  $\varepsilon \rightarrow 0$  и найти методы с наименьшим возможным ростом числа действий.

Рассмотрим систему линейных уравнений

$$L_{ij}(v_{ij}) = \frac{v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} - 4v_{ij}}{h^2} = f_{ij}$$

при  $0 < i, j < N$  ( $N$  — целое;  $h = 1/N$ );  $v_{ij} = 0$  на границах (1)

$v_{ij} = \varphi_{ij}$  при  $0 \leq i, j \leq N$ , если  $ij(N-i)(N-j) = 0$ ,

получающуюся при решении методом конечных разностей уравнения Пуассона

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y)$$

в квадрате  $0 \leq x, y \leq 1$  с граничным условием Дирихле

$$u|_{\Gamma} = \varphi(x, y)|_{\Gamma}.$$

Здесь под  $v_{ij}, \varphi_{ij}, \dots$  мы понимаем значения функций  $v(x, y), \varphi(x, y), \dots$  в точке  $(ih, jh)$ .

В работе (1) показано, что для нахождения решения системы (1) по методу последовательных верхних релаксаций достаточно  $\asymp N^3 |\log \varepsilon|$  сложений (2).

Если известны разностные аналоги (3) функций Грина для задач Дирихле и Пуассона, то непосредственное выписывание значений всех  $v_{ij}$  ( $0 \leq i, j < N$ ) требует  $\asymp N^4$  сложений,  $\asymp N^4$  умножений и использования  $\asymp N^4$  вспомогательных чисел. В дальнейшем слово «разностный аналог» мы будем опускать.

Пусть  $N = 2^s$ . Тогда, если известны функции Грина задач Дирихле и Пуассона для квадратов  $0 \leq i, j \leq 2^r$  ( $r = 1, 2, \dots, s$ ), можно вычислить значения всех  $v_{ij}$ , произведя  $\asymp N^2 \log N$  сложений и  $\asymp N^2 \log N$  умножений. Покажем, как это сделать.



Пусть  $Z_{ij}^r$  ( $r = 0, 1, \dots, s$ ) — функции, обращающиеся в 0 при  $\left\{\frac{i}{r}\right\}\left\{\frac{j}{2^r}\right\} = 0$  и удовлетворяющие уравнениям

$$L_{ij}(Z_{ij}^r) = f_{ij}$$

при остальных  $i$  и  $j$  ( $0 < i, j < N$ ).

Положим  $Z_{ij}^r - Z_{ij}^{r-1} = \omega_{ij}^r$  ( $r = 1, 2, \dots, s$ ). Определяя значения  $L_{ij}(\omega_{ij}^{r+1})$  при различных  $i$  и  $j$  таких, что  $\left\{\frac{i}{2^{r+1}}\right\}\left\{\frac{j}{2^{r+1}}\right\} \neq 0$ , имеем

$$L_{ij}(\omega_{ij}^{r+1}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \left\{\frac{i}{2^r}\right\}\left\{\frac{j}{2^r}\right\} \neq 0; \\ f_{ij} - \frac{Z_{i+1,j}^r + Z_{i-1,j}^r}{h^2}, & \text{если } \left\{\frac{i}{2^r}\right\} = 0; \\ f_{ij} - \frac{Z_{i,j+1}^r + Z_{i,j-1}^r}{h^2}, & \text{если } \left\{\frac{j}{2^r}\right\} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Очевидно, что

$$\omega_{ij}^1 = \begin{cases} -f_{ij} \frac{h^2}{4}, & \text{если } \left\{\frac{i}{2}\right\}\left\{\frac{j}{2}\right\} \neq 0; \\ 0, & \text{если } \left\{\frac{i}{2}\right\}\left\{\frac{j}{2}\right\} = 0. \end{cases}$$

Пусть известны  $\omega_{ij}^l$  ( $l = 1, 2, \dots, r$ ) при  $\left\{\frac{i}{2^l}\right\}$  или  $\left\{\frac{j}{2^l}\right\}$ , равном  $1/2$ .

Пользуясь функциями Грина задачи Дирихле для квадратов  $0 \leq i, j \leq 2^{l-1}$  ( $l = 1, 2, \dots, r$ ), находим значения  $Z_{ij}^r = \sum_{l=1}^r \omega_{ij}^l$ , необходимые для

определения  $L_{ij}(Z_{ij}^{r+1})$  по формуле (2). Затем при помощи функции Грина задача Пуассона для квадрата  $0 \leq i, j \leq 2^{r+1}$  получаем значения  $\omega_{ij}^{r+1}$  при  $\left\{\frac{i}{2^{r+1}}\right\}$  или  $\left\{\frac{j}{2^{r+1}}\right\}$ , равном  $1/2$ . Таким способом мы найдем значения

$\omega_{ij}^r$  при  $\left\{\frac{i}{2^r}\right\}$  или  $\left\{\frac{j}{2^r}\right\}$ , равном  $1/2$ , для  $r = 2, 3, \dots, s$ .

Пусть  $\omega_{ij}$  — решение системы (1) при  $f_{ij} \equiv 0$ . Положим

$$p_{ij}^r = \omega_{ij} + \sum_{l=r}^s \omega_{ij}^l \quad (r = 1, 2, \dots, s). \quad (3)$$

Ясно, что  $p_{ij}^r = v_{ij}$ , если  $\left\{\frac{i}{2^{r-1}}\right\}\left\{\frac{j}{2^{r-1}}\right\} = 0$ , и  $L_{ij}(p_{ij}^r) = 0$  при остальных  $i$  и  $j$ .

Пользуясь функцией Грина задачи Дирихле для квадрата  $0 \leq i, j \leq 2^s$ , определяем  $\omega_{2^{s-1},j}$  ( $0 < j < N$ ) и  $\omega_{i,2^{s-1}}$  ( $0 < i < N$ ). Из (3) находим  $p_{2^{s-1},j}^s = v_{2^{s-1},j}$  ( $0 < j < N$ ) и  $p_{i,2^{s-1}}^s = v_{i,2^{s-1}}$  ( $0 < i < N$ ).

Теперь при помощи функции Грина задачи Дирихле для квадрата  $0 \leq i, j \leq 2^{s-1}$  определяем  $p_{ij}^s$ , а затем  $p_{ij}^{s-1} = v_{ij}$  при  $\left\{\frac{i}{2^{s-1}}\right\}$  или  $\left\{\frac{j}{2^{s-1}}\right\}$ , равном  $1/2$ , и т. д. Так мы получим значения  $v_{ij}$  во всех точках квадрата  $0 \leq i, j \leq N$ .

Легко подсчитать, учитывая симметричность функции Грина задачи Пуассона и симметрию квадрата относительно его четырех осей симметрии, что для указанных выше вычислений достаточно знать несколько менее чем  $2N^2$  вспомогательных чисел — значений функций Грина задач Дирихле и Пуассона для квадратов  $0 \leq i, j \leq 2^r$  ( $r = 1, 2, \dots, s$ ).

Очевидно, что

$$|\omega_{ij}^r| \leq \bar{\omega}_{ij}^r,$$

где  $\bar{\omega}_{ij}^r$  — функции, которые получаются аналогично  $\omega_{ij}^r$  при замене  $f_{ij}$  на  $-\max |f_{ij}|$  ( $0 < i, j < N$ ). Отсюда следует

$$\sum_{r=1}^s |\omega_{ij}^r| \leq \sum_{r=1}^s \bar{\omega}_{ij}^r = \Omega_{ij}^s,$$

где  $\Omega_{ij}^s$  — решение системы (1) при  $\varphi_{ij} \equiv 0$  и замене  $f_{ij}$  на  $-\max |f_{ij}|$  ( $0 < i, j < N$ ).

Функции  $\Omega_{ij}^s$  ограничены равномерно при изменении  $s$ , и поэтому при вычислении  $v_{ij}$  указанным выше способом не происходит исчезновения значащих цифр.

В случае областей произвольного вида приведенный способ дает возможность, производя  $\asymp N^2 \log N$  сложений и  $\asymp N^2 \log N$  умножений, свести задачу решения системы уравнений в конечных разностях, соответствующей уравнению Пуассона, к решению системы уравнений, соответствующей уравнению Лапласа.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
5 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> D. Young, Trans. Am. Math. Soc., 76, № 1 (1954). <sup>2</sup> А. Н. Колмогоров, ДАН, 108, № 3 (1956). <sup>3</sup> Р. Курант, Ф. Фридрихс, Г. Леви, Усп. матем. наук, в. 8, 125 (1940).



Ю. С. БОГДАНОВ

## НОРМЫ ЛЯПУНОВА В ЛИНЕЙНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 6 X 1956)

1°. Обозначения. Обозначим:  $A$  — линейное множество,  $a$  — элементы  $A$ ;  $T$  — автоморфизм  $A$ ;  $B$  —  $n$ -мерное подпространство  $A$ ;  $b$  — элементы  $B$ ;  $\beta \equiv (b^1, b^2, \dots, b^n)$  — базис  $B$ ;  $\Delta$  — упорядоченное множество; — отображение  $A$  в  $\Delta$ ;  $c$  — вещественное число;  $C \equiv (c_j^i)$  —  $n$ -мерная матрица ( $i$  — номер столбца,  $j$  — строки).

2°. Определение нормы Ляпунова. Скажем, что  $\lambda$  нормирует  $A$  в смысле Ляпунова, если для любых  $a, a', c$ :

$$1) \lambda(ca) \leq \lambda(a);$$

$$2) \lambda(a + a') \leq \max \{\lambda a, \lambda a'\}.$$

Элемент  $\lambda a \in \Delta$  назовем нормой Ляпунова  $\lambda$  (или  $\lambda$ -нормой) элемента  $a \in A$ .

3°. Свойства нормы Ляпунова. Из определения нормы Ляпунова следует:

$$а) c \neq 0 \rightarrow \lambda(ca) = \lambda a;$$

$$б) \lambda a \leq \lambda 0;$$

$$в) \lambda(c_1 a^1 + c_2 a^2 + \dots + c_m a^m) \leq \max(\lambda a^1, \lambda a^2, \dots, \lambda a^m);$$

$$г) c \neq 0, \lambda a \leq \lambda a^i (i = 1, 2, \dots, m) \rightarrow \lambda(ca + c_1 a^1 + \dots + c_m a^m) = \lambda a;$$

д)  $\lambda a^i \neq \lambda a^j, i \neq j, a^i \neq 0 (i, j = 1, 2, \dots, m) \rightarrow a^1, a^2, \dots, a^m$  — линейно независимы.

4°. Норма Ляпунова в конечномерном линейном пространстве. Любые  $m$  ( $m > n$ ) элементов  $B$  линейно зависимы, поэтому (см. 3°, д)) множество  $\{\lambda b\}$ , где  $b$  — любой ненулевой элемент  $B$ , имеет не более  $n$  попарно различных элементов.

5°. Определение  $\lambda$ -базиса. Базис  $\beta$  множества  $B$  назовем  $\lambda$ -базисом, если всякая линейная комбинация элементов  $\beta$  обладает  $\lambda$ -нормой, равной наибольшей из  $\lambda$ -норм элементов  $\beta$ , участвующих в комбинации отличными от 0 коэффициентами.

6°. Существование  $\lambda$ -базиса. Пусть  $\beta$  представляет собой базис  $B$ . Тогда существует треугольная матрица  $C$  с единичными диагональными элементами такая, что  $\beta_1 = \beta_2 C$  является  $\lambda$ -базисом  $B$ . Доказательство высказанного утверждения проводится так же, как и доказательство теоремы Ляпунова о существовании треугольной матрицы  $C$ , переводящей данную фундаментальную систему решений системы однородных линейных дифференциальных уравнений в нормальную систему решений (1).

7°. Свойства  $\lambda$ -базиса. Пусть здесь и в остальных пунктах  $\beta_1$  означает  $\lambda$ -базис  $B$ ;  $\beta_2$  — базис  $B$ , причем любой базис считаем записанным так, что  $\lambda b_i^j \leq \lambda b_i^l$ , если  $j < l$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ). Тогда:

$$а) 0 \neq b \in B \rightarrow \lambda b \in \{\lambda b_1^1, \lambda b_1^2, \dots, \lambda b_1^n\};$$

$$б) \lambda b \leq \lambda b_1^i \rightarrow b = c_1 b_1^1 + c_2 b_1^2 + \dots + c_{i-1} b_1^{i-1};$$

в) для того чтобы базис  $\beta_2$  был  $\lambda$ -базисом  $B$ , необходимо и достаточно  $\lambda b_2^i = \lambda b_1^i, i = 1, 2, \dots, n$ .

8°. Число элементов базиса с одной и той же  $\lambda$ -нормой. Пусть  $k$  означает число различных между собой значений  $\lambda b_i^i (i = 1, 2, \dots, n)$ . Допустим, что эти значения суть  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_k$ , причем  $\delta_i > \delta_j$  при  $i < j$ . Предположим далее, что  $n_i$  — наибольшее возможное число линейно независимых элементов  $B$  с нормой Ляпунова, не превосходящей  $\delta_i$ . Обозначим  $N_i(\beta_2)$  число элементов  $\beta_2$  с  $\lambda$ -нормой  $\delta_i$ . Тогда:

$$а) N_1(\beta_2) + N_2(\beta_2) + \dots + N_k(\beta_2) = n;$$

$$б) n_k = n, n_i < n_j, \text{ если } i < j;$$

$$в) N_1(\beta_2) + N_2(\beta_2) + \dots + N_i(\beta_2) \leq n_i;$$

$$г) N_1(\beta_1) = n_1, N_i(\beta_1) = n_i - n_{i-1} (i = 2, 3, \dots, k).$$

9°. Ступенчатые матрицы. Матрицу  $C \equiv (c_j^i)$  назовем  $m_l; r$ -ступенчатой, если  $c_j^i = 0$  при  $i \leq m_l < j$  для любых  $l = 1, 2, \dots, r, i, j = 1, 2, \dots, n (m_r = n)$ . Треугольная матрица является, очевидно,  $l; n$ -ступенчатой. Все неособенные  $m_l; r$ -ступенчатые матрицы (при фиксированных  $m_l$ ) образуют группу относительно умножения в обычном для матриц смысле.

10°. Преобразование  $\lambda$ -базиса. Базис  $\beta_2$ , как и любую другую систему  $n$  элементов  $B$ , можно представить в виде  $\beta_2 = \beta_1 C$ , где  $C$  — вещественная матрица. Базис  $\beta_2$  будет  $\lambda$ -базисом в том и только том случае, если  $C = n_l; k$ -ступенчатая неособенная матрица. Доказать это можно теми же рассуждениями, которыми устанавливается справедливость соответствующего предложения для нормальной системы решений <sup>(2)</sup>.

11°. Множества  $M_i$ . Обозначим  $M_i$  множество всех элементов  $B$  с  $\lambda$ -нормой  $\delta_i$ , причем 0 не включается в  $M_1$ , даже если  $\lambda 0 = \delta_1$ . Положим, кроме того,  $M_0 \equiv 0$ . Тогда:

$$а) M_i \cap M_j \text{ для } i \neq j;$$

$$б) M_0 \cup M_1 \cup \dots \cup M_k = B.$$

12°. Структура  $M_i$ . Каждое  $M_i$  представляет собой  $n_i$ -мерную гиперплоскость с исключенной  $n_{i-1}$ -мерной гиперплоскостью. Действительно,  $M_0 \cup M_1 \cup \dots \cup M_i = \cup (c_1 b_1^1 + c_2 b_1^2 + \dots + c_{n_i} b_1^{n_i})$  (последняя сумма берется по всем  $c_1, c_2, \dots, c_{n_i} \in (-\infty, \infty)$ ). Верно и обратное утверждение: если  $B$  представлено в виде суммы гиперплоскостей  $P_0 \equiv 0, P_1, P_2, \dots, P_m$ , каждая из которых строго содержит в себе предыдущие, то можно указать норму Ляпунова  $\lambda$  такую, что осуществляемое ею разбиение пространства  $B$  на множества  $M_1, M_2, \dots, M_k$  обладает свойством:  $k = m; M_i = P_i - P_{i-1} (i = 1, 2, \dots, k)$ .

13°.  $\lambda$ -Подобные преобразования  $A$ . Автоморфизм  $T$  линейного множества  $A$ :  $TA = A$  назовем  $\lambda$ -подобным преобразованием, если

$$\lambda a \in \max \{ \lambda Ta, \lambda T^{-1}a \}.$$

Для того чтобы  $T$  был  $\lambda$ -подобным преобразованием, необходимо и достаточно  $\lambda a = \lambda Ta = \lambda T^{-1}a$  ( $a$ , как всегда, любой элемент  $A$ ).

14°. Инварианты  $\lambda$ -подобных преобразований. При автоморфизме  $T$  линейного множества  $A$   $n$ -мерное линейное подмножество  $B \subset A$  преобразуется в  $n$ -мерное же и линейное подмножество  $\tilde{B} \subset A$ . Нетрудно показать (основываясь, например, на 7°, в)), что если  $T$  —  $\lambda$ -подобное преобразование, то  $\lambda$ -базис  $\beta_1$  линейного подмножества  $B$  в результате  $T$  перейдет в  $\lambda$ -базис  $\tilde{\beta}_1$  линейного подмножества  $\tilde{B}$ , причем  $\lambda_i \tilde{b}_1^i = \tilde{\lambda} \tilde{b}_1^i (i = 1, 2, \dots, n)$ . Числа  $n_i$  (см. 8°), таким образом, оказываются инвариантами всех  $\lambda$ -подобных преобразований.



15°. Примеры. Первым примером нормы Ляпунова на множестве решений всевозможных систем однородных линейных дифференциальных уравнений, заданных для  $t \geq t_0$ , является характеристическое число Ляпунова <sup>(3)</sup>, взятое с обратным знаком. В качестве второго примера можно указать на совокупность (характеристический показатель, решения), рассмотренную Л. Маркусом <sup>(4)</sup>. При этом вторая  $[\lambda'']$  норма уточняет первую  $[\lambda']$ , т. е.  $\lambda''a \leq \lambda''a' \rightarrow \lambda'a \leq \lambda'a'$ ,  $\lambda''a \leq \lambda''a' \rightarrow \lambda'a = \lambda'a'$ .

Ленинградское отделение  
Математического института им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
3 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, М.—Л., 1950, с. 48—50. <sup>2</sup> Ю. С. Богданов, ДАН, 57, № 3, 215 (1947). <sup>3</sup> А. М. Ляпунов, ДАН, 57, № 3, 39 (1947). <sup>4</sup> L. Markus, Math. Zs., 62, 310 (1955).

Г. Е. ДЖЕМС-ЛЕВИ

# К ПРОБЛЕМЕ ОБЩЕЙ АНАМОРФОЗЫ

(Представлено академиком А. А. Дородницыным 6 X 1956)

Основной проблемой номографии до сих пор остается выяснение условий, при которых данное уравнение

$$z = F(x, y) \quad (1)$$

может быть представлено в форме уравнения Соро

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(x) & f_1(x) & 1 \\ \varphi_2(y) & f_2(y) & 1 \\ \varphi_3(z) & f_3(z) & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (2)$$

определяющего шкалы номограммы из выравненных точек

$$\begin{aligned} u &= \varphi_1(x), & u &= \varphi_2(y), & u &= \varphi_3(z), \\ v &= f_1(x), & v &= f_2(y), & v &= f_3(z), \end{aligned} \quad (3)$$

которой можно пользоваться для решения уравнения (1). Этой проблеме посвящены многочисленные работы (Дюпорк, Барроу, Гронваль, Вильнер, Смирнов и многие другие), однако эффективного метода решения до сих пор нет. Кроме того естественно искать путь, автоматически приводящий к приближенной номограмме в случае отсутствия точной.

В настоящей работе мы исходим из предположения, что  $F(x, y)$  рассматриваемой области  $G$  плоскости  $x, y$  дифференцируема достаточно число раз и  $F_x F_y \neq 0$  в любой подобласти  $\bar{G}$  области  $G$ .

Метод решения задачи следующий. Считаем, что уравнение (1) точно номографируется. Найдя функции  $f_i, \varphi_i$ , проверяем, удовлетворяется ли тождественно равенство

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(x) & f_1(x) & 1 \\ \varphi_2(y) & f_2(y) & 1 \\ \varphi_3\{F(x, y)\} & f_3\{F(x, y)\} & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (1) мы будем иногда записывать в форме  $x = \theta(y, z)$  или  $y = \Phi(x, z)$ .

Итак, если уравнение (1) номографируется, то имеет место тождество (4). Продифференцируем его три раза по  $x$ . В полученных равенствах положим  $x = x_0$  и  $f_1(x_0) = 0, f'_1(x_0) = 0, f''_1(x_0) = 2, f'''_1(x_0) = 0, \varphi_1(x_0) = 0, \varphi'_1(x_0) = 1, \varphi''_1(x_0) = 0, \varphi'''_1(x_0) = 0$ . Это можно сделать при условии, если в соответствующей уравнению (1) номограмме шкала криволинейна, что характеризуется условиями

$$\begin{vmatrix} \overline{\varphi'_1(x_0)} & \overline{f'_1(x_0)} \\ \overline{\varphi'''_1(x_0)} & \overline{f'''_1(x_0)} \end{vmatrix} \neq 0, \quad \begin{vmatrix} \overline{\varphi''(x_0)} & \overline{f''_1(x_0)} \\ \overline{\varphi'''_1(x_0)} & \overline{f'''_1(x_0)} \end{vmatrix} \neq 0. \quad (5)$$



Если шкала  $x$  прямолинейна, то можно положить  $\varphi_1^{(i)}(x_0) = 0$ ,  $f_1(x_0) = 0$ ,  $\varphi_1(x_0) = 1$ ,  $f_1''(x_0) = 0$ ,  $f_1'''(x_0) = a$ .

Развернув определитель (4) и его производные, получим при  $x = x^0$ :

$$\varphi_2(y) f_3 \{F(x_0, y)\} - f_2(y) \varphi_3 \{F(x_0, y)\} = 0; \quad (6)$$

$$\varphi_2(y) f_3^2 F_x - f_2(y) (\varphi_3^2 F_x - 1) - f_3 = 0; \quad (7)$$

$$\varphi_2(y) (f_3^{22} F_x^2 + f_3^2 F_{xx} - 2) - f_2(y) (\varphi_3^{22} F_x^2 + \varphi_3^2 F_{xx}) - 2(f_3^2 F_x - \varphi_3) = 0, \quad (8)$$

$$\varphi_2(y) (f_3^{222} F_x^3 + 3f_3^{22} F_x F_{xx} + f_3^2 F_{xxx}) - f_2(y) (\varphi_3^{222} F_x^3 + 3\varphi_3^{22} F_x F_{xx} + \varphi_3^2 F_{xxx}) - \\ - 3(f_3^{22} F_x^2 + f_3^2 F_{xx} - 2\varphi_3^2 F_x) = 0. \quad (9)$$

Исключая  $\varphi_2(y)$  и  $f_2(y)$ , приходим к системе (индекс 3 опускаем)

$$\varphi'' f^2 - f'' \varphi f - 2f' (\varphi' f - \varphi f') + \frac{2}{F_x} [f f' + \varphi (\varphi' f - \varphi f')] + \\ + \frac{F_{xx}}{F_x^2} f (\varphi' f - \varphi f') = 0; \quad (10)$$

$$\varphi''' f^2 - f''' \varphi f + 3\varphi'' f^2 \frac{F_{xx}}{F_x^2} - 3f'' \left[ \varphi f \frac{F_{xx}}{F_x^2} - f \frac{1}{F_x} + \varphi' f - \varphi f' \right] + \\ + f (\varphi' f - \varphi f') \frac{F_{xxx}}{F_x^3} = 0. \quad (11)$$

Если здесь в  $F_x$ ,  $F_{xx}$ ,  $F_{xxx}$  подставить из уравнения (1)  $y = \Phi(x_0, z)$ , то данная система может рассматриваться как система двух обыкновенных дифференциальных уравнений с двумя неизвестными функциями  $f_3(z)$  и  $\varphi_3(z)$ . Она приводится к системе двух уравнений 2-го порядка, так как дифференцируя (10) по  $z$  и вычитая из (11), получим

$$\varphi' \left( \frac{2}{F_x} \varphi f - 2 \frac{F_{xx}}{F_x^2} f^2 \right) + \left( 2\varphi f \frac{F_{xx}}{F_x^2} - \frac{f}{F_x} - \frac{2}{F_x} \varphi^2 \right) f'' + \\ + \varphi' \left( \frac{F_{xx}}{F_x^2} f^2 + \frac{2}{F_x} \varphi f \right)' + f' \left( -\frac{2}{F_x} f - \frac{2}{F_x} \varphi^2 - \frac{F_{xx}}{F_x^2} \varphi f \right)' - \\ - (\varphi' f - \varphi f') f \frac{F_{xxx}}{F_x^3} = 0. \quad (12)$$

В общем случае из этой системы определяются функции  $f_3(z)$  и  $\varphi_3(z)$ , зависящие от 4 постоянных интегрирования. Исключительные случаи отсутствия однозначности решения системы дифференциальных уравнений нами не рассматривались.

Из уравнений (6) и (7) определяем  $\varphi_2(y)$  и  $f_2(y)$  в зависимости от тех же 4 констант. Потребовав, чтобы равенство (4) выполнялось при  $y = y_0$  и  $y = y_1$ , найдем функции  $\varphi_1(x)$  и  $f_1(x)$ . В них также войдут указанные константы. Подставив найденные функции в равенство (4), получим тождество для определения констант.

Если рассматривать приведенным методом возможность представления уравнения (1) в виде

$$f_1(x) + f_2(y) \mp f_3(z), \quad (13)$$

то получим

$$f_3(z) = \int \frac{dz}{F_x \{x_0, \Phi(x_0, z)\}}; \quad (14)$$

$$f_1(x) = f_3 \{F(x, y_0)\}; \quad (15)$$

$$f_2(y) = f_3 \{F(x_0, y)\} - f_1(x_0). \quad (16)$$

Для представления уравнения (1) уравнением типа Коши с криволинейной шкалой  $y$ :  $f_1(x) + f_2(y) f_3(z) = \varphi_2(y)$  получим:

$$f_1(x) = \exp \left[ a \int \frac{F_x(x, y_0)}{F_y(x, y_0)} dx \right]; \quad (17)$$

$$f_3(z) = f_1 \{ \theta(y_0, z) \}. \quad (18)$$

Для определения функций  $\varphi_2(y)$  и  $f(y)$  имеем тождества

$$f_1(x_1) + f_2(y) f_3 \{ F(x_1, y) \} = \varphi_2(y); \quad (19)$$

$$f_1(x_2) + f_2(y) f_3 \{ F(x_2, y) \} = \varphi_2(y), \quad (20)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  — произвольные значения  $x \in \bar{G}$ .

Наконец, для определения константы  $a$  используем тождество, получающееся исключением  $\varphi_2(y)$  и  $f_2(y)$ :

$$\begin{vmatrix} f_1(x_1) & f_3(z_1) & 1 \\ f_1(x_2) & f_3(z_2) & 1 \\ f_1(x) & f_3(z) & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (21)$$

где три пары чисел  $x_i, z_i$  удовлетворяют уравнению (1) при одном значении  $y$ , отличном от  $y_0$ .

Для представления уравнения (1) уравнением Кларка

$$f_1 f_2 f_3 + \varphi_2(f_1 + f_3) + \psi_2 = 0, \quad (22)$$

получим для отыскания функции  $f_1(x)$  равенство

$$\int \frac{df_1}{f_1^2 a + f_1 b + c} = - \int \frac{F_x(x, y_0)}{F_y(x, y_0)} dx.$$

Таким образом, и в этом случае дело сводится к определению констант из алгебраических уравнений.

Уравнение прямолинейной шкалы для случая уравнения 5-го номографического порядка определяется из дифференциального уравнения

$$f_3'' f_3 = 2 f_3'^2 - f_3 f_3' \frac{F_{xx} \{x_0, \Phi(x_0, z)\}}{F_x^2 \{x_0, \Phi(x_0, z)\}} - \frac{2}{F_x \{x_0, \Phi(x_0, z)\}} f_3'.$$

Вычислительный центр  
Академии наук СССР

Поступило  
6 X 1956



Е. Б. ДЫНКИН

# НЕОДНОРОДНЫЕ СТРОГО МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 12 XII 1956)

Для случая однородных по времени процессов понятие строго марковского процесса было введено А. А. Юшкевичем и автором в (1). Там же было показано, что известные условия непрерывности траекторий переходных вероятностей марковского процесса влекут за собой строго марковское свойство. Некоторые частные случаи этих результатов были получены независимо от нас Хантом (2) и Рэем (3). В настоящей заметке анализируется общее понятие строго марковского процесса без предположения однородности процесса по времени.

1. Марковский процесс определяется заданием: 1) интервала  $I$  числовой прямой; 2) множества  $E$  (фазовое пространство), некоторой  $\sigma$ -алгебры  $\mathfrak{B}$  подмножеств  $E$ ; 3) множества  $\Omega$  (множество элементарных событий); 4) функции  $x(t, \omega)$  ( $t \in I$ ,  $\omega \in \Omega$ ) со значениями из  $E$ ; 5) системы вероятностных мер  $P_{s,x}$  ( $s \in I$ ,  $x \in E$ ): мера  $P_{s,x}$  задана на  $\sigma$ -алгебре  $\mathfrak{M}_s^x$ , порожденной  $\omega$ -множествами  $\{x(t, \omega) \in \Gamma\}$  ( $t \in I$ ,  $t \geq s$ ,  $\Gamma \in \mathfrak{B}$ ), и удовлетворяет условию  $P_{s,x}\{x(s, \omega) = x\} = 1$ .

Эти элементы определяют марковский процесс, если:

(J<sub>0</sub>) Функция

$$P(s, x; t, \Gamma) = P_{s,x}\{x_t \in \Gamma\} \quad (s < t \in I, \Gamma \in \mathfrak{B})$$

измерима относительно  $x$ .

(S<sub>0</sub>) Каковы бы ни были  $s < t < v$  из  $I$ ,  $x \in E$  и  $\Gamma \in \mathfrak{B}$ , для почти всех  $\omega \in \Omega$

$$P_{s,x}\{x_v \in \Gamma \mid x_u, s \leq u \leq t\} = P(t, x_t; v, \Gamma)$$

$P_{s,x}\{- \mid x_u, s \leq u \leq t\}$  обозначает условную вероятность относительно  $\sigma$ -алгебры  $\mathfrak{M}_{s,t}$ , порожденной  $\omega$ -множествами  $\{x(u, \omega) \in \Gamma\}$ , где  $u \in [s, t]$ ,  $\Gamma \in \mathfrak{B}$ ).

2. Функцию  $\tau(\omega)$  на некотором подмножестве  $\Omega_\tau$  пространства  $\Omega$  и принимающую значения из интервала  $I$  мы назовем случайной величиной, не зависящей от будущего и  $s$ -прошлого, если: 1)  $\tau(\omega) \geq s$  при всех  $\omega \in \Omega_\tau$ ; 2)  $\{\tau(\omega) \leq t\} \in \mathfrak{M}_{s,t}$  для всех  $t \geq s$ . Обозначим через  $\mathfrak{M}_{s,\tau}$  совокупность всех  $A \subseteq \Omega_\tau$  таких, что  $A \cap \{\tau \leq t\} \in \mathfrak{M}_{s,t}$  при любом  $t \geq s$ . Система  $\mathfrak{M}_{s,t}$  является  $\sigma$ -алгеброй в пространстве  $\Omega_\tau$ . Пусть  $A \in \mathfrak{M}_{s,\tau}$  и  $A \subseteq \Omega_\tau$ . Мы будем писать  $P_{s,x}\{- \mid x_u, s \leq u \leq \tau\}$  вместо  $P_{s,x}\{- \mid \mathfrak{M}_{s,\tau}\}$ .

Дадим два определения строго марковских процессов. В первом определении мы будем рассматривать только величины  $\tau(\omega)$ , определенные на всем  $\Omega$ . Запись  $\tau \leq t$  означает, что  $\tau(\omega) \leq t$  при всех  $\omega \in \Omega$ .

Определение 1. Марковский процесс называется строго марковским в первом смысле, если он измерим и удовлетворяет условиям:

(J<sub>1</sub>) Функция  $P(s, x; t, \Gamma)$  измерима по совокупности  $s$  и  $x$  (относительно  $\sigma$ -алгебры  $\mathfrak{B}_I \times \mathfrak{B}$ , где  $\mathfrak{B}_I$  —  $\sigma$ -алгебра, порождения открытыми подмножествами интервала  $I$ ).

(S<sub>1</sub>) Каковы бы ни были  $s < t \in I$ ,  $x \in E$ ,  $\Gamma \in \mathfrak{B}$  и не зависящая от будущего и  $s$ -прошлого случайная величина  $\tau \leq t$ , для почти всех  $\omega \in \Omega$  (в смысле меры  $P_{s,x}$ ) выполнено равенство

$$P_{s,x} \{x_t \in \Gamma \mid x_u, s \leq u \leq \tau\} = P(\tau, x; t, \Gamma).$$

Определение 2. Марковский процесс называется строго марковским во втором смысле, если он измерим и удовлетворяет условиям:

(J<sub>2</sub>) Функция  $P(s, x; t, \Gamma)$  измерима по совокупности  $s, x, t$  (относительно  $\mathfrak{B}_I \times \mathfrak{B} \times \mathfrak{B}_I$ ).

(S<sub>2</sub>) Каковы бы ни были  $s \in I$ ,  $x \in E$ ,  $\Gamma \in \mathfrak{B}$ , не зависящая от будущего и  $s$ -прошлого случайная величина  $\tau$  и  $\mathfrak{M}_{s,\tau}$ -измеримая функция  $\eta(\omega) \geq \tau(\omega)$  (со значениями из  $I$ ), для почти всех  $\omega \in \Omega_\tau$  (в смысле  $P_{s,x}$ ) выполняется соотношение

$$P_{s,x} \{x_\eta \in \Gamma \mid x_u, s \leq u \leq \tau\} = P(\tau, x_\tau; \eta, \Gamma).$$

Очевидно, всякий процесс, строго марковский во втором смысле, является строго марковским и в первом смысле.

Теорема 1. Пусть  $x(t, \omega)$  — процесс, строго марковский в первом смысле. Пусть  $\tau \leq t$  — случайная величина, не зависящая от будущего и  $s$ -прошлого;  $\xi(\omega)$  — функция, измеримая относительно  $\mathfrak{M}^t$  и такая, что  $M_{s,x} \xi = \int_{\Omega} \xi(\omega) P_{s,x}(d\omega)$  существует. Тогда для почти всех  $\omega$  (в смысле  $P_{s,x}$ )

$$M_{s,x} \{\xi \mid x_u, s \leq u \leq \tau\} = M_{\tau, x_\tau} \xi$$

( $M_{s,x} \{ \cdot \mid x_u, s \leq u \leq \tau \}$  обозначает условное математическое ожидание относительно  $\sigma$ -алгебры  $\mathfrak{M}_{s,\tau}$ ).

Теорема 2. Пусть  $x(t, \omega)$  — процесс, строго марковский во втором смысле;  $f(x_1, \dots, x_n, \dots) \in \mathfrak{B} \times \dots \times \mathfrak{B} \times \dots$ -измеримая функция на пространстве  $E \times \dots \times E \times \dots$ ;  $\tau$  — случайная величина, не зависящая от будущего и  $s$ -прошлого;  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n, \dots, \geq \tau$  — последовательность  $\mathfrak{M}_{s,\tau}$ -измеримых  $\omega$ -функций таких, что существует  $M_{s,x} f(x_{\eta_1}, \dots, x_{\eta_n}, \dots)$ .

Тогда для почти всех  $\omega \in \Omega_\tau$

$$M_{s,x} \{f(x_{\eta_1}, \dots, x_{\eta_n}, \dots) \mid x_u, s \leq u \leq \tau\} = F(\tau, x_\tau; \eta_1, \dots, \eta_n, \dots),$$

где

$$F(u, y; v_1, \dots, v_n, \dots) = M_{u,y} f(x_{v_1}, \dots, x_{v_n}, \dots).$$

3. Будем теперь предполагать, что  $E$  является метрическим пространством и  $\mathfrak{B}$  —  $\sigma$ -алгебра, порожденная открытыми множествами  $E$ . Мы скажем, что процесс  $x(t, \omega)$  непрерывен справа, если при любом  $\omega \in \Omega$   $x(t, \omega)$  есть непрерывная справа функция от  $t$ .

Теорема 3. Непрерывный справа марковский процесс является строго марковским в первом смысле тогда и только тогда, когда он является строго марковским во втором смысле.

Таким образом, для процессов, непрерывных справа, можно не делать различия между строго марковскими процессами в первом и во втором смысле и говорить просто о строго марковских процессах.

Теорема 4. Пусть  $x(t, \omega)$  ( $0 \leq t < \infty$ ,  $\omega \in \Omega$ ) — непрерывный справа марковский процесс, удовлетворяющий условию (J<sub>2</sub>). Для того чтобы такой процесс был строго марковским, достаточно, чтобы условие (S<sub>2</sub>) выполнялось для  $\eta = \tau + h$ , где  $h$  — любая неотрицательная константа.

Введем следующие условия:

(F<sub>1</sub>) Какова бы ни была непрерывная ограниченная функция  $f(y)$  ( $y \in E$ ), функция

$$F(u, y) = \int_E P(u, y; t, dz) f(z)$$

овлетворяет соотношению

$$\lim_{\substack{y \rightarrow x \\ u \rightarrow s}} F(u, y) = F(s, x)$$

всех точках  $s \in I, x \in E$ .

(F<sub>2</sub>) Какова бы ни была непрерывная ограниченная функция  $f(y)$  ( $y \in E$ ), функция

$$\varphi(u, y) = \int_E P(u, y; u + h, dz) f(z)$$

овлетворяет соотношению

$$\lim_{\substack{y \rightarrow x \\ u \rightarrow s}} \varphi(u, y) = \varphi(s, x)$$

всех точках  $s \in I, x \in E$ .

Теорема 5. Если марковский процесс непрерывен справа и удовлетворяет условиям (J<sub>1</sub>) — (F<sub>1</sub>) или (J<sub>2</sub>) — (F<sub>2</sub>), то он является строго марковским.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
11 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. Б. Дынкин, А. А. Юшкевич, Теория вероятностей, 1, 149 (1956).  
<sup>2</sup> А. Нипт, Trans. Am. Math. Soc., 81, 2, 294 (1956). <sup>3</sup> D. Ray, Trans. Am. Math. Soc., 82, 2 (1956).



Ю. И. ЖУРАВЛЕВ

ОБ ОТДЕЛИМОСТИ ПОДМНОЖЕСТВ ВЕРШИН  $n$ -МЕРНОГО  
ЕДИНИЧНОГО КУБА

(Представлено академиком М. В. Келдышем 13 X 1956)

В ряде прикладных вопросов появляются функции  $F(x_1, \dots, x_n)$ , определенные на некотором подмножестве вершин  $n$ -мерного единичного куба и принимающие значение 0 и 1 <sup>(1)</sup>. При этом по смыслу задачи допускаются всевозможные доопределения данной функции в классе функций алгебры логики. В работе дается полное решение задачи об отыскании таких продолжений, при которых полученная функция допускает наиболее простую (в смысле числа букв переменных) дизъюнктивную или конъюнктивную нормальную форму. На пути решения этой задачи получен критерий, позволяющий в дизъюнктивной нормальной форме (д. н. ф.) исключать лишние, поглощаемые члены. В последней части разбирается вопрос об упрощении д. н. ф. посредством введения новых переменных.

Функции алгебры логики, зависящие от  $n$  аргументов, можно рассматривать как функции, определенные на множестве  $E_n$  всех вершин  $n$ -мерного единичного куба и принимающие значения 0 и 1. Обозначим через  $M_f$  подмножество вершин из  $E_n$ , для которых  $f(x_1, \dots, x_n) = 1$ .

Определение. Подмножество  $M_{\mathfrak{A}} \subseteq E_n$ , соответствующее элементарной конъюнкции  $\mathfrak{A}$   $k$ -ранга, называется интервалом  $k$ -ранга <sup>(2)</sup>. Пусть  $I = \{M_{\mathfrak{A}}\}$  есть некоторое подмножество интервалов из  $E_n$ .

Определение. Интервал  $M_{\mathfrak{B}} \in I$  называется максимальным относительно  $I$ , если не существует в  $I$  интервала  $M_{\mathfrak{A}}$  такого, что  $M_{\mathfrak{B}} \neq M_{\mathfrak{A}}$  и  $M_{\mathfrak{A}} \supseteq M_{\mathfrak{B}}$ .

Рассмотрим множество  $M_f \subseteq E_n$ , на котором  $f(x_1, \dots, x_n)$  равна 1. Выберем все максимальные интервалы  $M_{\mathfrak{B}} \subseteq M_f$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) и обра-

зуем из соответствующих элементарных конъюнкций д. н. ф.  $\bigvee_{i=1}^l \mathfrak{B}_i$ . Полученная д. н. ф. называется сокращенной нормальной формой для  $f(x_1, \dots, x_n)$  <sup>(2)</sup> \*\*.

Пусть  $F(x_1, \dots, x_n)$  задана на подмножестве  $M \subseteq E_n$  и принимает значения 0 и 1. Очевидно, существуют подмножества  $M_1$  и  $M_2$  такие, что  $M_1 \cup M_2 = M$ ,  $M_1 \cap M_2 = \emptyset$  и  $F(x_1, \dots, x_n) = 1$  на  $M_1 \subseteq E_n$ ;  $F(x_1, \dots, x_n) = 0$  на  $M_2 \subseteq E_n$ . Очевидно, что  $F(x_1, \dots, x_n)$  полностью определена заданием пары непересекающихся подмножеств  $M_1$  и  $M_2$  или парой функций  $f_1$  и  $f_2$  таких, что  $f_1 \& f_2 = 0$  и  $M_{f_1} = M_1$ ,  $M_{f_2} = M_2$ .

\* Элементарной конъюнкцией  $k$ -ранга называется логическое произведение  $\mathfrak{A} = x_{i_1}^{\sigma_1} \cdot x_{i_2}^{\sigma_2} \dots x_{i_k}^{\sigma_k}$ , где все  $x_{i_j}$  различны и  $x^{\sigma} = x$  при  $\sigma = 1$ ,  $x^{\sigma} = \bar{x}$  при  $\sigma = 0$ .

\*\* Теория функций алгебры логики, в том числе понятие «интервал», новое определение сокращений д. н. ф. и т. п., излагалось С. В. Яблонским в 1955—1956 гг. на лекциях и в семинарах на механико-математическом факультете Московского государственного университета.

Существуют различные доопределения  $F(x_1, \dots, x_n)$  в классе функций логики, не эквивалентные между собой. Рассмотрим класс множеств  $M$ , отвечающих различным доопределениям функции  $F(x_1, \dots, x_n)$ , т. е. таких, что для  $M_{f_i} \in M$  имеют место условия  $M_{f_i} \cap M_2 = 0$ ,  $M_i \supseteq M_1$ . Нашей задачей будет отыскание простейших в некотором смысле доопределений.

Поставим по некоторому правилу в соответствие каждому подмножеству  $M_f \subset E_n$  целое неотрицательное число и назовем его индексом простоты подмножества  $M_f$  и функции  $f(x_1, \dots, x_n)$ . Теперь мы можем сформулировать задачу следующим образом: в классе множеств  $M$  найти множество  $M_f$  с минимальным индексом простоты.

В последующем данная задача решается для специального определения индекса простоты.

**Определение.** Минимальной д. н. ф. функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  называется д. н. ф., реализующая  $f(x_1, \dots, x_n)$  и имеющая минимальное число букв.

Мы определим индекс простоты  $M_f$  как число букв в минимальной д. н. ф. для  $f(x_1, \dots, x_n)$ . Множество  $M_f$  с минимальным индексом простоты обладает свойствами  $M_f \supseteq M_1$ ,  $E_n \setminus M_f \supseteq M_2$ .  $M_f$  и  $E_n \setminus M_f$  различны, таким образом,  $M_1$  и  $M_2$  и являются простейшими в нашем смысле делителями. Поэтому задачу об отыскании  $M_f$  естественно называть задачей логической отделимости.

**Решение задачи логической отделимости.** Мы дадим алгебраическое и аналитическое решения. Первое представляет интерес для теоретических исследований, второе интересно и с практической точки зрения.

**Геометрическое решение.** Пусть  $F(x_1, \dots, x_n)$  задана с помощью пары непересекающихся подмножеств  $M_1$  и  $M_2$ . Выделим все максимальные интервалы  $M_{\mathfrak{B}_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ) такие, что  $M_{\mathfrak{B}_i} \subseteq E_n \setminus M_2$ ,

имеющие непустое пересечение с  $M_1$ . Д. н. ф.  $\mathfrak{N} = \bigvee_{i=1}^l \mathfrak{B}_i$  называется сокращенной нормальной формой для  $F(x_1, \dots, x_n)$ .  $\mathfrak{N}$  однозначно определяется заданием множеств  $M_1$  и  $M_2$ . Если  $M_1 \cup M_2 = E_n$ , то это определение совпадает с ранее введенным.

**Теорема 1.** Минимальная д. н. ф.  $\mathfrak{N}_{\min}$ , отвечающая простейшему делителю  $M_f$  множеств  $M_1$  и  $M_2$ , получается из сокращенной д. н. ф. для функции  $F(x_1, \dots, x_n)$  путем удаления некоторых элементарных конъюнкций  $\mathfrak{B}_i$ .

Заметим, что если д. н. ф.  $\mathfrak{N} = \bigvee_{i=1}^s \mathfrak{A}_i$  отвечает делителю множеств  $M_1$  и  $M_2$  и  $\mathfrak{A}_i$  — элементарная конъюнкция из  $\mathfrak{N}$  такая, что  $M_1 \cap M_{\mathfrak{A}_i} \subseteq M_2 \cup M_{\mathfrak{A}_j}$ , то д. н. ф.  $\mathfrak{N}' = \bigvee_{j \neq i} \mathfrak{A}_j$  также отвечает делителю множеств  $M_1$  и  $M_2$  и имеет меньшее число букв. Воспользовавшись этим замечанием, мы можем вычеркивать последовательно элементарные конъюнкции в сокращенной д. н. ф. для  $F(x_1, \dots, x_n)$ . Перебирая все возможные способы удаления, мы найдем все  $\mathfrak{N}_{\min}$ .

**Аналитическое решение.** Пусть заданы

$$f_1(x_1, \dots, x_n) = \bigvee x_{i_1}^{\sigma_1} \cdot x_{i_2}^{\sigma_2} \dots x_{i_n}^{\sigma_n} = \bigvee_{i=1}^l \mathfrak{A}_i,$$

$$f_2(x_1, \dots, x_n) = \bigvee x_{j_1}^{\sigma_1} x_{j_2}^{\sigma_2} \dots x_{j_s}^{\sigma_s}$$

такие, что  $M_1 = M_{f_1}$ ,  $M_2 = M_{f_2}$ . Очевидно  $f_1 \cdot f_2 = 0$ .

Аналитическое решение мы разбиваем на этапы:

1. Выделение всех максимальных интервалов, целиком содержащихся в  $E_n \setminus M_2$ . Построение основано на соотношении  $E_n \setminus M_2 = M_{\bar{f}_2}$  и может быть выполнено методом Нельсона (3).

2. Выделение максимальных интервалов из  $E_n \setminus M_2$ , имеющих непустое пересечение с  $M_1$ .

3. Выбрасывание из сокращенной д. н. ф. для  $F(x_1, \dots, x_n)$  элементарных конъюнкций, отвечающих интервалам, поглощаемым внутри множества  $M_1$  суммой остальных интервалов. Этот этап можно разбить на элементарные шаги, каждый из которых представляет собой удаление из д. н. ф., полученной на предыдущем шаге, одной элементарной конъюнкции. Последнее устанавливается с помощью аналитического критерия,

который выясняет случаи покрытия суммой интервалов  $\bigcup_{i=1}^k M_{\mathfrak{A}_i}$  части некоторого интервала  $M_{\mathfrak{A}_0}$ , содержащейся в данном множестве  $M_{\mathfrak{A}_i}$ , где

$\mathfrak{N} = \bigvee_{i=1}^l \mathfrak{A}_i$ . При этих обозначениях наша задача состоит в отыскании условий, при которых имеет место соотношение

$$\left( \mathfrak{C}_0 \cdot \mathfrak{N} \rightarrow \bigvee_{i=1}^k \mathfrak{C}_i \right) \equiv 1.$$

Пусть  $\bigvee_{j=1}^s \mathfrak{C}'_j$  образована из всех конъюнкций  $\mathfrak{C}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ), не ортогональных к  $\mathfrak{C}_0$ . Аналогично  $\mathfrak{N}' = \bigvee_{i=1}^r \mathfrak{A}'_i$  построена из всех конъюнкций  $\mathfrak{A}_i$ , не ортогональных к  $\mathfrak{C}_0$ . Очевидно, условие

$\left( \mathfrak{C}_0 \cdot \mathfrak{N} \rightarrow \bigvee_{j=1}^k \mathfrak{C}_j \right) \equiv 1$  эквивалентно условию  $\left( \mathfrak{C}_0 \cdot \mathfrak{N}' \rightarrow \bigvee_{j=1}^s \mathfrak{C}'_j \right) \equiv 1$ .

Теорема 2.  $\left( \mathfrak{N}' \cdot \mathfrak{C}_0 \rightarrow \bigvee_{j=1}^s \mathfrak{C}'_j \right) \equiv 1$  тогда и только тогда, когда  $\mathfrak{C}'_j = \mathfrak{C}_j \cdot v_j$  ( $j = 1, 2, \dots, s$ ), где  $\mathfrak{C}_j, v_j$  — элементарные конъюнкции и

$$\left( \mathfrak{N}' \rightarrow \bigvee_{j=1}^s \mathfrak{C}_j \right) \equiv 1 \quad \left( \mathfrak{C}_0 \rightarrow \bigwedge_{j=1}^s v_j \right) \equiv 1.$$

О выборе существенных переменных. Громоздкость решения задачи отделимости существенно зависит от числа переменных функции  $F(x_1, \dots, x_n)$ . Мы обсудим возможность построения простейшего отделивателя как за счет введения новых, так и сокращения числа имеющихся переменных.

Определение. Говорят, что функция  $\Phi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k})$  получена из функции  $F(x_1, \dots, x_n)$  путем введения новых переменных  $x_{n+1}, \dots, x_{n+k}$ , если для каждого набора  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ , для которого определена функция  $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , найдутся такие числа  $\alpha_{n+1}, \dots, \alpha_{n+k}$  ( $0 \leq \alpha_{n+1}, \dots, \alpha_{n+k} \leq 1$ ), что  $\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}, \dots, \alpha_{n+k}) = F(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ .

Можно получить более простые отделиватели путем введения новых переменных. Пусть  $f(x_1, \dots, x_n)$  — функция алгебры логики. Очевидно,  $\Phi(x_1, \dots, x, x_{n+1}) \equiv x_{n+1}$  получена из функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  путем введения переменного  $x_{n+1}$ . Этот пример показывает, что при введении но-



и переменного  $x_{n+1}$  значения функции  $\Phi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$  на наборах  $\alpha_1, \dots, \alpha_n, 0$  и  $\alpha_1, \dots, \alpha_n, 1$  являются, вообще говоря, различными и не разделяются значением функции  $F(x_1, \dots, x_n)$  на наборе  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ . Поэтому понятие «введение новых переменных» нуждается в уточнении.

**Определение.** Мы говорим, что переменные  $x_{n+1}, \dots, x_{n+k}$  введены в функцию  $F(x_1, \dots, x_n)$  естественным образом, если на наборах  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , на которых определена функция  $\Phi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k})$ , имеет место следующее соотношение между функциями  $\Phi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k})$  и  $F(x_1, \dots, x_n)$ :

$$\Phi(\alpha_1, \dots, \alpha_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k}) \equiv F(\alpha_1, \dots, \alpha_n).$$

**Теорема 3.** При естественном введении новых переменных  $x_{n+1}, \dots, x_{n+k}$  (где  $k$  — произвольное положительное число) в функцию  $F(x_1, \dots, x_n)$  простейший отделитель для функции  $\Phi(x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+k})$ , полученной при этом доопределении, имеет индекс простоты не меньший, чем простейший отделитель функции  $F(x_1, \dots, x_n)$ . Для выделения совокупностей переменных  $x_{i_1}, \dots, x_{i_k}$  из множества переменных  $x_1, \dots, x_n$  ( $k \leq n$ ), через которые выражаются логические отделители для функции  $F(x_1, \dots, x_n)$ , возможна следующая методика.

Пусть  $F(x_1, \dots, x_n)$  задана таблицей. Вычитаем почленно из наборов, где  $F = 1$ , наборы, где  $F = 0$ . Выделяем переменные, на местах которых учились нули, и составляем из них всевозможные совокупности. Все совокупности переменных, которые не могут быть получены таким образом, являются искомыми.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
25 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. Н. Рогинский, Автоматика и телемеханика, **3**, № 3 (1954). <sup>2</sup> С. В. Яблонский, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, **51** (1957). <sup>3</sup> R. J. Nelson, J. Symb. Logic, **20**, № 2, 105 (1955).

Е. И. КИМ

# ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Л. Соболевым 5 X 1956)

§ 1. Рассмотрим интегральное уравнение

$$u(y, t) - \lambda \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} K((y - \eta)^2, t - \tau) u(\eta, \tau) d\eta = f(y, t), \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} K((y - \eta)^2, t - \tau) &= \\ &= \frac{1}{(t - \tau)^{3/2}} \int_0^\infty \rho(z) \left[ 1 - \frac{(y - \eta)^2}{2a^2(z)(t - \tau)} \right] \exp \left[ -\frac{(y - \eta)^2}{4a^2(z)(t - \tau)} \right] dz, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\rho(z) = (z^2 + a_1^2)^{-3/2} (z^2 + a_1^2)^{-1/2}, \quad a^2(z) = a_2^2(z^2 + a_1^2)/(z^2 + a_2^2), \quad (3)$$

$f(y, t)$  — заданная функция в области  $t > 0$ ,  $-\infty < y < +\infty$ , а  $u(y, t)$  — искомая функция. Такое сингулярное интегральное уравнение встречается при решении задачи на теплообмен системы тел, находящихся между собой в тепловом контакте.

§ 2. Для решения уравнения (1) рассмотрим преобразование Фурье обобщенных функций, определяемых линейными непрерывными функциями вида

$$(T, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(x) \varphi(x) dx. \quad (4)$$

Совокупность всех обобщенных функций, действующих в пространстве  $\Phi(s, k, k_p, z^p, z_p^p)$ , обозначим через  $T(\Phi)$  (1). Преобразование Фурье для функции  $f(x)$  кратко обозначим через  $\tilde{f}(x)$ .

Следуя методу Шварца (1) в основу определения преобразование Фурье для любой обобщенной функции мы положим равенство

$$(\tilde{T}, \tilde{\varphi}) = (T(x), \varphi(-x)). \quad (5)$$

Определенный по этой формуле функционал действует в пространстве  $\tilde{\Phi}$ , двойственном по отношению к  $\Phi$ .

Если преобразование Фурье действует в пространстве  $\Phi$  основных функций  $\varphi(x)$ , то на основании (5) имеем

$$\begin{aligned} (T(x + \eta), \varphi(-x)) &= (T(x), \varphi(-x + \eta)) = \\ &= (\tilde{T}(s), e^{2\pi i s \eta} \tilde{\varphi}(s)) = (e^{2\pi i s \eta} \tilde{T}(s), \tilde{\varphi}(s)). \end{aligned} \quad (6)$$

3. Рассмотрим теперь интегральное уравнение (1), которое можно записать следующим образом:

$$u(y, t) - \lambda \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} K(\eta, t - \tau) u(\eta + y, \tau) d\eta = f(y, t). \quad (1')$$

Умножая  $\varphi(-y)$  на (1') и интегрируя от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получим

$$(u(y, t), \varphi(-y)) - \lambda \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} K(\eta, t - \tau) (u(\eta + y, \tau) \varphi(-y)) d\eta = \\ = (f(y, t), \varphi(-y)).$$

Применяя формулы (5) и (6), имеем:

$$(u(s, t), \tilde{\varphi}(s)) - \lambda \int_0^t d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} K(\eta, t - \tau) (e^{2\pi i s \eta} \tilde{u}(s, \tau), \tilde{\varphi}(s)) d\eta = (\tilde{f}(s, t), \tilde{\varphi}(s))$$

$$\left( \tilde{u}(s, t) - \lambda \int_0^t \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} K(\eta, t - \tau) e^{2\pi i s \eta} d\eta \right\} \tilde{u}(s, \tau) d\tau - \tilde{f}(s, t), \tilde{\varphi}(s) \right) = 0.$$

Таким образом, в пространстве  $T(\tilde{\Phi})$  действует уравнение

$$\tilde{u}(s, t) - \lambda \int_0^t K_0(s, t - \tau) \tilde{u}(s, \tau) d\tau = \tilde{f}(s, t), \quad (7)$$

$$K_0(s, t - \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\eta, t - \tau) e^{2\pi i s \eta} d\eta = \\ = 16\pi^{1/2} s^2 \int_0^\infty \rho(z) a^3(z) e^{-4\pi^{1/2} s^2 a^2(z)(t-\tau)} dz. \quad (8)$$

Проблема единственности решения уравнения (1) и уравнения (7) эквивалентна в силу изоморфизма между пространствами  $T(\Phi)$  и  $T(\tilde{\Phi})$ . Рассмотрим уравнение (7) сначала с классической точки зрения. Применяя операционный метод, находим решения в замкнутом виде:

$$\tilde{u}(s, t) = \tilde{f}(s, t) + \lambda \int_0^t \Gamma(s, t - \tau) \tilde{f}(s, \tau) d\tau, \quad (9)$$

$$\Gamma(s, t - \tau) = \frac{8\pi^{1/2}(|v| - v)}{(v^2 - 1)(a_1^2 v^2 - a_2^2)} s^2 \exp[-4\pi^2 d_0 s^2 (t - \tau)] + \\ + 16a_2^3 \pi^{1/2} (v + 1)^2 \int_0^\infty \frac{z^2 s^2 \exp[-4\tau^2 a^2(z) s^2 (t - \tau)]}{(z^2 + a_2^2)^2 (v^2 z^2 + a_2^2)} dz *; \quad (10)$$

$$d_0 = (a_1^2 v^2 - a_2^2)/(v^2 - 1), \quad v = (a_1^2 - a_2^2)/2\pi^{1/2} \lambda - 1. \quad (11)$$

\* Эта формула имеет смысл, если  $v \neq \pm 1$ ,  $v \neq \pm a_2/a_1$ . Если  $v = 1$ ;  $a_2/a_1$ ;  $-a_2/a_1$ , существующие формулы можно получить предельным переходом. Если же  $v = -1$ ,  $= \infty$ . Поэтому последний случай исключается.



Для существования интеграла (9) потребуем, чтобы функция  $t^\sigma \tilde{f}(s)$ , при  $0 \leq \sigma < 1$  была бы ограниченной для фиксированного  $s$ .

Легко проверяется, что резольвента (10) удовлетворяет уравнению

$$\Gamma(s, t - \tau) = K_0(s, t - \tau) + \lambda \int_{\tau}^t \Gamma(s, t - t_1) K_0(s, t_1 - \tau) d\tau_1; \quad (11)$$

$$\Gamma(s, t - \tau) = K_0(s, t - \tau) + \lambda \int_{\tau}^t K_0(s, t - t_1) \Gamma(s, t_1 - \tau) dt_1. \quad (12)$$

Из (8) и (10) видим, что  $K_0(s, t - \tau)$  и  $\Gamma(s, t - \tau)$  — целые функции относительно  $s$  и порядок их роста равен 2. Поэтому функции  $K_0(s, t - \tau)$  и  $\Gamma(s, t - \tau)$  — мультипликаторы в пространстве  $Z_r^r$  при  $r > 2$  (1).

Если  $\tilde{f}(s, t)$  — обобщенная функция, действующая в пространстве  $Z_r^r$  ( $r > 2$ ), то обобщенная функция  $\tilde{u}(s, t)$ , определяемая формулой (9) действует в  $Z_r^r$ . Поэтому, производя обычные вычисления с помощью равенств (12) и (13), можно доказать, что  $\tilde{u}(s, t)$  удовлетворяет уравнению (7).

Для теоремы единственности решения уравнения (7) мы можем доказать, что уравнение

$$\tilde{u}(s, t) - \lambda \int_0^t K_0(s, t - \tau) \tilde{u}(s, \tau) d\tau = 0. \quad (13)$$

имеет только нулевое решение, действующее в  $Z_r^r$ . Если  $r > 2$ , то класс  $\Phi$  основных функций, отвечающих задаче существования и единственности решения, двойственен к классу  $Z_{r'}^r$ , т. е.  $Z_{r'}^r$ , где  $1/r' + 1/r = 1$ .

Функционалами на пространстве  $Z_{r'}^r$ , в частности, служат все обычные функции  $f(x)$ , удовлетворяющие неравенству

$$|f(x)| \leq c_1 e^{c|x|^{r'-\delta}}, \quad (14)$$

где  $\delta$  — произвольное положительное число.

Заметим, что числа  $r$  и  $r'$  можно взять сколь угодно близкими к числу 2, а потому разность  $r' - \delta$  можно обозначить через  $2 - \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  — сколь угодно малое положительное число. Мы приходим, таким образом, к следующей теореме.

**Теорема 1.** Если функция  $f(y, t)$  удовлетворяет неравенству

$$|t^\sigma f(y, t)| \leq c_1 e^{c|y|^{2-\varepsilon}}, \quad \varepsilon > 0, \quad 0 \leq \sigma < 1, \quad (15)$$

то решение уравнения (1) существует в классе обобщенных функций  $u(y, t)$ , для которых при каждом  $t > 0$  обобщенная функция  $t^\sigma u(y, t)$  принадлежит пространству  $T(Z_{2-\delta}^{2-\delta})$ ,  $\delta > 0$ , и это решение единственно.

Если для рассматриваемого уравнения  $\nu \geq 0$  или  $d_0 \geq 0$ , т. е.  $\lambda \leq a_1(a_1 + a_2)/2\pi^{3/2}$ , то из (10) видно, что

$$|\Gamma(s, t - \tau)| \leq c_1 |s|^{2\mu} e^{c|\mu|^2},$$

где  $\mu$  — мнимая часть  $s$ . В этом случае интегральное уравнение (1) — (13) назовем регулярным.

Для такого уравнения (1) — (7) вместо пространства  $Z_r^r$  можно использовать более элементарное пространство  $Z^2$ , где резольвента  $\Gamma(s, t - \tau)$  и  $K_0(s, t - \tau)$  также являются мультипликаторами. Двойственное пространство будет  $K_2$ . В качестве функционалов на  $K_2$  допускаются функции  $f(x)$ , удовлетворяющие неравенству

$$|f(x)| \leq c e^{c|x|^2}.$$

Таким образом мы приходим к следующей теореме.

Теорема 2. Если  $f(y, t)$  удовлетворяет неравенству

$$|t^{\delta} f(y, t)| \leq c_1 e^{c|y|^2}, \quad (16)$$

при  $\lambda \leq a_1(a_1 + a_2)/2\pi^{3/2}$  уравнение (1) имеет единственное решение в классе обобщенных функций  $u(y, t)$ , для которых функции  $t^{\alpha} u(y, t)$  принадлежат  $T(K_2)$ .

Теперь докажем, что если

$$\lambda < a_1(a_1 + a_2)/2\pi^{3/2}, \quad (17)$$

при дополнительных условиях, кроме (15) или (16), решение уравнения (1) существует в классе обычных функций.

Для этого рассмотрим интегральное уравнение (1), когда  $t^{\delta} f(y, t)$  принадлежит относительно первого аргумента. В этом случае, применяя к уравнению (1) обычное преобразование Фурье, получаем уравнение. Решение этого уравнения выражается формулой (9). Легко видеть, что при условии (17)  $\nu \geq 0$  или  $d_0 = b^2 > 0$ . Чтобы найти решение уравнения (1), применяем к (9) обратное преобразование Фурье. При этом к произведению  $\Gamma(s, t - \tau) F(s, \tau)$  мы применяем формулу свертки. Таким образом окончательно получим решение уравнения (1) в виде:

$$u(y, t) = \lambda \int_0^{\tau} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} R(y - \eta, t - \tau) f(\eta, \tau) d\eta + f(y, t), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} R(y - \eta, t - \tau) = & \frac{\pi}{2} \frac{(|\nu| - \nu)}{b^3 (\nu - 1)^2 (t - \tau)^{3/2}} \left[ 1 - \frac{(y - \eta)^2}{2b^2 (t - \tau)} \right] \exp \left[ -\frac{(y - \eta)^2}{4b^2 (t - \tau)} \right] + \\ & + \frac{(\nu + 1)^2}{(t - \tau)^{3/2}} \int_0^{\infty} \frac{z^2}{(z^2 + a_1^2)^{3/2} (z^2 + a_2^2)^{1/2} (\nu^2 z^2 + a_2^2)} \left[ 1 - \frac{(y - \eta)^2}{2a^2(z) (t - \tau)} \right] \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{(y - \eta)^2}{4a^2(z) (t - \tau)} \right] dz. \end{aligned} \quad (19)$$

Легко проверить, что  $R(y - \eta, t - \tau)$  удовлетворяет уравнениям резольвенты.

Класс функций  $f(y, t)$ , удовлетворяющих неравенствам

$$t^{\alpha} |f(y, t)| \leq c_1 e^{c|y|^p}, \quad (20)$$

$$t^{\alpha} |f(y_1, t) - f(y_2, t)| \leq c_3 e^{c_2 \bar{y}^p} |y_1 - y_2|^{\alpha} \quad (0 < \alpha \leq 1),$$

где  $\bar{y} = \max(|y_1|, |y_2|)$ , обозначим через  $H_p$ .

Очевидно, что для любой функции  $f(y, t) \in H_p$  при  $p < 2$  интеграл в (9) существует, а при  $p = 2$  существует при малом значении  $t$ .

Непосредственной проверкой можно установить, что функция  $u(y, t)$ , определяемая формулой (18), удовлетворяет интегральному уравнению (1), если  $f(y, t) \in H_p$  ( $p \leq 2$ ).

Можно указать пример, где при  $\lambda \geq a_1(a_1 + a_2)/2\pi^{3/2}$  решение (1) не является обычной функцией, несмотря на то, что  $f(y, t) \in H_p$  ( $p \leq 2$ ).

Все эти результаты приводят нас к следующей теореме.

Теорема 3. Для того чтобы решение уравнения (1) при  $f(y, t) \in H_p$  ( $p \leq 2$ ) было обычной функцией, необходимо и достаточно, чтобы  $\lambda$  удовлетворяло неравенству (17).

Харьковский политехнический институт  
им. В. И. Ленина

Поступило  
4 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

И. М. Гельфанд, Г. Е. Шиллов, Усп. матем. наук, 8, в. 6, 3 (1953).

А. МАТУЗЯВИЧУС

# СЕКУЩИЕ ПОВЕРХНОСТИ ДВУКРАТНЫХ РАССЛОЕНИЙ

(Представлено академиком П. С. Александровым 20 X 1956)

Пусть  $\mathcal{P}_1 = \{P_1, p, B\}$  и  $\mathcal{P}_2 = \{P_2, p', P_1\}$  — два расслоенные пространства в смысле Серра <sup>(1)</sup>, причем базой в  $\mathcal{P}_1$  служит односвязный симплициальный комплекс  $B$ . Слои  $C_1 = p^{-1}(x_0)$  и  $C' = (p')^{-1}(*)$  (где  $x_0 \in B$ ,  $* \in C_1 \subset P_1$ ) предполагаются гомотопически простыми соответственно в размерностях  $r$  и  $(r-1)$ . Предположим, что над  $r$ -мерным остовом  $B'$  базисного пространства  $B$  в  $\mathcal{P}_1$  заданы две секущие поверхности  $\mathcal{S}_1$  и  $\mathcal{S}_2$ , которые совпадают над остовом  $B'^{-1}$ .

Отображение  $\mathcal{S}_i: B' \rightarrow P_1$  ( $i = 1, 2$ ) и расслоенное пространство  $\mathcal{P}_i$  индуцируют расслоенное пространство  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_i} = \{P_{\mathcal{S}_i}, B'\}$  с базой  $B'$ . Здесь  $P_{\mathcal{S}_i}$  есть подпространство прямого произведения  $B' \times P_2$ , состоящее из всех пар  $(x, g)$ , удовлетворяющих условию  $\mathcal{S}_i(x) = p'(g)$ , а проекция  $p_i$  определяется формулой  $p_i(x, g) = x$ .

Так как  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_1}$  и  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_2}$  совпадают над  $B'^{-1}$ , то всякую секущую поверхность  $\psi$ , заданную в  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_1}$  на  $B'^{-1}$ , можно рассматривать и как секущую поверхность в  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_2}$  на  $B'^{-1}$ . Будем предполагать расслоенные пространства  $\mathcal{P}_1$ ,  $\mathcal{P}_2$  и секущие поверхности  $\mathcal{S}_1$ ,  $\mathcal{S}_2$  такими, что в расслоенных пространствах  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_1}$  и  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_2}$  можно над всем  $(r-1)$ -мерным остовом  $B'^{-1}$  построить секущую поверхность. Фиксируем одну такую секущую поверхность (на  $B'^{-1}$ ) и будем ее в дальнейшем обозначать через  $\psi$ .

Обозначим через  $z_{1,\psi}^r$  и  $z_{2,\psi}^r$  препятствия к распространению секущей поверхности  $\psi$  в расслоенных пространствах  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_1}$  и  $\mathcal{P}_{\mathcal{S}_2}$ , а через  $Z_1^r$  и  $Z_2^r$  — классы контрагомологий \* этих препятствий. Здесь  $Z_1^r$  и  $Z_2^r$  суть элементы группы контрагомологий  $H^r(B', \pi^{r-1}(C'))$ .

Обозначим далее через  $d_{\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2}^r$  различающую контрацепь секущих поверхностей  $\mathcal{S}_1$  и  $\mathcal{S}_2$ . Эту контрацепь мы можем рассматривать как  $r$ -мерный контрацикл комплекса  $B'$ . Класс контрагомологий этого контрацикла обозначим через  $D_{\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2}^r$ ; этот класс является элементом группы  $H^r(B', \pi^r(C_1))$ .

Наконец, положим  $C_2 = (p')^{-1}(C_1)$  и обозначим отображение  $p'$ , рассматриваемое на  $C_2$ , снова через  $p'$ . Тогда  $\{C_2, p', C_1\}$  есть расслоенное пространство (часть расслоенного пространства  $\mathcal{P}_2$ ) со слоем  $C' = (p')^{-1}(*)$ .

\* Следуя предложению В. Г. Болтянского, мы будем пользоваться термином контрагомологии, вместо ранее применявшихся верхних гомотопий,  $\nabla$ -гомологий, так как этот термин больше соответствует природе рассматриваемого понятия. В соответствии с этим будем говорить о контрацепях, контрациклах и т. п.



Для этого расслоенного пространства можем написать точную гомотопическую последовательность

$$\dots \rightarrow \pi^r(C_2) \xrightarrow{p_*} \pi^r(C_1) \xrightarrow{\Delta} \pi^{r-1}(C') \rightarrow \pi^{r-1}(C_2) \rightarrow \dots, \quad (1)$$

где  $\Delta$  — граничный гомоморфизм. Этот гомоморфизм

$$\Delta: \pi^r(C_1) \rightarrow \pi^{r-1}(C')$$

орождает гомоморфизм групп контрагомологий

$$H^r(B^r, \pi^r(C_1)) \rightarrow H^r(B^r, \pi^{r-1}(C')),$$

который мы обозначим через  $\hat{\Delta}$ .

При высказанных условиях имеет место следующая теорема.

**Теорема.** *Классы контрагомологий  $Z_1^r, Z_2^r, D_{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2}^r$  связаны соотношением*

$$Z_1^r - Z_2^r = \hat{\Delta} D_{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2}^r. \quad (2)$$

Существенную роль в доказательстве этой теоремы играет следующая конструкция. Пусть  $\alpha$  — некоторый элемент гомотопической группы  $\pi^r(C_1)$  и  $f: S^r \rightarrow C_1$  — отображение ориентированной сферы  $S^r$ , переводящее некоторую точку  $y \in S^r$  в точку  $*$  и принадлежащее классу  $\alpha$ . Отображение  $f$  и расслоенное пространство  $\{C_2, p^r, C_1\}$  индуцируют новое расслоенное пространство с базой  $S^r$  и слоем  $C'$ . Обозначим через  $\beta \in H^r(S^r, \pi^{r-1}(C'))$  характеристический контрацикл (т. е. класс контрагомологий первого препятствия) этого расслоенного пространства, а через  $\gamma \in \pi^{r-1}(C')$  — индекс класса контрагомологий  $Z^r$  на ориентированной сфере  $S^r$ . Без труда устанавливается, что элемент  $\beta$  не зависит от случайностей построения и однозначно определяется элементом  $\alpha$ , так что можно положить  $\beta = \chi(\alpha)$ .

**Лемма.** *Определенное выше отображение*

$$\chi: \pi^r(C_1) \rightarrow \pi^{r-1}(C')$$

*совпадает с граничным гомоморфизмом  $\Delta$  точной последовательности (1).*

Наметим в основных чертах ход доказательства формулы (2). Пусть  $T^r$  — произвольный  $r$ -мерный ориентированный симплекс комплекса  $B$ ,  $T^+$  и  $T^-$  — два его одинаковых экземпляра, склеенных по краям. Сферу  $S^r = T^+ \cup T^-$  ориентируем согласовано с  $T^+$ . Отображение

$$\mathfrak{E}(x) = \begin{cases} \mathfrak{E}_1(x) & \text{при } x \in T^+, \\ \mathfrak{E}_2(x) & \text{при } x \in T^- \end{cases}$$

сферы  $S^r$  в  $P_1$  и пространство  $\mathcal{P}_2$  индуцируют над  $S^r$  расслоенное пространство  $\mathcal{P}_{\mathfrak{E}} = \{P_{\mathfrak{E}}, p, S^r\}$ , которое, очевидно, на  $T^+$  совпадает с частью пространства  $\mathcal{P}_{\mathfrak{E}_1}$  над  $T^r$ , а на  $T^-$  — с частью  $\mathcal{P}_{\mathfrak{E}_2}$  над  $T^r$ .

Пусть  $k_t'$  — деформация, соединяющая тождественное отображение  $k_0': T^r \rightarrow B$  с отображением  $k_1'$ , переводящим  $T^r$  в точку  $x_0$ . Положим  $k_t = k_t' \circ e$ , где  $e: S^r \rightarrow T^r$  тождественно отображает каждый из симплексов  $T^+, T^-$  на  $T^r$ . Из  $p \circ \mathfrak{E} = e = k_0$ , применяя условие существования стягивающей гомотопии к расслоенному пространству  $\mathcal{P}_1$ , найдем такую деформацию  $\mathfrak{E}^t$  отображения  $\mathfrak{E}^0 = \mathfrak{E}$ , что  $p \bullet \mathfrak{E}^t = k_t$ . Отображение  $\mathfrak{E}^1$  переводит сферу  $S^r$  в слой  $C_1$  и определяет элемент  $d_{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2}^r(T^r)$  группы  $\pi^r(C_1)$ , т. е. значение различающей  $d_{\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2}^r$  на симплексе  $T^r$ .

Отображение  $\mathfrak{S}^t: S^r \rightarrow P_1$  и расслоенное пространство  $\mathcal{P}_2$  индуцируют новое расслоенное пространство  $\mathcal{P}_{\mathfrak{S}^t} = \{P_{\mathfrak{S}^t}, p_t, S^r\}$ ; точками пространства  $P_{\mathfrak{S}^t}$  являются пары  $(x, g)$ ,  $x \in S^r$ ,  $g \in P_2$ , удовлетворяющие условию  $\mathfrak{S}^t(x) = p'(g)$ . Определим отображение  $h^t: P_{\mathfrak{S}^t} \rightarrow P_2$ , положив

$$h^t(x, g) = g.$$

Отображение  $\psi$  определено на всем остоле  $B^{r-1}$  и, в частности, на сфере  $S^{r-1} = T^r$ . Так как  $\mathcal{P}_{\mathfrak{S}_1} = \mathcal{P}_{\mathfrak{S}_2}$  на  $B^{r-1}$ , то отображение  $\psi$ , рассматриваемое на  $S^{r-1}$ , можно считать секущей поверхностью расслоенного пространства  $\mathcal{P}_{\mathfrak{S}_0}$ , заданной на  $S^{r-1}$ . Это отображение

$$S^{r-1} \rightarrow P_{\mathfrak{S}_0}$$

мы для удобства обозначим через  $\psi^0$ . Отображение

$$\varphi^0 = h^0 \circ \psi^0: S^{r-1} \rightarrow P_2$$

удовлетворяет, очевидно, условию

$$p' \circ \varphi^0 = \mathfrak{S}^0,$$

и по условию существования накрывающей гомотопии можно найти такое непрерывное семейство отображений

$$\varphi^t: S^{r-1} \rightarrow P_2,$$

что (на  $S^{r-1}$ )

$$p' \circ \varphi^t = \mathfrak{S}^t.$$

Положим теперь

$$\psi^t(x) = (\lambda, \varphi^t(x)), \quad x \in S^{r-1},$$

получаем секущую поверхность  $\psi^t$  расслоенного пространства  $P_{\mathfrak{S}^t}$ , заданную над  $S^{r-1}$ . В частности, получаем секущую поверхность

$$\psi^1: S^{r-1} \rightarrow P_{\mathfrak{S}_1}.$$

Препятствие (в расслоенном пространстве  $\mathcal{P}_{\mathfrak{S}_1}$ ) к распространению этой секущей поверхности имеет на клетках  $T^+$  и  $T^-$  (ориентированных так же, как  $T^r$ ) некоторые значения  $z^+$  и  $z^-$  (являющиеся элементами группы  $\pi^{r-1}(C')$ ; здесь предполагается, что отображение  $\mathfrak{S}^1$  переводит некоторую точку сферы  $S^{r-1}$  в точку  $*$ , что не ограничивает общности). Согласно лемме, сформулированной выше, мы имеем

$$z^+ - z^- = \Delta d'_{\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2}(T^r). \quad (3)$$

Нетрудно показать (строя соединяющую деформацию, зависящую от двух параметров), что элементы  $z^+$  и  $z^-$  не зависят от выбора вспомогательных деформаций  $k'_t$ ,  $\mathfrak{S}^t$  и  $\varphi^t$ , а однозначно определяются выбором секущих поверхностей  $\mathfrak{S}_1$ ,  $\mathfrak{S}_2$ ,  $\psi$  и ориентированного симплекса  $T^r$ . Выбирая же вспомогательные деформации специальным образом, нетрудно убедиться в том, что

$$z^+ = z'_{1, \psi}(T^r), \quad z^- = z'_{2, \psi}(T^r). \quad (4)$$

Из (3), (4) и вытекает формула (2).

Рассмотрим некоторые частные случаи доказанной теоремы.

Пусть  $\mathcal{P}_1 = \{P_1, p_1, B, C_1, \mathcal{S}\}$  и  $\mathcal{P}'_2 = \{P_2, p_2, B, C_2, \mathcal{S}\}$  — два косых произведения  $(^2)$  с одними и теми же координатными преобразованиями.

в которых служит один и тот же односвязный симплицальный комплекс  $B$ ; слои имеют вид  $C_1 = \mathcal{G}/\Gamma_1$ ,  $C_2 = \mathcal{G}/\Gamma_2$ , где  $\mathcal{G}$  — транзитивная группа бразований слоев  $C_1, C_2$ , а  $\Gamma_1, \Gamma_2$  — такие стабильные подгруппы  $\mathcal{G}$ , имеет место включение  $\mathcal{G} \supset \Gamma_1 \supset \Gamma_2$ .

Возникает естественное отображение  $p'$  (по включению):

$$p': C_2 = \mathcal{G}/\Gamma_2 \rightarrow C_1 = \mathcal{G}/\Gamma_1,$$

следствие совпадения координатных преобразований, отображение

$$p': P_2 \rightarrow P_1.$$

Если подгруппа  $\Gamma_2$  обладает локальной секущей поверхностью, то это отображение дает новое косое произведение со слоем  $C' = \Gamma_1/\Gamma_2$ . Если положить на пространства  $B, C_1, C'$  те же ограничения, что и прежде, будут осуществлены условия применимости доказанной выше теоремы. В этом случае гомоморфизм  $\Delta$  точной последовательности (1) можно вписать в следующую коммутативную диаграмму, облегчающую его рассмотрение:

$$\begin{array}{ccc} \pi^r(\mathcal{G}, \Gamma_1) \xrightarrow{p_*} \pi^r(\mathcal{G}/\Gamma_1) & & \\ \partial \downarrow & \Delta \downarrow & \searrow (p'_*)^{-1} \\ \pi^{r-1}(\Gamma_1) \xrightarrow{\bar{p}_*} \pi^{r-1}(\Gamma_1/\Gamma_2) & & \nearrow \partial \\ & & \pi^r(\mathcal{G}/\Gamma_2, \Gamma_1/\Gamma_2). \end{array} \quad (5)$$

Рассмотрим пример.

Пусть  $\mathcal{P}_1 = \{P_1, p_1, M^n, C_1, \mathcal{G}\}$ ,  $\mathcal{P}'_2 = \{P_2, p_2, M^n, C_2, \mathcal{G}\}$  — косых произведения, базой которых служит риманово  $n$ -мерное многообразие  $M^n$ , ориентированное и триангулированное, а пространства  $P_1$  и  $P_2$  состоят из всех  $k$ -реперов, соответственно  $(k+1)$ -реперов, касательных к многообразию  $M^n$ . Слоем  $C_1$  в  $\mathcal{P}_1$  служит штильевское многообразие  $C_1 = V_{n,k} = SO(n)/SO(r)$  ( $k = n - r$ ), слоем  $C_2$  в  $\mathcal{P}'_2$  служит  $C_2 = V_{n,k+1} = SO(n)/SO(r-1)$ . Ясно, что такие слои и группа  $\mathcal{G} = SO(n)$  удовлетворяют требуемым условиям. Так как  $SO(n) \supset SO(r) \supset SO(r-1)$ , то возникает естественное отображение (отбрасывание последнего вектора репера)

$$p': C_2 = V_{n,k+1} \rightarrow C_1 = V_{n,k}.$$

Получим косое произведение

$$\mathcal{P}_2 = \{V_{n,k+1}, p', V_{n,k}, S^{r-1}, SO(r)/SO(r-1)\}.$$

В силу тривиальности групп  $\pi^s(S^{r-1})$  при  $s < r-1$  можем построить такую поверхность  $\psi$  над  $B^{r-1}$  в  $\mathcal{P}_{\mathcal{G}_i}$ .

В данном случае нетрудно вычислить гомоморфизмы  $\partial, \bar{p}_*$  с помощью ультратов вычисления групп  $\pi^r(V_{n,k})$ .

Пользуясь случаем выразить благодарность В. Г. Болтянскому, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
19 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> J. P. Serre, Ann. Math., 54, 425 (1951). <sup>2</sup> В. Г. Болтянский, Изв. АН СССР, матем., 20, 99 (1956). <sup>3</sup> Н. Стиррод, Топология косых произведений, ИЛ, 1953.



В. А. РОХЛИН

## О ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ КЛАССАХ ПОНТРЯГИНА

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 15 XI 1956)

1. Формулировка теоремы. Пусть  $M^n$  — гладкое компактное ориентируемое многообразие;  $k$  — натуральное число такое, что  $4k \leq n$ , и  $\chi$  — функция целочисленного аргумента  $i = 1, \dots, n$ , определяемая формулой  $\chi(1) = \dots = \chi(2k) = 2$ ,  $\chi(2k+1) = \dots = \chi(n) = 0$ . По Понтрягину <sup>(1, 2)</sup> функции  $\chi$  отвечает  $4k$ -мерный целочисленный характеристический класс  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^n$ , который мы будем обозначать через  $P_{4k}(M^n)$ . Только классы  $P_{4k}$  мы, в соответствии с терминологией, сложившейся за последние годы, и будем называть характеристическими классами Понтрягина. Все остальные характеристические классы, определенные Понтрягиным в работах <sup>(1, 2)</sup>, выражаются при помощи хорошо известных гомологических операций через классы  $P_{4k}$  и характеристические классы Штифеля — Уитнея.

Как доказали еще в 1950 г. Том <sup>(3)</sup> и Ву <sup>(4)</sup>, классы Штифеля — Уитнея являются топологическими инвариантами многообразия (т. е. не зависят от его гладкой структуры) и даже могут быть выражены через его гомологические инварианты. В противоположность этому топологическая инвариантность классов Понтрягина не доказана до сих пор. Представляет собою в настоящее время одну из наиболее актуальных топологических проблем. Имеются лишь частичные результаты. Так Ву <sup>(5)</sup> доказал топологическую инвариантность классов  $P_{4k}$ , приведенных по модулям 3 и 4.

Единственный класс Понтрягина, топологическая инвариантность которого полностью доказана, есть класс  $P_4(M^4)$  четырехмерного многообразия  $M^4$ : класс этот был выражен мною <sup>(6)</sup> и Томом <sup>(7, 8)</sup> через инварианты кольца  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^4$ . Вот точная формулировка этой теоремы.

Обозначим для  $k = 1, 2, \dots$  через  $\sigma(M^{4k})$  сигнатуру квадратичной формы, определяемой умножением Колмогорова—Александера на  $2k$ -мерной группе действительных  $\nabla$ -гомологий ориентированного многообразия  $M^{4k}$  и через  $\Sigma_{4k}(M^{4k})$  — тот  $4k$ -мерный класс целочисленных  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^{4k}$ , индекс которого при любой ориентации  $M^{4k}$  равен  $\sigma(M^{4k})$ . Оказывается, что  $P_4(M^4) = 3 \Sigma_4(M^4)$ .

Это частный случай следующей более общей теоремы, вытекающей из результатов Тома <sup>(8)</sup>:

Для каждого  $k = 1, 2, \dots$  существуют такой полином  $\varphi_k(x_1, \dots, x_k)$  с целыми коэффициентами и такое натуральное число  $\alpha_k$ , что в кольце целочисленных  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^{4k}$

$$\alpha_k \Sigma_{4k}(M^{4k}) = \varphi_k(P_4, \dots, P_{4k}).$$

Подробности о  $\varphi_k$  и  $\alpha_k$  см. у Хирцебруха <sup>(9)</sup>; мы заметим только, что  $\varphi_k$  и  $\alpha_k$  однозначно определяются условием взаимной простоты  $\alpha_k$

коэффициентами  $\varphi_k$  и что коэффициент  $\beta_k$ , с которым  $x_k$  входит в  $\varphi_k$ , отличен от нуля. Согласно предыдущему,  $\varphi_1(x_1) = x_1$ ,  $\alpha_1 = 3$ . Обозначим через  $p_{4k}(M^n)$  класс слабых  $\nabla$ -гомологий, отвечающий классу  $p_{4k}(M^n)$ . Приведенными характеристическими классами  $p_{4k}$  мы и будем пользоваться. Рассмотрим  $4k$ -мерный класс  $s_{4k}(M^n) = \varphi_k(p_4, \dots, p_{4k})$ . Так как  $\beta_j \neq 0$  ( $j = 1, \dots, k$ ), то класс  $p_{4k}$  в свою очередь определяется классами  $s_4, \dots, s_{4k}$ , и для доказательства топологической инвариантности классов  $p_{4k}$  достаточно доказать топологическую инвариантность классов  $s_{4k}$ . Из формулы (1) следует, что

$$s_{4k}(M^{4k}) = \alpha_k \Sigma_{4k}(M^{4k}), \quad (2)$$

что при  $n = 4k$  класс  $s_{4k}(M^n)$  топологически инвариантен. Главный результат настоящей работы состоит в том, что класс  $s_{4k}(M^n)$  топологически инвариантен и при  $n = 4k + 1$ . В частности, приведенный Грегинский класс  $p_4(M^5)$  пятимерного многообразия  $M^5$  топологически инвариантен. Класс этот, однако, уже не может быть выражен через инварианты кольца  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^5$ .

2. Доказательство топологической инвариантности класса  $s_{4k}(M^{4k+1})$ . Пусть  $M^{4k+1}$  и  $M_1^{4k+1}$  — гладкие компактные ориентированные многообразия, совпадающие как топологические многообразия. Мы должны доказать, что

$$s_{4k}(M^{4k+1}) = s_{4k}(M_1^{4k+1}).$$

Для этого покажем, что, каков бы ни был  $4k$ -мерный класс  $u^{4k}$  целочисленных  $\Delta$ -гомологий многообразия  $M^{4k+1}$ , скалярные произведения  $(M^{4k+1}, u^{4k})$  и  $(s_{4k}(M_1^{4k+1}), u^{4k})$  совпадают.

Пусть  $V^{4k}$  — ориентированное подмногообразие гладкого многообразия  $M^{4k+1}$ , принадлежащее к классу  $u^{4k}$ ;  $v^{4k}$  — его основной  $\Delta$ -класс;  $i$  — вложение  $V^{4k}$  в  $M^{4k+1}$  и  $i^*$ ,  $i_*$  — соответствующие гомоморфизмы групп  $\nabla$ - и  $\Delta$ -гомологий, так что  $i_* v^{4k} = u^{4k}$ . Как легко проверить,

$$i^*[p_{4j}(M^{4k+1})] = p_{4j}(V^{4k}) \quad (j = 1, \dots, k).$$

Следовательно,

$$i^*[s_{4k}(M^{4k+1})] = s_{4k}(V^{4k})$$

$$(s_{4k}(M^{4k+1}), u^{4k}) = (i^*[s_{4k}(M^{4k+1})], v^{4k}) = (s_{4k}(V^{4k}), v^{4k}), \quad (3)$$

е.

$$(s_{4k}(M^{4k+1}), u^{4k}) = \alpha_k \sigma(V^{4k})$$

(2)). Подобным же образом, если  $V_1^{4k}$  — ориентированное подмногообразие гладкого многообразия  $M_1^{4k+1}$ , принадлежащее к классу  $u^{4k}$ , то  $(M_1^{4k+1}, u^{4k}) = \alpha_k \sigma(V_1^{4k})$ , и доказательству подлежит равенство  $\sigma(V^{4k}) = \sigma(V_1^{4k})$ .

Введем в  $M^{4k+1}$  риманову метрику и построим правильную окрестность подмногообразия  $V^{4k}$ , составленную из попарно непересекающихся геодезических нормалей.  $V^{4k}$  делит эту окрестность на две части, и мы выберем  $V_1^{4k}$  внутри одной из них. Тогда  $V^{4k}$  и  $V_1^{4k}$  будут ограничивать окрестность в указанной окрестности ориентированное (быть может не

гладкое) многообразие с краем, вследствие чего должно быть  $\sigma(V^{4k}) = \sigma(V^{4k})^{(10)}$ .

**З а м е ч а н и е.** Как известно, определение характеристических  $\nabla$ -классов Понтрягина переносится на неориентируемые многообразия. Переход к ориентируемым двуслойным накрывающим показывает, что классы  $s_{4k}(M^{4k+1})$  остаются при этом топологически инвариантными.

3. Класс  $p_4$  и кольцо  $\nabla$ -гомологий многообразия. Покажем, что при  $n > 4$  класс  $p_4(M^n)$  не определяется кольцом  $\nabla$ -гомологий многообразия  $M^n$ .

Пусть  $Q^4$  — комплексная проективная плоскость с однородными координатами  $\xi, \eta, \zeta$  и пусть  $\tau$  — преобразование, переводящее точку  $(\xi, \eta, \zeta) \in Q^4$  в точку  $(\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta})$  с комплексно сопряженными координатами. Возьмем прямое произведение  $Q^4 \times [0, 1]$  многообразия  $Q^4$  на отрезок  $[0, 1]$ , склеив края  $Q^4 \times 0$  и  $Q^4 \times 1$ , отождествив точки  $q \times 0$  и  $\tau(q) \times 1$  ( $q \in Q^4$ ), обозначим полученное гладкое компактное ориентируемое многообразие через  $V^5$ . Впервые оно было рассмотрено Ву<sup>(4)</sup>. Группы целочисленных  $\nabla$ -гомологий размерностей 0, 1, 4, 5 многообразия  $V^5$  суть свободные циклические группы, двумерная группа тривиальна, трехмерная имеет порядок 2. Таблицу умножения образующих  $u_0, u_1, u_3, u_4, u_5$  указанных групп можно представить в виде:

$$u_1 \cup u_4 = u_4 \cup u_1 = u_5, \quad u_i \cup u_0 = u_0 \cup u_i = u_i \quad (i = 0, 1, 3, 4, 5);$$

остальные произведения равны нулю.

Положим

$$A(u_1) = -u_1; \quad A(u_4) = -u_4; \quad A(u_i) = u_i \quad (i = 0, 3, 5).$$

Сопоставляя эти формулы с таблицей умножения образующих, мы видим, что они определяют некоторый автоморфизм  $A$  кольца  $H(V^5)$  целочисленных  $\nabla$ -гомологий многообразия  $V^5$ . При этом  $P_4(V^5) = \pm 3u_4$ ,  $A(P_4(V^5)) = -P_4(V^5) \neq P_4(V^5)$ , так что  $P_4(V^5)$  не определяется кольцом  $H(V^5)$ . Не определяется  $P_4(V^5)$  и полным кольцом  $\nabla$ -гомологий, охватывающим все модульные кольца  $H(V^5, m)$  ( $m = 2, 3, \dots$ ), так как преобразования индуцируемые автоморфизмом  $A$  в этих кольцах, также суть автоморфизмы. Поскольку четырехмерные кручения отсутствуют, то же справедливо и для приведенного класса  $p_4(V^5)$ .

Чтобы получить подобный же пример при  $n > 5$ , достаточно заменить многообразие  $V^5$  его прямым произведением на тор размерности  $n - 5$ .

4. Некоторые свойства классов  $s_{4k}(M^{4k+1})$ . Формула (3) позволяет перенести ряд теорем, известных для классов  $s_{4k}(M^{1k})$ , на классы  $s_{4k}(M^{4k+1})$ . Например, согласно формуле (2), класс  $s_{4k}(M^{4k+1})$  делится на  $\alpha_k$ . Сопоставляя этот факт с формулой (3), мы видим, что класс  $s_{4k}(M^{4k+1})$  делится на  $\alpha_k$ . В частности,  $p_4(M^5)$  делится на 3 — теорема, вытекающая также из результатов Ву<sup>(5)</sup>.

Вот более глубокая теорема о пятимерных многообразиях. Обозначим через  $\omega_2(M^n)$  двумерный характеристический  $\nabla$ -класс Штифеля — Уитни многообразия  $M^n$ . Согласно результатам моей работы<sup>(6)</sup>, если  $\omega_2(M^4) = 0$ , то  $p_4(M^4)$  делится на 48. Из формулы (3) нетрудно вывести, что то же справедливо и для пятимерных многообразий: если  $\omega_2(M^5) = 0$ , то  $p_4(M^5)$  делится на 48. Действительно, в обозначениях § 2

$$\omega_2(V^4) = i^* \omega_2(M^5) = 0;$$



педовательно,  $p_4(V^4)$  делится на 48 и, согласно формуле (3),  $p_4(M^5)$  также делится на 48.

Ивановский государственный  
педагогический институт

Поступило  
26 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. С. Понтрягин, Матем. сборн., **21**, 233 (1947). <sup>2</sup> Л. С. Понтрягин, Матем. сборн., **24**, 129 (1949). <sup>3</sup> R. Thom, C. R., **230**, 507 (1950). <sup>4</sup> Wu Wen-tsün, C. R., **230**, 508 (1950). <sup>5</sup> Wu Wen-tsün, Acta Math. Sinica, **3**, 291 (1953); **4**, 71 (1954); **4**, 323 (1954); **5**, 37 (1955); **5**, 401 (1955). <sup>6</sup> В. А. Похлин, ДАН, **84**, 221 (1952). <sup>7</sup> R. Thom, C. R., **236**, 1733 (1953). <sup>8</sup> R. Thom, Comm. Math. Helv., **28**, 7 (1954). <sup>9</sup> F. Hirzebruch, Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie, Berlin, 1956. <sup>10</sup> R. Thom, Ann. Sci. École Norm. Sup., **69**, 109 (1952).

Г. Г. ШЛИОНСКИЙ

## ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ В ТЕОРИИ ОДНОЛИСТНЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 13 X 1956)

§ 1. Пусть  $G$  — некоторая конечносвязная область,  $e$  — замкнутое множество,  $e \subset G$ .

Обозначим через  $\mathcal{M}_G$  семейство функций, регулярных в области  $G$  за исключением, быть может, конечного числа полюсов; через  $\mathcal{R}_G$  — семейство функций, регулярных в  $G$ ; через  $K_e$  — некоторый класс функций, регулярных в  $G$ , за исключением, быть может, конечного числа полюсов в  $e$ .

Пусть на  $K_e$  определен некоторый вещественный функционал  $\Phi[f]$ . Если существует такая функция  $f_0 \in K_e$ , что  $\Phi[f] \leq \Phi[f_0]$  (максимум) или  $\Phi[f] \geq \Phi[f_0]$  (минимум) для всех  $f \in K_e$ , то функцию  $f_0$  будем называть экстремальной функцией 1-рода для функционала  $\Phi[f]$  на  $K_e$ .

Пусть на  $K_e$  определены функционалы  $\Phi_1[f], \dots, \Phi_n[f]$  ( $n \geq 1$ ) (комплексные или вещественные). Рассмотрим в  $n$ -мерном векторном пространстве  $C_n$  (вещественном или комплексном) вектор  $\vec{\Phi}[f]$ , компонентами которого являются  $\Phi_1[f], \dots, \Phi_n[f]$ . Будем называть  $\vec{\Phi}[f]$  функционалом\*. Функционал  $\vec{\Phi}[f]$  определен, таким образом, на  $K_e$ , множество элементов  $C_n$ , которое принимает  $\vec{\Phi}[f]$  на всем классе  $K_e$ , назовем областью изменения  $\vec{\Phi}[f]$  на  $K_e$  и обозначим через  $\{\vec{\Phi}[f]\}_{K_e}$  или  $\{(\Phi_1[f], \dots, \Phi_n[f])\}_{K_e}$ . Введем в  $C_n$  все обычные определения теории множеств. Если существует такая функция  $f_0 \in K_e$ , что  $\vec{\Phi}[f_0]$  является граничным вектором области изменения  $\{\vec{\Phi}[f]\}_{K_e}$ , то функцию  $f_0$  будем называть граничной функцией или экстремальной функцией 2-го рода.

§ 2. Рассмотрим функционалы, определенные на  $\mathcal{M}_G$ , принимающие конечные значения на  $K_e$  и слабо дифференцируемые на  $K_e$ , т. е. для любой пары функций  $f$  и  $h$  ( $f \in K_e, h \in \mathcal{M}_G$ ) существует конечный или бесконечный предел ( $\lambda$  вещественно)  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{1}{\lambda} \{\Phi[f + \lambda h] - \Phi[f]\}$ ; этот предел, зависящий от  $f$  и  $h$ , называется функциональной производной.

Введем следующие определения:

1. Вещественный функционал  $\Phi[f]$  называется функционалом типа  $A_{K_e}$ , если его функциональная производная равна  $\operatorname{Re} D_f^{(\Phi)}[h]$ , где  $D_f^{(\Phi)}[h]$  — комплексный функционал, дистрибутивный относительно  $h \in \mathcal{M}_G$  и принимающий для  $h \in \mathcal{R}_G$  только конечные значения.

\* В обычной терминологии, вообще говоря,  $\vec{\Phi}[f]$  — оператор.

Вещественный функционал типа  $A_{K_e}$  называется функционалом  $A_{K_e}^l$ , если  $D_f^{(\Phi)}[h]$  — непрерывный относительно  $h \in \mathcal{N}_G^*$  и  $\varphi(z) = D_f^{(\Phi)}\left[\frac{1}{\bar{z}-z}\right]$ ,  $\zeta \in G$ , есть рациональная функция, имеющая по-  
 — только в  $G$  порядка  $\leq l$  и хотя бы один полюс порядка  $l$ .

— 4. Комплексный функционал называется функционалом типа  $(\text{соотв. типа } B_{K_e}^l)$ , если его функциональная производная равна  $[h]$ , обладающему теми же свойствами, что и в 1 (соотв. в 2).

3. Приведем важный пример функционалов типа  $B_{K_e}^l$ . Пусть  $\Phi_k[f] =$

$a_{k\nu}^{(l_k)} f^{(l_k)}(z_{k\nu})$ ,  $z_{k\nu} \in G - e$ ,  $k = 1, \dots, n$ . Тогда функционал  $\Phi[f] =$

$(\Phi_1[f], \dots, \Phi_n[f])$  есть функционал типа  $B_{K_e}^l$ , если  $F(\omega_1, \dots, \omega_n)$  —  
 — функция, определенная при всех значениях своих  $n$  комплексных  
 — переменных, регулярная в открытой области, содержащей  $\{\Phi[f]\}_{K_e}$ , и  
 — обладающая в этой области неисчезающим градиентом.

При этом

$$D_f^{(\Phi)}[h] = \sum_{k=1}^n \alpha_k[f] \sum_{\nu=1}^{p_k} a_{k\nu}^{(l_k)} h^{(l_k)}(z_{k\nu}),$$

$$\alpha_k[f] = \frac{\partial}{\partial \omega_k} F(\omega_1, \dots, \omega_n) |_{(\omega_1, \dots, \omega_n) = (\Phi_1[f], \dots, \Phi_n[f])}, \quad k = 1, \dots, n.$$

§ 4. Вариационным методом <sup>(1)</sup> могут быть исследованы свойства  
 — экстремальных функций как 1-го, так и 2-го рода для функционалов,  
 — определенных в § 2, на разных классах однолистных функций.

Возьмем, например, в качестве  $G$  единичный круг  $|z| < 1$ , а в ка-  
 — честве  $K_e$  — класс  $S$ , функций  $f(z) = z + c_2 z^2 + \dots$ , регулярных и одно-  
 — листных в  $|z| < 1$ .

Теорема 1. Если  $f$  — экстремальная функция 1-го рода для функ-  
 — ционала  $\Phi[f]$  типа  $A_S$  на  $S$ , то  $f$  удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} & \left( \frac{zf'(z)}{f(z)} \right)^2 D_f^{(\Phi)} \left[ \frac{f(\zeta)^2}{f(\zeta) - f(z)} \right] = \\ & = \frac{1}{2} D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) + \zeta f'(\zeta) \frac{\zeta + z}{\zeta - z} \right] + \frac{1}{2} \overline{D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) + \zeta f'(\zeta) \frac{\zeta + 1/\bar{z}}{\zeta - 1/\bar{z}} \right]}. \end{aligned} \quad (1)$$

Правая часть (1) вещественна на  $|z| = 1$  и  $\leq 0$  (в случае максимума)  
 —  $\geq 0$  (в случае минимума).

Теорема 2. Если при условиях теоремы 1 функционал  $\Phi[f]$  — типа  
 —  $(l > 2 \text{ для случая, когда } \varphi(z) = D_{f_s}^{(\Phi)}\left[\frac{1}{\bar{\zeta}-z}\right] \text{ имеет полюс порядка } l$   
 — только при  $z = 0$ ), то  $f$  отображает  $|z| < 1$  на всю плоскость с раз-  
 — ными по конечному числу аналитических кривых, являющихся при над-  
 — бавном выборе вещественного параметра  $\tau$  интегральными кривыми  
 — дифференциального уравнения

$$\left( \frac{dw}{d\tau} \right)^2 \frac{1}{w^2} D_f^{(\Phi)} \left[ \frac{f(\zeta)^2}{f(\zeta) - w} \right] = \pm 1 \quad (2)$$

— знак плюс в правой части (2) соответствует случаю максимума).

\* Определение непрерывности функционала на  $\mathcal{N}_G$  обычное; под сходимостью эле-  
 — ментов  $h_n \in \mathcal{N}_G$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , понимается равномерная сходимость  $h_1, h_2, \dots$  внутри  
 — области  $G$ .



§ 5. Известно (см, например, <sup>(1)</sup>), что каждой функции  $f(z) \in S$ , отображающей  $|z| < 1$  на всю плоскость с конечным числом аналитических разрывов, можно поставить в соответствие такую комплексную функцию  $K(t)$ ,  $|K(t)| = 1$ , непрерывную при всех  $t$ ,  $0 \leq t < \infty$ , за исключением конечного числа точек  $t = t_1, \dots, t_m$ , что  $f(z) = \lim_{t \rightarrow 0} e^{tf}(z, t)$ , где

$f(z, t)$  — решение дифференциального уравнения  $\frac{\partial f}{\partial t} = -f \frac{1+K(t)f}{1-K(t)f}$  с начальным условием  $f|_{t=0} = z$ .

Теорема 3. При условиях теоремы 2 экстремальная функция  $w = f(z)$  удовлетворяет при любом  $t$ ,  $0 \leq t < \infty$ , уравнению

$$\begin{aligned} & \left( \frac{zf'(z)}{f(z)} \right)^2 \left( \frac{f(z, t)}{zf'(z, t)} \right)^2 D_f^{(\Phi)} \left[ \frac{f(\zeta)^2}{f(\zeta) - f(z)} \right] = \\ & = \frac{1}{2} D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) + \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{f(\zeta, t) + f(z, t)}{f(\zeta, t) - f(z, t)} \right] + \\ & + \frac{1}{2} D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) + \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{f(\zeta, t) + \frac{1}{\overline{f(z, t)}}}{f(\zeta, t) + \frac{1}{\overline{f(z, t)}}} \right]. \end{aligned}$$

При всех  $t$  правая часть (3) вещественна и  $\leq 0$  (или, соотв.,  $\geq 0$ ) при таких  $z$ , что  $|f(z, t)| = 1$ .

Кроме того, выполняются соотношения:

$$\operatorname{Re} D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) - \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{1+K(t)f(\zeta, t)}{1-K(t)f(\zeta, t)} \right] = 0; \quad (4)$$

$$\operatorname{Re} D_f^{(\Phi)} \left[ f(\zeta) - \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{1+xf(\zeta, t)}{1-xf(\zeta, t)} \right] \begin{cases} \leq 0 & (\text{максимум}), \\ \geq 0 & (\text{минимум}), \end{cases} \quad (5)$$

где  $0 \leq t < \infty$ ,  $x$  — любое из круга  $|x| < 1$ . Функция  $K(t) = e^{i\vartheta(t)}$  имеет производные всех порядков при  $t$ ,  $0 \leq t < \infty$ ,  $t \neq t_1, \dots, t_m$ . При этом

$$\frac{d\vartheta}{dt} = - \frac{\operatorname{Im} D_f^{(\Phi)} \left[ \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{2K(t)^2 f(\zeta, t)^2}{(1-K(t)f(\zeta, t))^2} \right]}{\operatorname{Re} D_f^{(\Phi)} \left[ \frac{f(\zeta, t)}{f'(\zeta, t)} f'(\zeta) \frac{K(t)f(\zeta, t)(1+K(t)f(\zeta, t))}{(1-K(t)f(\zeta, t))^3} \right]}. \quad (6)$$

§ 6. Аналогичные результаты получаются и для экстремальных функций 2-го рода.

Ленинградский государственный университет  
им. А. А. Жданова

Поступило  
11 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. М. Голузин, Геометрическая теория функций комплексного переменного, 1952

Ю. И. ЯНОВ

# О МАТРИЧНЫХ СХЕМАХ

(Представлено академиком М. В. Келдышем 6 X 1956)

Рассматриваются конечные множества объектов  $A_1, \dots, A_n$ , которые мы будем называть операторами, и двузначных (логических) переменных  $p_1, \dots, p_k$ , принимающих значения 0 и 1.

Обозначим через  $\Delta_1, \dots, \Delta_{2k}$  всевозможные наборы значений переменных  $p_1, \dots, p_k$ . Будем говорить, что задан порядок выполнения операторов  $A_1, \dots, A_n$  в зависимости от значений логических переменных  $p_1, \dots, p_k$ , если заданы  $n+1$  функций вида  $N_i(s) = j$ , где  $i = 0, 1, \dots, n$ ;  $j = 1, 2, \dots, 2^k$ ;  $1 \leq j \leq n+1$ . Тем самым для каждой последовательности наборов

$$\Delta_{s_1}, \Delta_{s_2}, \dots, \Delta_{s_m}, \Delta_{s_{m+1}}, \dots \quad (1)$$

предельна последовательность операторов (конечная или бесконечная):

$$A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_m}, A_{i_{m+1}}, \dots, \quad (2)$$

где  $i_{l+1} = N_{i_l}(s_{l+1})$  ( $l = 0, 1, 2, \dots$ ;  $i_0 = 0$ ); при этом, если для некоторого  $l$   $i_l = N_{i_{l-1}}(s_l) \neq n+1$ , то последовательность (2) обрывается на  $l-1$ -м члене.

Всякий порядок выполнения операторов  $A_1, \dots, A_n$  в зависимости от значений переменных  $p_1, \dots, p_k$  можно записать в виде матрицы

$$\begin{array}{c|cccc} & A_1 & A_2 & \dots & A_n \\ \hline A_0 & \alpha_{01} & \alpha_{02} & \dots & \alpha_{0n} \\ A_1 & \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_n & \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{array} \quad (3)$$

где  $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(p_1, \dots, p_k)$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, n$ ) — определенные логические функции переменных  $p_1, \dots, p_k$ , причем под  $A_0$  условимся понимать пустой оператор, символизирующий начало процесса. Матрицы вида (3), а также полученные из них вычеркиванием или перестановкой некоторых строк или столбцов, будем сокращенно обозначать через

$$A_i | \alpha_{ij}.$$

Настоящая работа посвящена изучению матриц, задающих порядок выполнения операторов, и применению их в теории схем программ (с. п.).

Определение 1. Рассмотрим произвольную матрицу  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k) \equiv$

$A_i | \alpha_{ij}$ . Значением матрицы  $\mathfrak{A}$  для последовательности наборов (1) назовем строчку операторов, полученную в результате следующего процесса. 1-й шаг: просматриваем значения элементов  $\alpha_{0j}$  ( $j = 1, \dots, n$ ) 0-й строки\*

\* То есть строки, в которой стоит оператор  $A_0$ . Вообще, мы не будем различать матрицы, отличающиеся только порядком расположения строк и столбцов, поэтому всегда строкам и столбцам мы будем приписывать номера стоящих в них операторов, независимо от их расположения в матрице.

при наборе  $\Delta_{s_1}$  и выписываем один из тех операторов, например  $A_{i_1}$ , для которого  $\alpha_{0i_1}(\Delta_{s_1}) = 1$ . Пусть проделаны  $m$  шагов, причем на  $m$ -м шаге был выписан оператор  $A_{i_m}$ . Тогда на  $(m+1)$ -м шаге просматриваем значения элементов  $i_m$ -й строки при наборе  $\Delta_{s_{m+1}}$  и выписываем оператор  $A_{i_{m+1}}$ , для которого  $\alpha_{i_m i_{m+1}}(\Delta_{s_{m+1}}) = 1$ . Процесс обрывается, если все элементы просматриваемой строки при данном наборе имеют значение 0 или если строки с нужным номером в матрице нет.

Определение 2. Последовательность наборов (1) назовем допустимой для матрицы  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k)$  при распределении сдвигов

$$A_i - \mathfrak{P}_i \subset \{p_1, \dots, p_k\}^*, \quad (4)$$

если для этой последовательности найдется такое значение  $A_{i_1}, \dots, A_{i_m}, A_{i_{m+1}}, \dots$  (2) матрицы  $\mathfrak{A}$ , что для любого  $m = 1, 2, \dots$  набор  $\Delta_{s_{m+1}}$  отличается от набора  $\Delta_{s_m}$  значениями переменных только из  $\mathfrak{P}_{i_m}$ . При этом, если значение (2) конечно и  $A_{i_r}$  — его последний оператор, то наборы  $\Delta_{s_{r+2}}, \Delta_{s_{r+3}}, \dots$  произвольны.

Определение 3. Матрицу  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k)$  при распределении сдвигов (4) назовем матричной схемой (м. с.), если для каждой допустимой последовательности она имеет только одно значение (быть может пустое).

Эффективное определение м. с. можно получить с помощью следующего аппарата. Рассмотрим для матрицы  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k, A_1, \dots, A_n) \equiv \overline{A_i | \alpha_{ij}}$  при распределении сдвигов (4) следующую систему функций алгебры логики:

$$\alpha_i^0 = \alpha_{0i}, \quad \beta_i^0 = \max_{\mathfrak{P}_i} \alpha_i^0 \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$\alpha_i^{\gamma+1} = \alpha_i^\gamma \bigvee \bigvee_{j=1; j \neq i}^n \beta_j^\gamma \alpha_{ji}, \quad \beta_i^{\gamma+1} = \max_{\mathfrak{P}_i} \alpha_i^{\gamma+1} \quad (\gamma = 0, 1, 2, \dots)$$

Ясно, что с возрастанием  $\gamma$  функции  $\alpha_i^\gamma$  и  $\beta_i^\gamma$  не убывают, т. е.  $\alpha_i^\gamma \rightarrow \alpha_i^{\gamma+1}$ ,  $\beta_i^\gamma \rightarrow \beta_i^{\gamma+1}$ ; поэтому найдется такое  $\mu$ , что для всякого  $i = 1, 2, \dots, n$  будет  $\alpha_i^\mu \equiv \alpha_i^{\mu+1}$ ,  $\beta_i^\mu \equiv \beta_i^{\mu+1}$ . Функции  $\alpha_i^\mu$ ,  $\beta_i^\mu$  для такого  $\mu$  обозначим, соответственно, через  $A_i^*(\mathfrak{A})$ ,  $A_i^{**}(\mathfrak{A})$ . Кроме того, для всякой матрицы по определению полагаем  $A_0^*(\mathfrak{A}) \equiv A_0^{**}(\mathfrak{A}) \equiv 1$ . Очевидно, так определенные функции  $A_i^*(\mathfrak{A})$ ,  $A_i^{**}(\mathfrak{A})$  удовлетворяют эквивалентности

$$A_i^*(\mathfrak{A}) \equiv \bigvee_{j=0; j \neq i}^n A_j^{**}(\mathfrak{A}) \alpha_{ji}. \quad (5)$$

Теорема 1. Для того чтобы матрица  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k, A_1, \dots, A_n) \equiv \overline{A_i | \alpha_{ij}}$  при данном распределении сдвигов была м. с., необходимо и достаточно, чтобы для всяких  $i = 0, 1, \dots, n$ ;  $j, l = 1, 2, \dots, n$ ;  $j \neq l$  выполнялось условие

$$A_i^*(\mathfrak{A}) \rightarrow (\alpha_{ij} \rightarrow \bar{\alpha}_{il}).$$

\* Распределением сдвигов называется взаимно-однозначное соответствие, установленное между множеством операторов  $A_1, \dots, A_n$  и системой множеств  $\mathfrak{P}_i \subset \{p_1, \dots, p_k\}$  (1).



Определение 4. М. с.  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$  назовем равносильными при данном распределении сдвигов, если для любой последовательности наборов, допустимой для  $\mathfrak{A}$  или  $\mathfrak{B}$ , их значения совпадают.

Теорема 2. Для того чтобы м. с.  $\mathfrak{A}(p_1, \dots, p_k, A_1, \dots, A_n) \equiv \overline{A_i | \alpha_{ij}}$  и  $\mathfrak{B}(p_1, \dots, p_k, A_1, \dots, A_n) \equiv \overline{A_i | \beta_{ij}}$  были равносильны при данном распределении сдвигов, необходимо и достаточно, чтобы для всякого  $i = 0, 1, \dots, n$  выполнялись условия

$$1) A_i^{**}(\mathfrak{A}) \equiv A_i^{**}(\mathfrak{B}); \quad 2) A_i^{**}(\mathfrak{A}) \rightarrow (\alpha_{ij} \equiv \beta_{ij}) \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Пусть  $\varphi$  и  $\alpha$  — функции алгебры логики. Обозначим через  $\Pi_{\varphi(\alpha)}$  всякую функцию  $\alpha'$ , удовлетворяющую условию:  $\varphi \rightarrow (\alpha' \equiv \alpha)$ . Назовем

$\Pi_{\varphi}^i$ -преобразованием матрицы  $\overline{A_i | \alpha_i}$  замену произвольного элемента  $\alpha_{ij}$   $i$ -й строки функцией  $\alpha'_{ij} = \Pi_{\varphi}(\alpha_{ij})$ . Из (5) и теоремы 2 легко вытекает теорема 3.

Теорема 3.  $\Pi_{A_i^{**}}^i$ -преобразования переводят м. с. в равносильную ей, и обратно, всякая м. с., равносильная данной, может быть получена из нее  $\Pi_{A_i^{**}}^i$ -преобразованиями (не считая добавления или вычеркивания строк и столбцов, все элементы которых суть тождественные нули).

Определение 5. С. п.  $\mathfrak{A}$  и м. с.  $\overline{A_i | \alpha_{ij}}$  назовем равносильными при данном распределении сдвигов, если их значения совпадают для любой последовательности наборов, допустимой для  $\mathfrak{A}$  или  $\overline{A_i | \alpha_{ij}}$ .

Определение 6. Матрицу  $\overline{A_i | \alpha_{ij}}$  назовем полной, если для всякого  $i = 0, 1, \dots, n$

$$A_i^{**} \rightarrow \bigvee_{j=1}^n \alpha_{ij}.$$

Для того чтобы иметь возможность каждой с. п. поставить в соответствие некоторую м. с., будем рассматривать на правах оператора символ пустого периода ( )<sup>(1)</sup>, а также символ конца процесса — точку. Это дает нам возможность рассматривать только полные м. с. Действительно, для всякой м. с. (3) матрица

$A_0$	$A_1 \dots A_n \cdot$
$\vdots$	$\alpha_{01} \dots \alpha_{0n} \alpha_{0n+1}$
$A_n$	$\alpha_{n1} \dots \alpha_{nn} \alpha_{nn+1}$

где  $\alpha_{in+1} \equiv \bigwedge_{j=1}^n \alpha_{ij}$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ), полна и равносильна м. с. (3).

Нетрудно построить алгоритм, который по всякой с. п. дает равносильную ей м. с., а также алгоритм, дающий по м. с. равносильную ей с. п. Таким образом вопросы равносильности с. п. сводятся к таковым для м. с. Пользуясь этим, нетрудно дать положительное решение проблемы равносильности с. п. при наличии определяющих соотношений вида  $A_s = A_t$ . Вообще, если имеется система определяющих соотношений

$$A_{i_1}^r \dots A_{i_{s_r}}^r = A_{j_1}^r \dots A_{j_{t_r}}^r \quad (r = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

\* Не уменьшая общности, мы можем считать, что рассматриваемые м. с. имеют одинаковые множества операторов, ибо если к матрице добавить строки или столбцы, все элементы которых суть тождественные нули, то ее значения не изменятся.

то в понятии равносильности м. с. (с. п.) следует вместо совпадения значений требовать их эквивалентности в ассоциативном исчислении, порождаемом системой (6) <sup>(3)</sup> \*. Для некоторых систем определяющих соотношений проблема равносильности м. с. (и, следовательно, с. п.) имеет отрицательное решение. Так например, если система определяющих соотношений такова, что в порождаемом ею ассоциативном исчислении неразрешима проблема эквивалентности пустому слову <sup>(3)</sup>, то проблема равносильности м. с. (с. п.) при этих определяющих соотношениях имеет отрицательное решение.

Рассмотрим случай одного определяющего соотношения вида  $A_{k_1} = A_{k_2}$ .

Пусть имеются м. с.  $\mathfrak{A}(A_1, \dots, A_n) \equiv \overline{A_i | \alpha_{ij}}$ ,  $\mathfrak{B} \equiv \overline{A_i | \beta_{ij}}$  и распределение сдвигов (4), где  $\mathfrak{P}_{k_1} = \mathfrak{P}_{k_2}$ . Обозначим  $\chi_{ij}^0(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = \bigvee_{l \neq k_1, k_2} (A_l(\mathfrak{A}) \alpha_{ij} A_l^{**}(\mathfrak{B}) \beta_{ij})$ .

где  $i, j$  независимо принимают значения  $k_1, k_2$ . Пусть определены  $\chi_{ij}^v(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$ ; тогда полагаем

$$\chi_{ij}^{v+1}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = \chi_{ij}^v(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) \vee \bigvee_{s, t = k_1, k_2} [(\max_{\mathfrak{P}_{k_1}} \chi_{st}^v(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})) \alpha_{si} \beta_{tj}],$$

где дизъюнкция берется по всем  $s, t$ , независимо принимающим значения  $k_1, k_2$ . Очевидно, найдется такое  $\mu$ , что  $\chi_{ij}^{\mu+1}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}) = \chi_{ij}^{\mu}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$  для всех  $i, j = k_1, k_2$ . Обозначим  $\chi_{ij}^{\mu}(\mathfrak{A}, \mathfrak{B})$  для такого  $\mu$  через  $\chi_{ij}$ .

**Теорема 4.** Для того чтобы м. с.  $\mathfrak{A} \equiv \overline{A_i | \alpha_{ij}}$ ,  $\mathfrak{B} \equiv \overline{A_i | \beta_{ij}}$  были равносильны при условии  $A_{k_1} = A_{k_2}$  (при данном распределении сдвигов (4), где  $\mathfrak{P}_{k_1} = \mathfrak{P}_{k_2}$ ), необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$1) [A_i^{**}(\mathfrak{A}) (\alpha_{jk_1} \vee \alpha_{jk_2}) = A_i^{**}(\mathfrak{B}) (\beta_{jk_1} \vee \beta_{jk_2})] \quad \& \quad (A_i^{**}(\mathfrak{A}) \alpha_{ij} = A_i^{**}(\mathfrak{B}) \beta_{ij}),$$

$i \neq k_1, k_2$

где  $i \neq k_1, k_2$ ;

$$2) \text{ для } i, j = k_1, k_2 \quad \max_{\mathfrak{P}_{k_1}} \chi_{ij} \rightarrow (\alpha_{ik_1} \vee \alpha_{ik_2} = \beta_{jk_1} \vee \beta_{jk_2}) \quad \& \quad (\alpha_{ih} = \beta_{jh}).$$

$h \neq k_1, k_2$

Математический институт им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
2 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Ю. И. Янов, ДАН, **113**, № 1 (1957). <sup>2</sup> А. И. Китов, Электронные цифровые машины, М., 1956. <sup>3</sup> А. А. Марков, Тр. Матем. инст. им. В. А. Стеклова АН СССР, **42** (1954).

\* Эти понятия, однако, требуют некоторого расширения, так как приходится рассматривать также слова бесконечной длины.

В. В. БЕЛЕЦКИЙ

# ИНТЕГРИРУЕМОСТИ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА Около ЗАКРЕПЛЕННОЙ ТОЧКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦЕНТРАЛЬНОГО НЬЮТОНОВСКОГО ПОЛЯ СИЛ

(Представлено академиком М. В. Келдышем 10 X 1956)

1. В настоящей работе рассматривается указанная в заглавии задача предположении, что неподвижная точка тела находится на достаточно большом по сравнению с размерами тела расстоянии  $R$  от центра притяжения. Тогда компоненты ньютоновской силы притяжения по неподвижным осям координат, связанным с закрепленной точкой тела, можно считать с точностью до малых второго порядка в виде:

$$F_x = -\frac{g}{R} dm x, \quad F_y = -\frac{g}{R} dm y, \quad F_z = -g dm + 2 \frac{g}{R} dm z. \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение силы тяготения на расстоянии  $R$  от притягивающего центра;  $dm$  — масса притягиваемой частицы тела;  $x, y, z$  — ее координаты в неподвижных осях, которые построены так, что начало координат совпадает с закрепленной точкой, а ось  $z$  направлена от притягивающего центра по прямой, соединяющей притягивающий центр и закрепленную точку тела. Силы (1) приложены к каждой точке тела. Введем подвижную систему координат  $x', y', z'$ , начало которой совпадает с началом неподвижной системы координат, а оси направлены по главным осям инерции тела. Пусть  $p, q, r$  — проекции угловой скорости на подвижные оси;  $\gamma, \gamma', \gamma''$  — направляющие косинусы подвижных осей с осью  $z$ ;  $x'_0, y'_0, z'_0$  — координаты центра масс тела в подвижных осях.

Тогда уравнения движения твердого тела под действием сил (1) имеют вид:

$$\begin{aligned} A \frac{dp}{dt} + (C - B) qr &= -Mg (y'_0 \gamma'' - z'_0 \gamma') + 3 \frac{g}{R} (C - B) \gamma' \gamma''; \\ B \frac{dq}{dt} + (A - C) rp &= -Mg (z'_0 \gamma' - x'_0 \gamma'') + 3 \frac{g}{R} (A - C) \gamma'' \gamma'; \\ C \frac{dr}{dt} + (B - A) pq &= -Mg (x'_0 \gamma' - y'_0 \gamma'') + 3 \frac{g}{R} (B - A) \gamma \gamma'; \\ \frac{d\gamma}{dt} &= r \gamma' - q \gamma''; \quad \frac{d\gamma'}{dt} = p \gamma'' - r \gamma; \quad \frac{d\gamma''}{dt} = q \gamma - p \gamma'. \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A, B, C$  — главные моменты инерции тела в закрепленной точке,  $M$  — масса тела.

Уравнения (2) обобщают уравнения классической задачи о движении твердого тела около неподвижной точки тяжелого тела. К уравнениям (2) применима теория последнего множителя Якоби, вследствие чего задача интегрирования этих уравнений сводится к квадратурам, если известны четыре независимых алгебраических интеграла, не содержащих времени.



1. В общем случае система уравнений (2) допускает три первых независимых интеграла:  
интеграл энергии

$$\dot{A}p^2 + Bq^2 + Cr^2 + 2Mg(x'_0\gamma + y'_0\gamma' + z'_0\gamma'') + 3 \frac{g}{R}(A\gamma^2 + B\gamma'^2 + C\gamma''^2) = \text{const};$$

интеграл момента количества движения

$$Ap\gamma + Bq\gamma' + Cr\gamma'' = \text{const};$$

соотношение между направляющими косинусами

$$\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1.$$

2. Если тело обладает полной кинетической симметрией, т. е.

$$A = B = C,$$

то система уравнений (2) допускает четвертый интеграл

$$x'_0p + y'_0q + z'_0r = \text{const}.$$

Этот случай можно рассматривать как вырождение следующего более общего случая.

3. Пусть тело обладает кинетической симметрией около какой-либо главной оси инерции, а центр масс лежит на этой оси. Например,

$$A = B, \quad x'_0 = y'_0 = 0.$$

Тогда уравнения (2) допускают четвертый интеграл

$$r = \text{const}$$

(аналог случая Лагранжа в задаче о движении тяжелого твердого тела).

4. Если тело закреплено в центре масс, т. е.

$$x'_0 = y'_0 = z'_0 = 0,$$

то уравнения (2) допускают четвертый интеграл — интеграл кинетического момента:

$$A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2 - 3 \frac{g}{R}(BC\gamma^2 + AC\gamma'^2 + AB\gamma''^2) = \text{const}$$

аналог случая Эйлера в задаче о движении тяжелого твердого тела).

§ 2. Наличие в уравнениях движения и в первых интегралах членов с множителем  $3g/R$  качественно меняет в некоторых случаях картину движения по сравнению с движением при тех же условиях тяжелого тела.

Рассмотрим частное решение уравнений (2), возможное при  $y'_0 = 0$ :

$$p = r = \gamma' = 0; \quad \gamma'' = \gamma''(t); \quad \gamma = \gamma(t); \quad q = q(t).$$

Это решение описывает плоское движение тела (обобщение задачи о физическом маятнике).

Система (2) приводится к одному уравнению второго порядка

$$B\ddot{\vartheta} + Mga \sin(\vartheta + \delta) + 3 \frac{g}{R}(A - C) \sin \vartheta \cos \vartheta = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\vartheta = \arccos \gamma''$ ;  $a = \sqrt{x'^2_0 + y'^2_0}$ ;  $\delta = \arcsin \frac{x'_0}{a} = \arccos \left( -\frac{z'_0}{a} \right)$ .

Уравнение (3) сводится к квадратуре:

$$t = t_0 = \int_{\vartheta_0}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{\sqrt{l + \frac{2Mga}{B} \cos(\vartheta + \delta) + \frac{3}{2} \frac{g}{R} \frac{A-C}{B} \cos 2\vartheta}}, \quad (4)$$

$l = \omega_0^2 - \frac{2Mga}{B} \cos(\vartheta_0 + \delta) - \frac{3}{2} \frac{g}{R} \frac{A-C}{B} \cos 2\vartheta_0$ ;  $\vartheta_0 = \vartheta(t_0)$ ;  $\omega_0 = \dot{\vartheta}(t_0)$ .  
Преобразование интеграла (4) дает решение задачи.

Пусть тело закреплено в центре масс, т. е.  $a = 0$ . Тогда интеграл сводится к эллиптическому интегралу

$$t - t_0 = \frac{1}{\sqrt{3 \frac{g}{R} \frac{A-C}{B}}} \int_{u_0}^u \frac{dy}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}, \quad (5)$$

$$A > C; u = \frac{1}{k} \sin \vartheta; k^2 = \frac{\omega_0^2}{3 \frac{g}{R} \frac{A-C}{B}} + \sin^2 \vartheta_0.$$

Отсюда следует, что при отсутствии начальной угловой скорости тело, закрепленное в центре масс в центральном поле сил, не будет находиться в безразличном равновесии, как это имеет место в плоско-параллельном однородном поле сил, а будет совершать периодическое движение с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{3 \frac{g}{R} \frac{A-C}{B}}} \left\{ 1 + \left( \frac{1}{2} \right)^2 \sin^2 \vartheta_0 + \left( \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \right)^2 \sin^4 \vartheta_0 + \dots \right\}.$$

Если  $\omega_0 \neq 0$ , то движение останется периодическим при условии  $< 1$ , т. е.

$$\omega_0 < \sqrt{3 \frac{g}{R} \frac{A-C}{B}} |\cos \vartheta_0|.$$

§ 3. В настоящем параграфе сводится к квадратуре случай Лагранжа: тело обладает кинетической симметрией ( $A = B$ ), а центр масс лежит на оси симметрии ( $x'_0 = y'_0 = 0$ ).

Уравнения движения (2) принимают вид:

$$\frac{dp}{dt} - mqr = -\alpha\gamma' - \beta m\gamma'\gamma''; \quad \frac{dq}{dt} + mpr = \alpha\gamma + \beta m\gamma''\gamma; \quad \frac{dr}{dt} = 0, \quad (6)$$

$$\text{обозначено } m = \frac{A-C}{A}; \quad \alpha = -\frac{Mgz'_0}{A}; \quad \beta = \frac{3g}{R}.$$

Интегралы уравнений движения имеют вид:

$$\begin{aligned} p^2 + q^2 - 2\alpha\gamma'' - m\beta\gamma''^2 &= h; \\ p\gamma + q\gamma' - (m-1)r\gamma'' &= k; \\ r &= r_0; \\ \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 &= 1. \end{aligned} \quad (7)$$

При  $\beta = 0$  получаем из (6) и (7) соотношения классической задачи движения тяжелого твердого тела в случае Лагранжа.

Из (6) выразим  $\gamma$  и  $\gamma'$  через другие переменные, подставим эти выражения в уравнения (7) и сделаем замену переменных

$$p = \rho \cos \sigma, \quad q = \rho \sin \sigma.$$

Тогда получим уравнения

$$\rho^2 \frac{d\sigma}{dt} + mr_0 \rho^2 - (m-1) r_0 \gamma'' (\alpha + \beta m \gamma'') = k (\alpha + \beta m \gamma''); \quad (8)$$

$$\left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2 + \rho^2 \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)^2 + 2mr_0 \rho^2 \frac{d\sigma}{dt} + m^2 r_0^2 \rho^2 + \gamma''^2 (\alpha + \beta m \gamma'')^2 = (\alpha + \beta m \gamma'')^2; \quad (9)$$

$$\rho^2 - 2\alpha \gamma'' - \beta m \gamma''^2 = h. \quad (10)$$

Уравнение (9) после умножения на  $4\rho^2$  принимает вид

$$\left(\frac{d\rho^2}{dt}\right)^2 + 4 \left[ \rho^2 \frac{d\sigma}{dt} + mr_0 \rho^2 \right]^2 + 4\rho^2 (\alpha + \beta m \gamma'')^2 (\gamma''^2 - 1) = 0. \quad (11)$$

Выразим теперь  $\rho^2 \frac{d\sigma}{dt} + mr_0 \rho^2$  через  $\gamma''$  из (8), а  $\rho^2$  через  $\gamma''$  и (10) и подставим в (11).

В результате получим уравнение

$$\left(\frac{d\gamma''}{dt}\right)^2 = -\beta m \gamma''^4 - 2\alpha \gamma''^3 - a \gamma''^2 - b \gamma'' + c \equiv P(\gamma''), \quad (12)$$

где  $a, b, c$  выражаются через  $m, r_0, h, k, \beta, \alpha$ .

Разделяя переменные в (12) и интегрируя, получим

$$t + \bar{c} = \int \frac{d\gamma''}{\sqrt{P(\gamma'')}}. \quad (13)$$

Задача сведена к квадратуре. Обращение эллиптического интеграла (13) даст зависимость от времени  $\gamma'' = \gamma''(t)$ , после чего определяются как функции  $t$  величины  $\rho, q, \gamma, \gamma'$ .

§ 4. В случае, когда неподвижная точка совпадает с центром масс ( $x'_0 = y'_0 = z'_0 = 0$ ), уравнения (2) совпадают по форме с уравнениями задачи, сведенной к квадратурам в работе (1).

В работе (2) решается задача о движении твердого тела в ньютоновском поле сил для случая  $A = B$ ,  $x'_0 = y'_0 = 0$  при частных предположениях о форме тела и распределении плотности в теле.

Следует отметить, что существование интегралов уравнений (2) вытекает из общей теории Д. Н. Горячева (3).

Отделение прикладной математики  
Математического института им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
9 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> M. G. K o b b, Bull. Soc. Math., 23, 210 (1895). <sup>2</sup> H. G y l d e n, C. R., 116, 102 (1893). <sup>3</sup> Д. Н. Г о р я ч е в, Некоторые общие интегралы в задаче о движении твердого тела, 1910.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. С. ВОЛЬМИР

**ВЛИЯНИИ НАЧАЛЬНЫХ НЕПРАВИЛЬНОСТЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ  
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ**

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 15 X 1956)

Пусть замкнутая круговая цилиндрическая оболочка, шарнирно за-  
крепленная по торцам, подвергается действию равномерно распределен-  
ного внешнего давления. Примем, что при деформации оболочки торцевые  
сечения остаются круговыми и, вместе с тем, что точки этих сечений  
могут получать некоторые радиальные смещения. Желая исследовать  
устойчивость оболочки «в большом», воспользуемся методом Ритца и  
аппроксимируем функцию прогиба  $w$  с помощью выражения

$$w = f (\sin \alpha x \sin \beta y + \psi \sin^2 \alpha x + \varphi); \quad (1)$$

здесь  $f$  — стрела прогиба;  $\alpha = \pi/L$ ;  $\beta = n/R$ ;  $L$  — длина оболочки;  
 $R$  — радиус;  $n$  — число волн по окружности; координата  $x$  отсчитывается  
по образующей,  $y$  — вдоль дуги; положительные прогибы  $w$  обращены  
наружу оболочки. Зависимости, близкие к (1), были приняты в работах (1-4);  
первый член в скобках отвечает решению линейной задачи об устойчи-  
вости «в малом», второй отражает наблюдаемое в опытах преимущест-  
венное выпучивание оболочки к центру кривизны, третий соответствует  
радиальному перемещению точек торцевых сечений.

Допустим, что форма срединной поверхности оболочки до приложения  
грузки несколько отличается от круговой и что закон распределения  
начальных прогибов  $w_n$ , складывающихся из начальных  $w_n$  и дополнитель-  
ных  $w$ , совпадает с (1):

$$w_n = w_n + w = (f_n + f) (\sin \alpha x \sin \beta y + \psi \sin^2 \alpha x + \varphi). \quad (2)$$

При таком предположении влияние исходных неправильностей выяв-  
ляется особенно четко (1); однако заданной можно считать только стрелу  
начального прогиба  $f_n$ . Надо учитывать, что реальные оболочки часто  
пытывают в процессе изготовления действие таких нагрузок, например  
ударов в радиальном направлении, которые могут привести к деформа-  
ции типа (2).

Дифференциальное уравнение совместности деформаций для гибких  
оболочек средней длины имеет с учетом начальных отклонений вид (4)

$$\frac{1}{E} \nabla^2 \nabla^2 \Phi = (w_{n,xy})^2 - w_{n,xx} w_{n,yy} - (w_{n,xy})^2 + w_{n,xx} w_{n,yy} - \frac{1}{R} w_{,xx}, \quad (3)$$

где  $\Phi$  — функция напряжений в срединной поверхности; индексы после  
буквы обозначают дифференцирование по  $x$  или  $y$ ;  $\nabla^2$  — оператор Ла-  
пласа.

Подставим (1) и (2) в правую часть уравнения (3) и найдем его част-  
ное решение  $\Phi_1$ . Окончательное выражение для  $\Phi$  представим в виде  
 $\Phi = \Phi_1 - ax^2/2$ , где  $a$  — параметр, связанный со средним значением  
поперечного напряжения. Деформация вдоль дуги  $\varepsilon_y$  равна

$$\varepsilon_y = v_{,y} + \frac{1}{2} (w_{,y})^2 + w_{n,y} w_{,y} - \frac{w}{R}. \quad (4)$$



С другой стороны, в пределах упругости будет

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\Phi_{,yy} - \mu \Phi_{,xx}). \quad (5)$$

Сравнивая (4) и (5) и учитывая условие замкнутости оболочки для дугового перемещения  $v$

$$\oint \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0, \quad (6)$$

находим

$$\frac{a}{E} = \frac{f}{R} \left( \frac{\psi}{2} + \varphi \right) - \frac{1}{8} (f^2 + 2ff_n) \beta^2. \quad (7)$$

Вычислим полную энергию системы

$$\mathcal{E} = U_c + U_n - W.$$

Сюда входят:

потенциальная энергия деформации срединной поверхности

$$U_c = \frac{h}{2E} \iint_F [(\Phi_{,xx} + \Phi_{,yy})^2 - 2(1 + \mu)(\Phi_{,xx}\Phi_{,yy} - \Phi_{,xy}^2)] dx dy; \quad (8)$$

потенциальная энергия изгиба

$$U_n = \frac{D}{2} \iint_F [(w_{,xx} + w_{,yy})^2 - 2(1 - \mu)(w_{,xx}w_{,yy} - w_{,xy}^2)] dx dy; \quad (9)$$

работа внешней нагрузки интенсивности  $q$

$$W = q \iint_F w dx dy; \quad (10)$$

$h$  — толщина оболочки,  $F = 2\pi RL$ .

Составим уравнения метода Ритца

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Phi} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial f} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \psi} = 0. \quad (11)$$

Первое из них после сопоставления с (7) приводит к соотношению  $a = qR/h$ . Система двух других нелинейных алгебраических уравнений связывает параметры прогиба  $f$  и  $\psi$  с интенсивностью нагрузки  $q$ .

На рис. 1 представлены результаты вычислений для случая  $R/h = 112,5$ ,  $L/R = 2,2$ . По оси абсцисс откладывается безразмерный прогиб  $\zeta = f/h$ , по оси ординат — безразмерная нагрузка  $\hat{q} = qR^2/Eh^2$ ; принято  $\mu = 0,3$ . Начальные неправильности характеризуются параметром  $\zeta_n = f_n/h$ . Каждая сплошная линия отвечает определенной величине  $\zeta_n$  и представляет собой огибающую серии кривых, построенных для различных значений параметра, зависящего от числа волн  $n$ ; на рисунке показаны пунктиром подобные кривые, соответствующие оболочке круговой формы ( $\zeta_n = 0$ ). Кружок на оси ординат отмечает верхнее критическое напряжение, которое может быть найдено также с помощью линейной теории<sup>(5)</sup>.

Деформация оболочки, имеющей те или иные начальные прогибы, должна сопровождаться хлопком, если данная линия на рис. 1 имеет нисходящий участок: последнему отвечают неустойчивые равновесные состояния. Сравнение с кривой  $\zeta_n = 0$  показывает, что при наличии исходных неправильностей верхняя критическая нагрузка (наивысшая точка петли) снижается; это обстоятельство и сказывается на поведении оболочки при испытаниях. Однако понижение верхней границы является здесь не столь резким, как при осевом сжатии замкнутой оболочки или цилиндрической панели<sup>(4)</sup>. Так например, для  $\zeta_n = 0,1$  снижение составляет в случае внешнего давления 12%, в то время как в случае сжатия вдоль образующей — более 40%. Нижняя же граница  $\hat{q}$  остается почти постоянной.

Если стрела начального прогиба превышает толщину оболочки, то, судя по рис. 1, нагрузка изменяется монотонно. Отметим, что на известной стадии нагружения «характеристика» деформации оболочки  $\hat{q}(\zeta)$

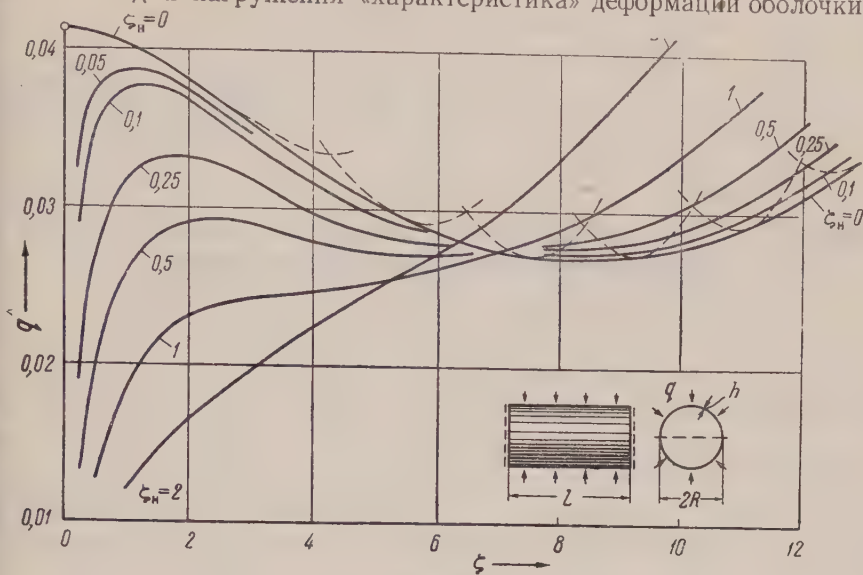


Рис. 1

казывается тем более крутой, чем выше величина  $\zeta_n$ ; возрастание жестости объясняется тем, что при значительных начальных прогибах оболочка становится как бы гофрированной.

Эти выводы подтверждаются серией опытов, проведенных В. Е. Мигеевым и автором над дуралюминовыми оболочками. Образцы, получавшие предварительные вмятины различной глубины, подвергались всестороннему сжатию; найденные экспериментально линии  $\hat{q}(\zeta)$  располагались примерно так, как на рис. 1.

Приведенное выше решение задачи может быть уточнено путем увеличения числа варьируемых параметров в выражении типа (1).

Военно-воздушная инженерная академия  
им. Н. Е. Жуковского

Поступило  
12 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Т. Лоо, Proc. 2-nd US Nat. Congr. Appl. Mech., 1954. <sup>2</sup> W. Nash, J. Aeron. Sci., 22, № 4 (1955). <sup>3</sup> Ф. С. Исанбаева, Изв. Казанск. филиала АН СССР, 7 (1955). <sup>4</sup> А. С. Вольмир, Гибкие пластинки и оболочки, М.—Л., 1956. <sup>5</sup> R. Mises, Abh. Ges. Wiss. 70, 1929.

Д. Д. ИВЛЕВ

# ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ИДЕАЛЬНОЙ ПЛАСТИЧНОСТИ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 12 X 1956)

Решение упруго-пластической задачи будем искать в виде рядов по степеням некоторого параметра  $\delta$ :

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=0} \delta^n \sigma_{ij}^{(n)}, \quad \sigma_{ii} \equiv \sigma_p, \quad \sigma_{jj} \equiv \sigma_\theta, \quad \sigma_{ij} \equiv \sigma_{ji} \equiv \tau_{p\theta}. \quad (1)$$

Ограничимся рассмотрением в теории плоского деформированного состояния совпадающих по существу условий пластичности Мизеса и Сен-Венана (1):

$$1/4 (\sigma_p - \sigma_\theta)^2 + \tau_{p\theta}^2 = 1; \quad (2)$$

в теории плоского напряженного состояния — условием пластичности Сен-Венана (1):

$$1/4 (\sigma_p - \sigma_\theta)^2 + \tau_{p\theta}^2 = [1 - 1/2 (\sigma_p + \sigma_\theta)]^2 \quad \text{при } \sigma_\theta > \sigma_p > 0. \quad (3)$$

В (1), (2), (3) все величины безразмерные. Подставляя (1) в (2), при  $\tau_{p\theta}^0 = 0$  получим:

$$\sigma'_p - \sigma'_\theta = 0, \quad (\sigma''_p - \sigma''_\theta) \mu + \tau_{p\theta}^2 = 0, \quad 1/2 (\sigma'''_p - \sigma'''_\theta) \mu + \tau'_{p\theta} \tau''_{p\theta} = 0, \quad (4)$$

где  $\mu = \text{sign} (\sigma_p^0 - \sigma_\theta^0)$ .

Подставляя (1) в (3) при  $\tau_{p\theta}^0 = 0$ , получим:

$$\sigma'_\theta = 0, \quad (1 - \sigma_p^0) \sigma''_p + \tau_{p\theta}^2 = 0, \quad (1 - \sigma_p^0) \sigma'''_p - \sigma'_p \sigma''_\theta + 2\tau'_{p\theta} \tau''_{p\theta} = 0. \quad (5)$$

Если на границе  $L$  рассматриваемого тела

$$\sigma_n = P_n, \quad \tau_n = P_\tau, \quad (6)$$

то, полагая уравнение контура  $L$  заданным в виде

$$\rho = \sum_{n=0} \delta^n \rho_n(\theta),$$

получим линеаризированные граничные условия (6) в виде

$$\begin{aligned} \sigma'_p + \frac{d\sigma_p^0}{d\rho} \rho_1 &= \frac{dP_n}{d\rho} \rho_1; \quad \tau'_{p\theta} - (\sigma_\theta^0 - \sigma_p^0) \dot{R}_1 = \frac{dP_\tau}{d\rho} \rho_1; \\ \sigma''_p + \frac{d\sigma'_p}{d\rho} \rho_1 + \frac{d^2 \sigma_p^0}{d\rho^2} \frac{\rho_1^2}{2!} + \frac{d\sigma_p^0}{d\rho} \rho_2 + (\sigma_\theta^0 - \sigma_p^0) \dot{R}_1^2 - 2\tau'_{p\theta} \dot{R}_1 &= \\ &= \frac{d^2 P_n}{d\rho^2} \frac{\rho_1^2}{2!} + \frac{dP_n}{d\rho} \rho_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) (\dot{R}_2 - R_1 \dot{R}_1) - (\sigma'_{\theta} - \sigma'_{\rho}) \dot{R}_1 + \frac{d}{d\rho} [\tau'_{\rho\theta} - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) \dot{R}_1] \rho_1 = \\ = \frac{d^2 P_{\tau}}{d\rho^2} \frac{\rho_1^2}{2!} + \frac{dP_{\tau}}{d\rho} \rho_2; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho}''' + \frac{d\sigma_{\rho}''}{d\rho} \rho_1 + \frac{d^2\sigma_{\rho}'}{d\rho^2} \frac{\rho_1^2}{2!} + \frac{d^3\sigma_{\rho}^0}{d\rho^3} \frac{\rho_1^3}{3!} + 2(\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) (\dot{R}_1 \dot{R}_2 - R_1 \dot{R}_1^2) + \\ + \frac{d(\sigma_{\theta} - \sigma_{\rho})}{d\rho} \dot{R}_1^2 \rho_1 - (\sigma'_{\theta} - \sigma'_{\rho}) \dot{R}_1^2 - 2\tau'_{\rho\theta} (\dot{R}_2 - R_1 \dot{R}_1) - \\ - 2 \frac{d\tau_{\rho\theta}}{d\rho} \dot{R}_1 \rho_1 - 2\tau_{\rho\theta} \dot{R}_1 + \frac{d\sigma_{\rho}'}{d\rho} \rho_2 + \frac{d^2\sigma_{\rho}^0}{d\rho^2} \rho_1 \rho_2 + \frac{d\sigma_{\rho}^0}{d\rho} \rho_3 = \\ = \frac{d^3 P_{\Pi}}{d\rho^3} \frac{\rho_1^3}{3!} + \frac{d^2 P_{\Pi}}{d\rho^2} \rho_1 \rho_2 + \frac{dP_{\Pi}}{d\rho} \rho_3; \\ \tau_{\rho\theta}''' - 2\tau_{\rho\theta}'' \dot{R}_1^2 - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) (\dot{R}_3 - R_1 \dot{R}_2 + R_1^2 \dot{R}_1 - \dot{R}_1 R_2 - \dot{R}_1^3) - \\ - (\sigma'_{\theta} - \sigma'_{\rho}) (\dot{R}_2 - R_1 \dot{R}_1) - (\sigma''_{\theta} - \sigma''_{\rho}) \dot{R}_1 + \frac{d}{d\rho} [\tau''_{\rho\theta} - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) (\dot{R}_2 - R_1 \dot{R}_1) - \\ - (\sigma'_{\theta} - \sigma'_{\rho}) \dot{R}_1] \rho_1 + \frac{d^2}{d\rho^2} [\tau'_{\rho\theta} - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) \dot{R}_1] \frac{\rho_1^2}{2!} + \frac{d}{d\rho} [\tau'_{\rho\theta} - (\sigma_{\theta}^0 - \sigma_{\rho}^0) \dot{R}_1] \rho_2 = \\ = \frac{d^3 P_{\tau}}{d\rho^3} \frac{\rho_1^3}{3!} + \frac{d^2 P_{\tau}}{d\rho^2} \rho_1 \rho_2 + \frac{dP_{\tau}}{d\rho} \rho_3, \end{aligned}$$

$$R_i = \rho_i / \rho_0.$$

Поскольку на границе пластической области  $L_s$  решения для пластической и упругой областей сопрягаются непрерывно (1):

$$[\sigma_{\rho}] = [\sigma_{\theta}] = [\tau_{\rho\theta}] = 0 \quad \text{на } L_s, \quad (8)$$

представляя уравнение контура  $L_s$  в виде

$$\rho_s = \sum_{n=0} \delta^n \rho_{sn}(\theta), \quad (9)$$

получим линеаризованные условия сопряжения (8) в виде

$$\begin{aligned} \left[ \sigma'_{ij} + \frac{d\sigma_{ij}^0}{d\rho} \rho_{s1} \right] = 0, \quad \left[ \sigma''_{ij} + \frac{d\sigma'_{ij}}{d\rho} \rho_{s1} + \frac{d^2\sigma_{ij}^0}{d\rho^2} \frac{\rho_{s1}^2}{2!} + \frac{d\sigma_{ij}^0}{d\rho} \rho_{s2} \right] = 0; \\ \left[ \sigma'''_{ij} + \frac{d\sigma''_{ij}}{d\rho} \rho_{s1} + \frac{d^2\sigma'_{ij}}{d\rho^2} \frac{\rho_{s1}^2}{2!} + \frac{d^3\sigma_{ij}^0}{d\rho^3} \frac{\rho_{s1}^3}{3!} + \frac{d\sigma_{ij}^0}{d\rho} \rho_{s3} + \frac{d\sigma'_{ij}}{d\rho} \rho_{s2} + \right. \\ \left. + \frac{d^2\sigma_{ij}^0}{d\rho^2} \rho_{s1} \rho_{s2} \right] = 0 \text{ и т. д.} \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что из уравнений равновесия и условий (8) следует

$$\left[ \frac{d\sigma_{\rho}^0}{d\rho} \right] = 0 \quad \text{на } L_s.$$

Следовательно, условия сопряжения (10) для  $\sigma_{\rho}$  и  $\tau_{\rho\theta}$  играют роль граничных условий для определения напряжений в упругой области, условие сопряжения  $\sigma_{\theta}$  служит для определения  $\rho_{sn}$ . Наибольшую важность и интерес в подобных задачах представляет отыскание уравнения границы пластической зоны  $L_s$ . Приведем некоторые приближенные решения.



1. Двуосное растяжение толстой пластины с круговым отверстием радиуса  $a$  силами  $P_1$  и  $P_2$ . Обозначая

$$\delta = \frac{P_1 - P_2}{2k}, \quad (11)$$

где  $k = 1/4 \sigma_s$  по Сен-Венану и  $k = 1/3 \sigma_s$  по Мизесу, можно получить:

$$\rho_s = 1 + \delta \cos 2\theta - 3/4 \delta^2 (1 - \cos 4\theta) + 5/8 \delta^3 (-\cos 2\theta + \cos 6\theta) + 7/64 \delta^4 (-1 - 4 \cos 4\theta + 5 \cos 8\theta) + \dots \quad (12)$$

Разложение (12) в точности совпадает с разложением уравнения эллипса с полуосями  $(1 + \delta)$ ,  $(1 - \delta)$ , который, как показано в (2), является точным решением этой задачи.

2. Двуосное растяжение тонкой пластинки с круговым отверстием радиуса  $a$  силами  $P_1$  и  $P_2$ . Вводя  $\delta$  (11) можно получить:

$$\rho_s = 1 + 4\delta^* \cos 2\theta - 8\delta^* (1 - 2 \cos 4\theta) - 80\delta^{*3} (\cos 2\theta - \cos 6\theta) + 32\delta^{*4} (1 - 16 \cos 4\theta + 14 \cos 8\theta) + \dots, \quad (13)$$

где  $\delta^* = \delta/\alpha$ ;  $\alpha = a/r_s^0$ ;  $r_s^0$  — размерный радиус пластической зоны при  $\delta = 0$ . Первое приближение (13) получено в (3).

3. Двуосное растяжение тонкой пластинки с эллиптическим отверстием силами  $P_1 d_2$  и  $P_2 d_2$ , направленными под углом  $\theta_0$  к главным центральным осям эллипса. Вводя  $\delta$  (11), можно получить:

$$\begin{aligned} \rho_s = 1 + \delta^* (4d_2 \cos 2(\theta - \theta_0) + 3\alpha d_1 \cos 2\theta) + \delta^{*2} \{ d_1^2 (\alpha^2/4 - 8\alpha^4) - \\ - (18d_1 d_2 \alpha \cos 2\theta_0 + 8d_2^2) + [-d_1^2 (15/4 \alpha^2 - 8\alpha^3 - 3/4 \alpha^4) + \\ + (18d_1 d_2 \alpha \cos 2\theta_0 + 16d_2^2 \cos 4\theta_0)] \cos 4\theta + \\ + [18d_1 d_2 \alpha \sin 2\theta_0 + 16d_2^2 \sin 4\theta_0] \sin 4\theta \} + \dots, \end{aligned}$$

причем уравнение эллипса отверстия представлено в виде

$$\rho = \alpha + \delta \alpha d_1 \cos 2\theta - \delta^2 \frac{3\alpha d_1^2}{4} (1 - \cos 4\theta) + \dots$$

При  $d_1 = 0$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $d_2 = 1$  имеет место случай двуосного растяжения тонкой пластинки с круговым отверстием; при  $d_2 = 0$ ,  $d_1 = 1$  — случай равномерного растяжения тонкой пластинки с эллиптическим отверстием.

4. Эксцентричная труба под действием внутреннего давления  $p_0$ . Относя все линейные величины к внешнему радиусу трубы  $b$ , обозначим  $\delta = c/b$ , где  $c$  — эксцентриситет трубы. Можно получить:

$$\begin{aligned} \rho_s = \beta_0 - \delta \frac{2\beta_0^4}{1 - \beta_0^4} \cos \theta + \delta^2 \left\{ \frac{\beta_0^3 (2 - \beta_0^4 - \beta_0^6)}{(1 - \beta_0^2)(1 - \beta_0^4)^2} + \frac{2\beta_0^7}{(1 - \beta_0^4)^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{N} \left[ -\frac{(1 - \beta_0^2)(1 - 3\beta_0^4)}{\beta_0} + \frac{(1 - \beta_0^2)^2 (5 + 3\beta_0^4) \beta_0}{(1 - \beta_0^4)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\beta_0^3}{(1 - \beta_0^4)^2} [(1 + \beta_0^2)^4 + 4\beta_0^4 (2 - \beta_0^2)^2 - 4(1 + 4\beta_0^4)] + \frac{2\beta_0^3 (1 - \beta_0^2)^2}{(1 + \beta_0^2)^2} \right] \cos 2\theta \right\}, \end{aligned}$$

где  $\beta_0 = r_s^0/b$ ,  $N = (\beta_0 - 1/\beta_0)^4$ .

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
9 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. В. Соколовский, Теория пластичности, М., 1950. <sup>2</sup> Л. А. Галин, Приклад. матем. и мех., в. 3 (1946). <sup>3</sup> А. П. Соколов, ДАН, 60, № 1 (1948). <sup>4</sup> Г. Н. Савин, Концентрация напряжений около отверстий, М., 1951.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Т. А. ГЕРМОГЕНОВА

**О РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ПРИ СИЛЬНО  
НЕИЗОТРОПНОМ РАССЕЯНИИ**

(Представлено академиком М. В. Келдышем 3 XII 1956)

Для решения краевой задачи

$$\cos \theta \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \psi(\theta, \varphi, \tau) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\pi \sin \theta' d\theta' \psi(\theta', \varphi', \tau) P(\cos \chi), \quad (1^1)$$

$$\cos \chi = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi'),$$

$$\psi(\theta, \varphi, 0) = f_1(\theta, \varphi); \quad \psi(\theta, \varphi, h) = f_2(\theta, \varphi), \quad (1^2)$$

возникающей при исследовании рассеяния излучения плоским слоем вещества конечной оптической толщины, обычно применяются метод сферических гармоник или интерполяционные методы (<sup>1-3</sup>). Эти методы дают хорошие результаты в случае медленно меняющейся функции  $P(\cos \chi)$ . Рассеянию сильно неізотропному (рассеянию света в мутных средах, рассеянию нейтронного излучения с энергией в несколько мегаэлектрон-вольт в тяжелых веществах, рассеянию заряженных частиц) отвечают функции  $P(\cos \chi)$  резко меняющиеся, с высоким максимумом в области малых углов  $\chi$ . Разработанные в последнее время методы «малоуглового приближения» (<sup>4, 5</sup>) в применении к этим задачам позволяют найти решение достаточной степенью точности только в области малых углов  $\theta$ , в то время как в ряде вопросов интересен характер решения при больших углах  $\theta$  (<sup>6</sup>).

Предлагаемый метод является обобщением методов интерполяционного типа. Качественное исследование уравнения переноса или соответствующего интегрального уравнения позволяет установить форму решения и, если оно оказывается сильно меняющейся функцией углов  $\theta$  и  $\varphi$ , выделить предпологаемые особенности в виде известного множителя, так чтобы основной неизвестной функцией была функция достаточно гладкая, с большой степенью точности представимая полиномом невысокого порядка по  $\theta$  и  $\varphi$  с коэффициентами, зависящими от  $\tau$ . Искать такой полином можно двумя путями, один из которых подобен методу сферических гармоник, другой — методу Чандрасекара.

Обратимся к задачам, в которых можно отказаться от учета зависимости решения от азимута  $\varphi$  и привести поэтому уравнение (<sup>1</sup>) и граничные условия (<sup>1</sup>) к виду

$$\mu \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \psi(\mu, \tau) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} p(\mu, \mu') \psi(\mu', \tau) d\mu' + f(\mu, \tau), \quad (2^1)$$

$$\psi(\mu, 0) = 0, \quad 0 \leq \mu \leq 1; \quad \psi(\mu, h) = 0, \quad -1 \leq \mu \leq 0. \quad (2^2)$$

здесь через  $\mu$  обозначен  $\cos \theta$  и  $p(\mu, \mu') \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\cos \chi) d\varphi'$ .

Представим решение и функции  $p(\mu, \mu')$  и  $f(\mu, \tau)$  произведениями:

$$\begin{aligned}\psi(\mu, \tau) &= w(\mu) F(\mu, \tau), & p(\mu, \mu') &= w(\mu) w(\mu') \gamma(\mu, \mu'), \\ f(\mu, \tau) &= w(\mu) g(\mu, \tau),\end{aligned}$$

где «вес»  $w(\mu)$  грубо описывает резкие изменения  $\psi(\mu, \tau)$  при изменении  $\mu$ .

В интерполяционном  $n$ -приближении будем искать функцию  $F(\mu, \tau)$  в форме интерполяционных полиномов Лагранжа

$$\begin{aligned}F^{(n)}(\mu, \tau) &= \sum_{l=1}^n L_l^{(+)} F^{(n)}(\mu_l, \tau) & \text{при } \mu > 0, \\ F^{(n)}(\mu, \tau) &= \sum_{i=-1}^{-n} L_i^{(-)} F^{(n)}(\mu_i, \tau) & \text{при } \mu < 0.\end{aligned}\quad (3)$$

Через  $L_i^{(+)}$  и  $L_i^{(-)}$  обозначены множители Лагранжа:  $\mu_i$  — узлы интерполяции.

Для определения коэффициентов  $F^{(n)}(\mu_i, \tau)$  получим систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{aligned}\mu_i \frac{dF^{(n)}(\mu_i, \tau)}{d\tau} + F^{(n)}(\mu_i, \tau) - \frac{1}{2} \sum_{j=-n}^n a_j \gamma^{(n,n)}(\mu_i, \mu_j) F^{(n)}(\mu_j, \tau) &= g^{(n)}(\mu_i, \tau) \\ (i = -n, \dots, -1, +1, \dots, +n)\end{aligned}\quad (4^1)$$

с граничными условиями

$$F^{(n)}(\mu_i, 0) = 0, \quad i > 0; \quad F^{(n)}(\mu_i, h) = 0, \quad i < 0. \quad (4^2)$$

Квадратурные формулы, использованные для приближенного представления интеграла, входящего в уравнение переноса, таковы, что имеют место равенства

$$\int_0^1 \pi_l(\mu) [w(\mu)]^2 d\mu = \sum_{j=1}^n a_j \pi_l(\mu_j), \quad \int_{-1}^0 \pi_k(\mu) [w(\mu)]^2 d\mu = \sum_{j=-1}^{-n} a_j \pi_k(\mu_j),$$

если  $\pi_k(\mu)$  и  $\pi_l(\mu)$  — произвольные полиномы степени  $k$  и  $l$ ;  $k, l \leq n$  при любом выборе узлов интерполяции и  $k, l \leq 2n-1$ , если в качестве узлов интерполяции взяты нули полиномов  $p_n(\mu)$  из систем полиномов, ортогональных с весом  $[w(\mu)]^2$  на интервалах  $(0, 1)$  и  $(-1, 0)$ . Функции  $\gamma(\mu, \mu')$  и  $g(\mu, \tau)$  представлены в уравнениях  $(4^1)$  полиномами  $\gamma^{(n,n)}(\mu, \mu')$  и  $g^{(n)}(\mu, \tau)$ , совпадающими с точными функциями в узлах  $\mu_i$ .

В полиномиальном  $n$ -приближении будем искать функцию  $\psi(\mu, \tau)$  при  $\mu > 0$  в виде разложения по системе полиномов  $\{p_k^{(+)}(\mu)\}$ , ортогональных с весом  $[w(\mu)]^2$  на интервале  $(0, 1)$ , ограничиваясь  $n$  членами разложения решения  $\psi(\mu, \tau)$ , а также функций  $p(\mu, \mu')$ ,  $f(\mu, \tau)$ :

$$\begin{aligned}\psi^{(n)}(\mu, \tau) &= w(\mu) \sum_{r=1}^n \psi_r^{(n)}(\tau) p_{r-1}^{(+)}(\mu); \\ p^{(n,n)}(\mu, \mu') &= w(\mu) w(\mu') \sum_{r,s=1}^n P_{r,s} p_{r-1}^{(+)}(\mu) p_{s-1}^{(+)}(\mu'); \\ f^{(n)}(\mu, \tau) &= w(\mu) \sum_{r=1}^n f_r(\tau) p_{r-1}^{(+)}(\mu).\end{aligned}\quad (5)$$

При  $\mu < 0$  воспользуемся аналогичными разложениями по системе полиномов  $\{p_k^{(-)}(\mu)\}$ , ортогональных с весом  $[w(\mu)]^2$  на интервале  $(-1, 0)$ . Коэффициенты  $\psi_r^{(n)}(\tau)$  ( $r = -n, \dots, -1, +1, \dots, n$ ), определяются системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} b_{j-1} \frac{d\psi_{j-1}^{(n)}}{d\tau} + c_j \frac{d\psi_j^{(n)}}{d\tau} + d_{j+1} \frac{d\psi_{j+1}^{(n)}}{d\tau} + \psi_j^{(n)} - \\ - \frac{1}{2} \sum_{k=-n}^n P_{jk} \psi_k^{(n)} = f_j(\tau), \quad j > 0; \\ b_{j+1} \frac{d\psi_{j+1}^{(n)}}{d\tau} + c_j \frac{d\psi_j^{(n)}}{d\tau} + d_{j+1} \frac{d\psi_{j+1}^{(n)}}{d\tau} + \psi_j^{(n)} - \\ - \frac{1}{2} \sum_{k=-n}^n P_{jk} \psi_k^{(n)} = f_j(\tau), \quad j < 0, \end{aligned} \quad (6^1)$$

граничными условиями

$$\psi_j(0) = 0, \quad j > 0; \quad \psi_j(h) = 0, \quad j < 0. \quad (6^2)$$

При выводе системы (6<sup>1</sup>) использовано справедливое для произвольной нормированной с весом системы полиномов соотношение

$$\mu p_j(\mu) = b_{j+1} p_{j+1}(\mu) + c_{j+1} p_j(\mu) + d_{j+1} p_{j-1}(\mu)$$

$c_j, d_j$  — числа,  $d_{+1}, d_{-1} = 0$ .

Исследование систем (4<sup>1</sup>) и (6<sup>1</sup>) позволяет убедиться в справедливости следующего утверждения:

**Теорема 1.** Решения задач (4) и (6) совпадают, и, следовательно, полиномиальный и интерполяционный методы вычисления функции  $\psi(\mu, \tau)$  эквивалентны, если: 1) в качестве узлов интерполяции в выражении (3) и теме (4<sup>1</sup>) взяты нули полиномов  $p_n^{(+)}(\mu)$  и  $p_n^{(-)}(\mu)$  из систем полиномов, ортогональных с весом  $[w(\mu)]^2$  на интервалах  $(0, 1)$  и  $(-1, 0)$  соответственно; 2) приближенные функции  $p^{(n, n)}(\mu, \mu')$  и  $f^{(n)}(\mu, \tau)$  в обоих случаях одинаковы.

Введем функции источника точной задачи  $I(\mu, \tau)$  и приближенной  $(\mu, \tau)$ :

$$I(\mu, \tau) \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} [w(\mu')]^2 \gamma(\mu, \mu') F(\mu', \tau) d\mu' + g(\mu, \tau);$$

$$I^{(n)}(\mu, \tau) = \sum_{i=-n}^n L_i(\mu) I^{(n)}(\mu_i, \tau),$$

$$I^{(n)}(\mu_i, \tau) = \frac{1}{2} \sum_{k=-n}^n a_k \gamma^{(n, n)}(\mu_i, \mu_k) F^{(n)}(\mu_k, \tau) + g^{(n)}(\mu_i, \tau).$$

Изучение интегральных уравнений, соответствующих точной (2) и приближенной (4) задачам, дает возможность сформулировать следующую теорему о сходимости приближенной функции  $I^{(n)}(\mu, \tau)$  и полученной с помощью интегрального уравнения приближенной задачи первой итерации решения  $\tilde{\psi}^{(n)}(\mu, \tau)$  к соответствующим решениям точной задачи при увеличении порядка  $n$  приближения.

**Теорема 2.** Если функции  $p(\mu, \mu')$  и  $f(\mu, \tau)$  обладают ограниченными производными по  $\mu$  и  $\mu'$ , то определенными выше полиномиальными и интерполяционными методами могут быть найдены последовательности приближенных решений  $I^{(n)}(\mu, \tau)$  и  $\tilde{\psi}^{(n)}(\mu, \tau)$ , сходящиеся равномерно к решениям точной задачи. Если при этом для аппроксимации функций  $p(\mu, \mu')$  и  $f(\mu, \tau)$  используются полиномы наилучшего приближения по  $\mu$



и функция  $p(\mu, \mu')$  обладает достаточно большим числом производных по  $\mu'$ , то имеют место оценки

$$|I - I^{(n)}| \sim \frac{1}{n}, \quad |\psi - \tilde{\psi}^{(n)}| \sim \frac{1}{n}.$$

Если в качестве приближенных функций  $p(\mu, \mu')$  и  $f(\mu, \tau)$  взяты соответствующие отрезки рядов Фурье (5), справедливы аналогичные оценки для средних квадратичных отклонений:

$$\int_{-1}^{+1} [w(\mu)]^2 [I - I^{(n)}]^2 d\mu \sim \frac{1}{n^2}, \quad \int_{-1}^{+1} [\psi - \tilde{\psi}^{(n)}]^2 d\mu \sim \frac{1}{n^2}.$$

При вычислении приближенных решений (3) и (5) существенным моментом является определение корней характеристических уравнений соответствующих дифференциальных систем. Ряд сведений о корнях дает исследование матриц коэффициентов этих систем. В частности, справедливы следующие предложения.

**Теорема 3.** В тех случаях, когда функция  $p(\mu, \mu')$  удовлетворяет неравенствам

$$1) \ p(\mu, \mu') \geq 0; \quad 2) \ \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} p(\mu, \mu') d\mu' \leq 1,$$

а для представления приближенной функции  $p^{(n,n)}(\mu, \mu')$  берутся первые  $n^2$  членов разложения точной функции  $p(\mu, \mu')$  по какой-либо ортонормальной с весом системе полиномов, корни характеристических уравнений приближенных задач действительны.

Условия (7) выполняются, например, для всех задач о распространении излучения в рассеивающих и поглощающих средах.

**Теорема 4.** При решении методом сферических гармоник или методом Мертенса задач об изотропном рассеянии и о рассеянии по закону  $P(\cos \chi) = 1 + \omega_1 \cos \chi$  корни  $\lambda_p^{(n)}$  характеристического уравнения приближения порядка  $n$  ограничены по модулю снизу  $|\lambda_p^{(n)}| > 1$  за исключением двойного нулевого корня. При  $n \rightarrow \infty$  и фиксированном  $|\lambda_p^{(n)}| \rightarrow 1$ .

В некоторых задачах оказывается удобным провести разложение функций  $\psi(\mu, \tau)$ ,  $p(\mu, \mu')$  и  $f(\mu, \tau)$  по системам полиномов, ортогональных на различных частях интервала  $(-1, +1)$ . Для такого «многоинтервального» варианта справедливы аналогичные теоремы об эквивалентности интерполяционного и полиномиального методов, о сходимости о действительности корней.

Предлагаемый метод может быть также применен при решении задач с учетом зависимости искомой функции от азимута и задач, связанных с более сложной геометрией, например сферической.

Автор приносит глубокую благодарность проф. Е. С. Кузнецову за руководство работой.

Отделение прикладной математики  
Математического института им. В. А. Стеклова  
Академии наук СССР

Поступило  
13 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> R. E. Marshak, Phys. Rev., **71**, 443 (1947). <sup>2</sup> С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, 1953. <sup>3</sup> Е. С. Кузнецов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № (1951). <sup>4</sup> H. Bethe, Phys. Rev., **89**, 1256 (1953). <sup>5</sup> J. W. Spencer, Phys. Rev. **90**, 146 (1953). <sup>6</sup> J. N. Cooper, J. Rainwater, Phys. Rev., **97**, 492 (1955).

В. В. ТОЛМАЧЕВ

# НАХОЖДЕНИИ ВРЕМЕННЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДАЛЬНОДЕЙСТВИЕМ НА ВРЕМЕНАХ ДО ВРЕМЕНИ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 19 IX 1956)

В недавней работе <sup>(1)</sup> нами была выведена цепочка уравнений для определения симметричных функций распределения:

$$\frac{\partial F_s(x_1 t_1, \dots, x_s t_s)}{\partial t_k} = [H(x_k); F_s(x_1 t_1, \dots, x_s t_s)]_{x_k} + \\ + \frac{1}{v} \int_{\Omega} [\Phi(|q_k - q|); F_{s+1}(x_1 t_1, \dots, x_s t_s, x t_k)]_{x_k} dx. \quad (1)$$

В качестве «начальных» условий возьмем

$$F_s(x_1 t_1, \dots, x_s t_s) = \\ = \sum_{(m_1, \dots, m_l)} \frac{v^{s-l}}{l!} \frac{1}{m_1! \dots m_l!} \sum_{(T)} \hat{T} \left\{ \prod_{i=1}^{m_1} \delta(x_i - x_1) \prod_{i=m_1+1}^{m_1+m_2} \delta(x_i - x_{m_1+1}) \dots \right. \\ \left. \dots \prod_{i=m_1+\dots+m_{l-1}+1}^s \delta(x_i - x_{m_1+\dots+m_{l-1}+1}) \right\} F_l(tx_1, x_{m_1+1}, \dots, x_{m_1+\dots+m_{l-1}+1}). \quad (2)$$

Функции  $F_l(tx_1, x_{m_1+1}, \dots, x_{m_1+\dots+m_{l-1}+1})$ , входящие в правую часть (2), являются обычными функциями распределения Н. Н. Боголюбова <sup>(2)</sup>.

Суммирование  $\sum_{(m_1, \dots, m_l)}$  ведется по всем наборам целых чисел  $m_1, \dots, m_l$ ;

суммирование  $\sum_{(T)}$  ведется по всем  $s!$  перестановкам  $s$  символов. В (1) и (2) мы предположили выполненным обычный предельный переход  $N \rightarrow \infty$ ,  $v \rightarrow \infty$ ,  $v = V/N = \text{const}$ .

Для отыскания решения (1), (2) в случае плазмы, находящейся в статистическом равновесии при отсутствии внешних полей, заменим в (1)  $H(x_k)$  на  $T(p_k)$ ,  $\Phi(|q_k - q|)$  на  $v\psi(|q_k - q|)$ .

Решение (1), (2) будем искать в виде ряда по степеням удельного объема  $v$ :

$$F_s = F_s^{(0)} + v F_s^{(1)} + \dots; \quad (3)$$

и этим используем разложение для обычных функций распределения, полученное в <sup>(2)</sup> для случая плазмы, находящейся в статистическом равновесии при отсутствии внешних полей.

Легко видеть, что решением нулевого приближения будет

$$F_s^{(0)}(x_1 t_1, \dots, x_s t_s) = \prod_{(1 \leq i \leq s)} f(p_i). \quad (4)$$

Решение первого приближения будем искать в виде

$$F_s^{(1)}(x_1 t_1, \dots, x_s t_s) = \sum_{(1 \leq i < j \leq s)} g(x_i t_i, x_j t_j) \prod_{\substack{(1 \leq l \leq s) \\ (l \neq i, l \neq j)}} f(p_l), \quad (5)$$

где  $g(x_i t_i, x_j t_j)$  — симметричная функция относительно перестановки своих аргументов; кроме того, она является однородной в пространстве и времени, т. е.

$$g(x_1 t_1, x_2 t_2) = g(q_1 - q_2, t_1 - t_2, p_1, p_2). \quad (6)$$

Получим

$$g(q, t, p_1, p_2) = g\left(q - \frac{p_1}{m} t, p_1, p_2\right) + \\ + \int_0^t \int_{\Omega} K(q - q', t - t', p_1) g(-q', -t', p_2, p') dq' dp' dt', \quad (7)$$

где

$$q = q_1 - q_2, \quad t = t_1 - t_2, \quad (8)$$

$$K(q, t, p) = - \sum_{(1 \leq \alpha \leq 3)} \frac{p^\alpha}{m\theta} \frac{e^{-\frac{p^2}{2m\theta}}}{(2\pi m\theta)^{3/2}} \frac{\partial \psi\left(\left|q - \frac{p}{m} t\right|\right)}{\partial q^\alpha}, \quad (9)$$

$$g(q, p_1, p_2) = g(q, 0, p_1, p_2). \quad (10)$$

Произведем преобразование Фурье по переменным  $q$ :

$$g(q, t, p_1, p_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{ikq} r(k, t, p_1, p_2) dk; \quad (11)$$

тогда получим из (7)

$$r(k, t, p_1, p_2) = e^{-i \frac{k p_1}{m} t} g(|k|, p_1, p_2) + \\ + \int_0^t \int_{\Omega} K(k, t - t', p_1) r(-k, -t', p_2, p') dp' dt', \quad (12)$$

где

$$K(k, t, p) = -i \frac{k p}{m\theta} \frac{e^{-\frac{p^2}{2m\theta} - i \frac{k p}{m} t}}{(2\pi m\theta)^{3/2}} \nu(|k|); \quad (13)$$

$$\nu(|k|)_1 = \int e^{-ikq} \psi(|q|) dq; \quad (14)$$

$$g(|k|, p_1, p_2) = f(p_1) \delta(p_1 - p_2) + g(|k|) f(p_1) f(p_2); \quad (15)$$

$$g(|k|) = \int e^{-ikq} g(|q|) dq. \quad (16)$$

Из пространственной и временной однородности  $g(x_1 t_1, x_2 t_2)$

$$r(k, t, p_1, p_2) = r(-k, -t, p_2, p_1). \quad (17)$$

Заметим, что задача отыскания решения (12), (17) эквивалентна задаче отыскания решения

$$r(k, t, p_1, p_2) = e^{-i \frac{k p_1}{m} t} g(|k|, p_1, p_2) + \\ + \int_0^t \int_{\Omega} K(k, t - t', p_1) r(k, t', p', p_2) dp' dt', \quad (18)$$

же удовлетворяющего условию (17). Уравнение (18) получено из (12) заменой в интегральном члене  $r(-k, -t', p_2, p')$  на  $r(k, t', p', p_2)$ . Теперь воспользуемся удобным расчленением задачи (18), (17), а именно, можно отыскать решение уравнения (18) только в области  $t > 0$  и затем использовать (17) для продолжения полученного решения на область  $t < 0$ . Отыскание решения уравнения (18) в области  $t > 0$  удобно производить операционным методом. Введем следующие обозначения для пласовских изображений:

$$R(k, z, p_1, p_2) = \int_0^{\infty} r(k, t, p_1, p_2) e^{-zt} dt \quad (\operatorname{Re} z > 0), \quad (19)$$

$$K(k, z, p_1) = \int_0^{\infty} K(k, t, p_1) e^{-zt} dt \quad (\operatorname{Re} z > 0), \quad (20)$$

$$F(k, z, p_1, p_2) = \int_0^{\infty} e^{-i \frac{\hbar p_1}{m} t - zt} g(|k|, p_1, p_2) dt \quad (\operatorname{Re} z > 0). \quad (21)$$

Для  $R(k, z, p_1, p_2)$  имеем

$$R(k, z, p_1, p_2) = F(k, z, p_1, p_2) + K(k, z, p_1) \frac{\int F(k, z, p_1, p_2) dp_1}{1 - \int K(k, z, p_1) dp_1}. \quad (22)$$

Используя (13) и (15), получим после некоторых вычислений довольно громоздкое выражение для  $R(k, z, p_1, p_2)$ , которое за недостатком места не приводим.

Совершая обратное преобразование Лапласа, получаем

$$r(k, t, p_1, p_2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} R(k, z, p_1, p_2) e^{zt} dz \quad (t > 0), \quad (23)$$

$$r(k, t, p_1, p_2) = r(-k, -t, p_2, p_1) \quad (t < 0). \quad (24)$$

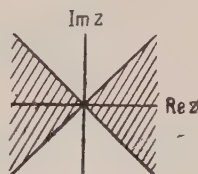


Рис. 1

формулы (23), (24) дают принципиальное решение задачи об отыскании первого приближения.

Скажем несколько слов об аналитической природе  $R(k, z, p_1, p_2)$ . Единственными особенностями функции  $R(k, z, p_1, p_2)$  в конечных точках плоскости  $z$  являются полюсы в точках  $z = -ikp_1/n$ ,  $z = -ikp_2/m$  в корнях дисперсионного уравнения

$$1 + \frac{v(|k|)}{\theta} - \frac{v(|k|)}{\theta} z \int_0^{\infty} e^{-zt - \theta \hbar^2 t^2 / 2m} dt = 0. \quad (25)$$

в случае  $\lambda \gg 1$ ,  $|k| \ll 1/r_D$  корни уравнения (25) приближенно записываются в виде (ср. (3))

$$z_1 \cong i\omega_0 \left(1 + \frac{3}{2} r_D^2 k^2\right) - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_0 \frac{1}{k^3 r_D^3} e^{-1/2 r_D^2 k^2}, \quad (26)$$

$$z_2 \cong -i\omega_0 \left(1 + \frac{3}{2} r_D^2 k^2\right) - \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_0 \frac{1}{k^3 r_D^3} e^{-1/2 r_D^2 k^2}, \quad (27)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 / \nu m}$  — плазменная частота;  $r_D = \sqrt{\nu / 4\pi e^2}$  — дебаевский радиус,  $e$  — заряд электрона;  $\theta = kT$ . При больших  $|z|$  функция  $R(k, z, p_1, p_2)$  ведет себя следующим образом: при удалении  $z$  в бесконечность внутри заштрихованной области (см. рис. 1) она стремится к бесконечности, а при удалении  $z$  в бесконечность вне этой области стре-



мится к нулю. Интересно, используя решение (23), (24), получить формулы для функции

$$g_1(q_1, t_1, q_2, t_2) = \iint g(x_1 t_1, x_2 t_2) dp_1 dp_2. \quad (28)$$

После некоторых вычислений имеем

$$g_1(q_1, t_1, q_2, t_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{ikq} r_1(k, t) dk, \quad (29)$$

$$r_1(k, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} R_1(k, z) e^{zt} dz \quad (t > 0), \quad (30)$$

$$r_1(k, t) = r_1(-k, -t) \quad (t < 0), \quad (31)$$

$$R_1(k, z) = \frac{(1 + g(|k|)) \int_0^\infty e^{-zt - \theta k^2 t^2 / 2m} dt}{1 + \frac{\nu(|k|)}{\theta} - \frac{\nu(|k|)}{\theta} z \int_0^\infty e^{-zt - \theta k^2 t^2 / 2m} dt}. \quad (32)$$

Чтобы получить асимптотику интеграла (30) для больших  $t$ , необходимо, пользуясь известным методом асимптотических оценок таких интегралов, сместить путь интегрирования в нем влево таким образом, чтобы полюсы функции  $R_1(k, z)$  остались справа от этого пути (см. рис. 2).

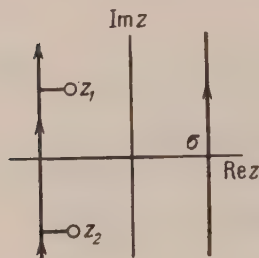


Рис. 2

Тогда

$$r_1(k, t) \cong \text{res}_{z=z_1} R_1(k, z) e^{zt} + \text{res}_{z=z_2} R_1(k, z) e^{zt}. \quad (33)$$

Вычисляя вычеты, получаем

$$r_1(k, t) \cong (1 + g(|k|)) e^{-\gamma t} \cos \omega_0 t, \quad (34)$$

где  $\gamma$  — декремент ландаувского затухания

$$\gamma = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_0 \frac{1}{k^3 r_D^3} e^{-1/2 k^2 r_D^2}. \quad (35)$$

Чтобы получить поведение  $r_1(k, t)$  при малых  $t$ , вернемся непосредственно к уравнению для  $r_1(k, t)$ :

$$r_1(k, t) = e^{-\theta k^2 t^2 / 2m} (1 + g(|k|)) - \frac{k^2 \nu(|k|)}{m} \int_0^t (t - t') e^{-\theta(t-t')^2 k^2 / 2m} r_1(k, t') dt' \quad (36)$$

которое получается из (18) интеграцией по импульсам  $p_1, p_2$ . Заменяя при малых  $t$  в этом уравнении экспоненциальные множители на 1 и решая получившееся уравнение, будем иметь

$$r_1(k, t) \cong (1 + g(|k|)) \cos \omega_0 t. \quad (37)$$

Сравнивая (36) с (34), заключаем, что, очевидно, формула (34) дает хорошее представление о поведении решения при всех  $t$ .

Следует подчеркнуть, что, так как мы пользуемся разложением (30) непосредственно по степеням  $\nu$ , формула (34) верна для времен, меньших времени свободного пробега.

В заключение автор пользуется случаем выразить глубокую благодарность акад. Н. Н. Боголюбову за ценное обсуждение данной работы, выполненной под его непосредственным руководством.

Поступило  
12 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. В. Толмачев, ДАН, 105, 439 (1955). <sup>2</sup> Н. Н. Боголюбов, Динамические проблемы в статистической физике, М., 1946. <sup>3</sup> Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 16, 574 (1946).

М. М. ХАЛЕЦКИЙ

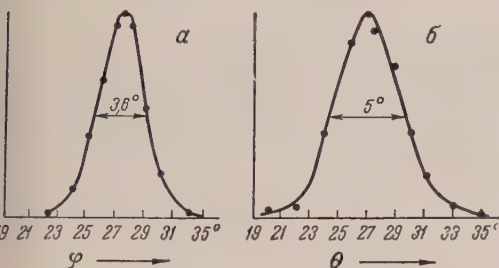
# ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛНЫХ СЕЧЕНИЙ $\sigma_t$ ДЛЯ НЕЙТРОНОВ $E_n = 14,8$ МэВ ПО СЧЕТУ $(n, \alpha)$ -СОВПАДЕНИЙ <sup>(1)</sup>

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 13 XI 1956)

Регистрация монохроматических  $\alpha$ -частиц от реакции  $D^2(T, n)He^4$  позволяет с помощью схемы совпадений выделить в пространстве узкий пучок нейтронов от этой реакции. Применение пучка коррелированных  $\alpha$ -частицами нейтронов для измерения сечений  $\sigma_t$  дает возможность избавиться от фона других нейтронов, в частности от нейтронов реакции  $D^2(D, n)He^3$ , и других при-

В данной работе применялась толстая  $T$ -Зг мишень (рис. 1). На мишень падал пучок магнитно выделенных дейтронов с энергией  $E_d = 160$  кэВ.  $\alpha$ -Частицы, вылетающие из мишени, регистрировались кристаллом NaJ(Tl) толщиной  $d = 0,5$  мм с У-19. Окно  $\alpha$ -счетчика по отношению к мишени образовывало телесный угол  $\omega_\alpha = 1,8 \cdot 10^{-3}$  стерадиан. По другую сторону от мишени на расстоянии 75 см от нее находился счетчик нейтронов — кристалл стильбена диаметром 34 мм с ФЭУ-19.

Детектор нейтронов устанавливался с точностью  $\pm 0,5^\circ$ ; для этого



2. Направленность пучка нейтронов, коррелированных с  $\alpha$ -частицами. Счетчик нейтронов стильбена  $d = 34$  мм на расстоянии  $r = 25$  см от мишени; счетчик вращали вокруг мишени по углам  $\varphi$ ;   
б — по углам  $\theta$

диаметр 25 мм, высота 25 мм. Измерение полных сечений  $\sigma_t$  состояло в том, что считали  $(n, \alpha)$ -совпадения при наличии рассеивателя и без него. Ослабления счета  $(n, \alpha)$ -совпадений  $T = e^{-n\sigma_t d}$ , где  $n$  — число ядер в



Рис. 1. Схема измерения сечений  $\sigma_t$

в пучок «коррелированных»  $\alpha$ -счетчик поворачивался через  $1^\circ$  сначала на угол  $\varphi$  (в горизонтальной плоскости), а затем на угол  $\theta$  (в вертикальной плоскости) и в каждом положении  $n$ -го счетчика считались  $(n, \alpha)$ -совпадения при одном и том же отсчете  $\alpha$ -частиц (рис. 2).

Между мишенью и счетчиком нейтронов на расстоянии 26 см от мишени с помощью специального приспособления, ставились в пучок нейтронов и выводились из пучка цилиндрические рассеиватели. Размер рассеивате-

1 см<sup>3</sup>, определялось  $\sigma_t$ . В измерениях применялась схема совпадений с разрешением  $\tau = 5 \cdot 10^{-8}$  сек. Скорость счета совпадений в измерениях составляла  $\sim 30$  имп/сек; одновременно с регистрацией совпадений поканально считались нейтроны и  $\alpha$ -частицы. За выходом нейтронов из мишени следили по счету  $\alpha$ -частиц.

Таблица 1

Элемент	Число ядер в 1 см <sup>3</sup> , $n \cdot 10^{23}$	Полн. сечения $\sigma_t$ по нашим измерениям в барнах	$\sigma_t$ по измерениям ( <sup>2</sup> ) в барнах	$\sigma_t$ по измерениям Гудмена ( <sup>3</sup> ) в барнах
Li	4,59	$1,24 \pm 0,06^*$	$1,45 \pm 0,03$	—
Be	12	$1,46 \pm 0,03^*$	$1,53 \pm 0,03$	$1,4 \pm 0,1$
C	7,72	$1,18 \pm 0,12$	$1,32 \pm 0,02$	$1,20 \pm 0,04$
Mg	4,31	$1,83 \pm 0,05^*$	$1,75 \pm 0,03$	$1,8 \pm 0,2$
Al	5,81	$1,75 \pm 0,08$	$1,73 \pm 0,03$	$1,8 \pm 0,1$
Fe	8,5	$2,51 \pm 0,06$	$2,60 \pm 0,05$	$2,4 \pm 0,2$
Cu	8,38	$2,66 \pm 0,07$	$2,96 \pm 0,06$	$2,5 \pm 0,1$
Pd	6,7	$4,0 \pm 0,1$	—	—
Cd	4,61	$4,12 \pm 0,06$	$4,44 \pm 0,09$	—
Sn	3,51	$4,05 \pm 0,07$	$4,68 \pm 0,09$	$4,0 \pm 0,4$
Pb	3,29	$5,28 \pm 0,15$	$5,48 \pm 0,11$	$5,1 \pm 0,4$
Bi	2,82	$5,33 \pm 0,08$	$5,46 \pm 0,11$	$5,2 \pm 0,5$
U	4,73	$5,64 \pm 0,1$	$5,87 \pm 0,12$	—

\* По измерениям Г. А. Овсянникова.

Результаты измерений  $\sigma_t$  показаны в табл. 1; здесь же приведены данные Куна и др. (<sup>2</sup>) и Гудмена (<sup>3</sup>), полученные другим методом, для нейтронов с энергией  $E_n = 14$  Мэв.

Описанный метод измерения нейтронных сечений может быть распространен на нейтроны от реакции  $D^2(T, n)He^4$  для  $E_n \gg 14$  Мэв,  $E_n < 14$  Мэв (независимо от того, остается ли реакция  $D^2(T, n)He^4$  при больших энергиях дейтронов источником монохроматических нейтронов (<sup>4,5</sup>) или в ней появляются две группы нейтронов) и для нейтронов от реакции  $D^2(D, n)He^3$  (<sup>1,6</sup>) и  $p(T, n)He^3$ .

Институт химической физики  
Академии наук СССР

Поступило  
2 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. М. Халецкий, Применение схемы совпадений для измерения полных сечений быстрых нейтронов, Отчет ИХФ АН СССР от 13 III 1953 г. <sup>2</sup> J. H. Coon, E. R. Graves, H. H. Marshall, Phys. Rev., **88**, 562 (1952). <sup>3</sup> S. Goodman, Phys. Rev. **88**, 686 (1952). <sup>4</sup> C. H. Johnson, A. Galonsky, Phys. Rev., **100**, 1252 (A) (1955). <sup>5</sup> R. M. Eisberg, Phys. Rev., **102**, 1104 (1956). <sup>6</sup> W. Franzen, P. Hübner, L. Schellenberg, Zs. Naturforsch., **10a**, 820 (1955).

А. И. ФЕЛЬЗЕНБАУМ

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА ДРЕЙФА ЛЬДОВ В ЦЕНТРАЛЬНОМ АРКТИЧЕСКОМ БАССЕЙНЕ

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 26 XI 1956)

Истинный дрейф льдов в Арктическом бассейне отличается исключительной сложностью ввиду влияния ряда случайных факторов, к которым можно отнести, например, пульсации ветра и течения, форму, размеры и глубину погружения льдин и т. д. Поэтому целесообразно рассматривать дрейф льдов, ветер и течение, осредненные за достаточно большой промежуток времени. Будем считать, что при таком осреднении месяц или сезон) влияние случайных факторов устраняется. Кроме того допустим, что указанное осредненное состояние может быть получено при решении стационарной задачи.

Уравнения установившегося движения морской воды, льда и воздуха в горизонтальных декартовых осях координат  $X, Y$  запишем, пренебрегая нелинейными инерционными членами и членами, обусловленными горизонтальным обменом количеством движения, в виде

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \Omega v = -g \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad A \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \Omega u = -g \frac{\partial \xi}{\partial y}; \quad (1)$$

$$T_x + R_x + \Omega \rho'' h v'' = 0; \quad T_y + R_y - \Omega \rho'' h u'' = 0; \quad (2)$$

$$A' \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} + \Omega v' = \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad A' \frac{\partial^2 v'}{\partial z^2} - \Omega u' = \frac{1}{\rho'} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

$u, v$  — горизонтальные компоненты скорости;  $p$  — атмосферное давление;  $\xi(x, y)$  — отклонение нижней поверхности льда от ее невозмущенного горизонтального положения  $z = 0$  (ось  $Z$  направлена вниз);  $h$  — толщина льда. Кроме того,  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\Omega$  — параметр Кориолиса;  $\rho$  — плотность и  $A$  — коэффициент вертикального обмена, принимаемые постоянными. Один и два штриха означают, что рассматриваемые величины относятся соответственно, к воздуху и льду. Наконец,  $R_x, R_y$  и  $T_x, T_y$  — компоненты тангенциального напряжения, действующего на лед со стороны воды и воздуха. Последние определяются формулами

$$R_x = \rho A \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{z=\xi}; \quad R_y = \rho A \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)_{z=\xi}; \quad (4)$$

$$T_x = -\rho' A' \left( \frac{\partial u'}{\partial z} \right)_{z=-h+\xi}; \quad T_y = -\rho' A' \left( \frac{\partial v'}{\partial z} \right)_{z=-h+\xi}. \quad (5)$$

Граничные условия. На поверхности льда выполняются условия прилипания; предполагается, что течение проникает только до глубины  $H = 200$  м, соответствующей примерно положению верхней границы антарктической водной массы; на больших высотах ветер является геострофическим, причем горизонтальные градиенты атмосферного давления при-



нимаются не меняющимися с высотой:

$$(u)_{z=\xi} = (u')_{z=-h+\xi} = u''; \quad (v)_{z=\xi} = (v')_{z=-h+\xi} = v''; \quad (6)$$

$$(u)_{z=H} = (v)_{z=H} = 0; \quad (7)$$

$$(u')_{z \rightarrow -\infty} = -\frac{1}{\Omega \rho'} \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (v')_{z \rightarrow -\infty} = \frac{1}{\Omega \rho'} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (8)$$

Замыкающее систему уравнений (1)–(3) условие баланса массы в столбе от верхней поверхности льда до нижней границы слоя, охваченного течением,

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0, \quad (9)$$

в котором

$$Q_x = \rho S_x + \rho'' h u'', \quad Q_y = \rho S_y + \rho'' h v'', \quad (10)$$

где  $S_x = \int_{\xi}^H u dz$  и  $S_y = \int_{\xi}^H v dz$ , позволяет ввести функцию  $\psi(x, y)$ , определяемую формулами

$$Q_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad Q_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (11)$$

Условия на границе Центрального Арктического бассейна  $L$ , которую мы установим по изобате 200 м, формулируются не для скорости, а только для интегрального потока массы, так как граница  $L$  является жидкой. Там, где по нормали  $n$  к  $L$  встречается берег, принимаем  $(Q_n)_L = 0$ . Там же, где берег не встречается, например у пролива между Шпицбергенем и Гренландией или у Берингова пролива, величина  $(Q_n)_L$  равная с вполне достаточной точностью  $\rho(S_n)_L$ , задается (расходы воды через проливы известны). Указанные условия запишем в виде

$$(\psi)_L = f(L), \quad (12)$$

где  $f$  — известная функция на контуре  $L$ .

Так как  $H > 2D$ , то из (1), (4) и (7) с вполне достаточной точностью будем иметь для слоя от нижней поверхности льда до глубины  $D$  (1):

$$u = \frac{e^{-a(z-\xi)}}{\rho a A \sqrt{2}} [-R_x \sin \alpha - R_y \cos \alpha] + \frac{g}{\Omega} \frac{\partial \xi}{\partial y};$$

$$v = \frac{e^{-a(z-\xi)}}{\rho a A \sqrt{2}} [R_x \cos \alpha - R_y \sin \alpha] - \frac{g}{\Omega} \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (13)$$

где  $D = \pi/a$ ,  $a = \sqrt{\Omega/2A}$ ,  $\alpha = \pi/4 - a(z - \xi)$ .

Далее из (1), (4) и (7) можно получить выражения

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{g\rho} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2} [-(2aH - 1) R_x - R_y - \Omega \rho S_x + \Omega \rho (2aH - 1) S_y], \quad (14)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{g\rho} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2} [R_x - (2aH - 1) R_y - \Omega \rho (2aH - 1) S_x - \Omega \rho S_y],$$

которые, учитывая (2), (10) и (11), запишем в виде

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{g\rho} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2} [(2aH - 1) T_x + T_y + \Omega \frac{\partial \psi}{\partial y} + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial x}]; \quad (15)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = -\frac{1}{g\rho} \frac{2a}{1 + (2aH - 1)^2} [-T_x + (2aH - 1) T_y + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial y} - \Omega \frac{\partial \psi}{\partial x}].$$

Полагая в (13)  $z = \xi$ , вводя  $m = \frac{\rho''}{\rho} ah$  и учитывая (2), (6) и (15), получим следующие выражения для компонент скорости дрейфа льдов:

$$\begin{aligned} u'' &= \frac{T_x + (1 + 2m) T_y}{2\rho a A (1 + 2m + 2m^2)} + \frac{2a}{\Omega \rho} \frac{1}{1 + 2m + 2m^2} \frac{1}{1 + (2aH - 1)^2} \times \\ &\times \left\{ -(1 + m) \left[ -T_x - (2aH - 1) T_y + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial y} - \Omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \right. \\ &\quad \left. + m \left[ (2aH - 1) T_x + T_y + \Omega \frac{\partial \psi}{\partial y} + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \right\}; \\ v'' &= \frac{-(1 + 2m) T_x + T_y}{2\rho a A (1 + 2m + 2m^2)} + \frac{2a}{\Omega \rho} \frac{1}{1 + 2m + 2m^2} \frac{1}{1 + (2aH - 1)^2} \times \\ &\times \left\{ (1 + m) \left[ (2aH - 1) T_x + T_y + \Omega \frac{\partial \psi}{\partial y} + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \right. \\ &\quad \left. + m \left[ -T_x + (2aH - 1) T_y + \Omega (2aH - 1) \frac{\partial \psi}{\partial x} - \Omega \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Функция  $\psi$ , входящая в (16), определяется из уравнения

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{2aH - 1}{\Omega} \left( \frac{\partial T_y}{\partial x} + \frac{\partial T_x}{\partial y} \right) - \frac{1}{\Omega} \left( \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} \right), \quad (17)$$

полученного при исключении  $\xi$  из (15) перекрестным дифференцированием.

Переходя к вычислению  $T_x$  и  $T_y$ , также входящих в (16), запишем уравнения (3) при условиях (6) и (8) в комплексной форме

$$\dot{w} = w_g + (w - w_g) e^{s(z+h-\xi)}, \quad (18)$$

$$w = u' + iv'; \quad w_g = \frac{i}{\Omega \rho'} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + i \frac{\partial p}{\partial y} \right); \quad w = u'' + iv''; \quad s^2 = \frac{i\Omega}{A'}.$$

Так как скорость геострофического ветра примерно в 100 раз больше скорости дрейфа льдов, то из (18) с вполне достаточной точностью

$$w = w_g [1 - e^{s(z+h-\xi)}], \quad (19)$$

куда  $(\partial w / \partial z)_{z=-h+\xi} = -s w_g$ . Отделяя в последнем выражении действительную и мнимую части и учитывая (5), получим

$$T_x = -\sqrt{\frac{A'}{2\Omega}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \right); \quad T_y = \sqrt{\frac{A'}{2\Omega}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} \right). \quad (20)$$

Подставляя (20) в (17) и вводя вспомогательную функцию  $\Phi$ , связанную с функцией  $\psi$  соотношением

$$\psi = \frac{H}{\Omega} \sqrt{\frac{A'}{A}} (p - \Phi), \quad (21)$$

получим уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0. \quad (22)$$

Граничное условие следует из (12) и (21):

$$(\Phi)_L = (p)_L - \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A'}{A}} f(L). \quad (23)$$

Подставляя (20) в (16) и вводя коэффициенты

$$\begin{aligned} K &= \frac{1 + m}{1 + 2m + 2m^2} \frac{1}{\Omega \rho} \sqrt{\frac{A'}{A}}; \quad K' = \frac{1}{1/m + 1} K; \\ \alpha &= 1 - \frac{1}{2aH} + \frac{1}{2aH(2aH - 1)}, \end{aligned} \quad (24)$$

получим

$$u'' = -K \frac{\partial p}{\partial y} + K' \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{K}{\alpha} \left\{ (\alpha - 1) \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{2aH - 1} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\} + \frac{K'}{\alpha} \left\{ (\alpha - 1) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{2aH - 1} \left[ \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\}; \quad (25)$$

$$v'' = K \frac{\partial p}{\partial x} + K' \frac{\partial p}{\partial y} \sqrt{\frac{K}{\alpha}} \left\{ (\alpha - 1) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{2aH - 1} \left[ \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} + \frac{K'}{\alpha} \left\{ (\alpha - 1) \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{2aH - 1} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\Omega}{H} \sqrt{\frac{A}{A'}} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right\}.$$

При реальных значениях скорости осредненного дрейфа льдов  $2aH > 100$ , поэтому выражения (25) с вполне достаточной точностью можно переписать, учитывая (21), в окончательном виде

$$u'' = -K \frac{\partial p}{\partial y} + K' \frac{\partial p}{\partial x} - K \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial y} + K' \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial x}; \\ v'' = K \frac{\partial p}{\partial x} + K' \frac{\partial p}{\partial y} + K \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial x} + K' \frac{\partial (p - \Phi)}{\partial y}. \quad (26)$$

Таким образом, определение дрейфа льдов сводится к интегрированию уравнения Лапласа (22) при граничном условии (23) и последующему вычислению компонент скорости дрейфа по формулам (26).

Первые два слагаемые в правой части (26) представляют собой компоненты скорости чисто ветрового дрейфа льдов, т. е. дрейфа, обусловленного непосредственно влекущим действием ветра на льды. Если не учитывать толщины льда ( $m = 0$  и, следовательно,  $K' = 0$ ), то чисто ветровой дрейф будет являться изобарическим. В противном случае чисто ветровой дрейф льдов несколько отличается от изобарического (например, при  $m = 1/4$  будем иметь  $K' = 0,2K$ ). Последующие слагаемые — компоненты скорости градиентного дрейфа льдов, т. е. дрейфа, обусловленного градиентным течением. Анализ дрейфов «Фрама», «Седова» и станций «Северный полюс 1—4» показывает, что в среднем общий дрейф льдов на  $2/3$  складывается из градиентного и только на  $1/3$  из чисто ветрового дрейфа. Отсюда видно, насколько важен градиентный дрейф льдов, не учитывавшийся во всех предыдущих теориях, посвященных только чисто ветровому дрейфу (см., например, (2-4)).

В заключение заметим, что обобщение изложенной теории общего дрейфа льдов на случай как переменных коэффициентов вертикального обмена в атмосфере и гидросфере, так и переменной глубины проникновения течения не встречает принципиальных затруднений.

Автор пользуется случаем поблагодарить Д. Л. Лайхтмана и М. Е. Швеца, обративших его внимание на необходимость учета толщины льда даже в том случае, когда она мала по сравнению с глубиной проникновения течения.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
9 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> V. W. Ekman, Ark. f. Mat., Astr. och Phys., 2, № 11 (1905); 17, № 26 (1923).  
<sup>2</sup> В. В. Шулейкин, ДАН, 19, № 8 (1938); 31, № 9 (1941). <sup>3</sup> Р. Г. Геворкян, Проблемы Арктики, № 4 (1941). <sup>4</sup> М. Е. Швец, Метеорол. и гидрол., № 6 (1946).

С. Н. АЛЕКСАНДРОВ

# НЕЙРОГОРМОНАЛЬНОМ МЕХАНИЗМЕ НЕПРЯМОГО ДЕЙСТВИЯ ИОНИЗИРУЮЩЕЙ РАДИАЦИИ НА ОПУХОЛЕВЫЕ КЛЕТКИ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 19 X 1956)

Значение непрямого влияния лучистой энергии в процессе лучевой терапии злокачественных новообразований общепризнано; однако конкретные формы этого влияния изучены недостаточно. Облучение головы является одним из наиболее эффективных видов непрямого действия лучистой энергии на опухоль в эксперименте <sup>(1, 2)</sup>. Известно также, что таким воздействием удается ослабить раковую диспозицию в процессе экспериментального канцерогенеза <sup>(3, 4)</sup>. Это обусловило выбор нами облучения головы в опытах, ставивших своей задачей анализ непрямого влияния ионизирующей радиации на опухолевые клетки.

Опыты проводились на мышах, которым вводили асцитическую жидкость в брюшную полость. Через 6—8 дней после перевивки последняя являлась заполненной асцитической жидкостью со взвешенными в ней опухолевыми элементами. Об отдаленном эффекте облучения судили по митотической активности этих клеток. Облучение головы производилось 7 сутки после перевивки опухоли в следующих физических условиях: напряжение 190 кв, сила тока 15 ма, фильтр 0,5 мм меди и 1 мм алюминия, расстояние от антикатада 24 см, поле  $\times 3$  см. Мощность дозы при этих условиях была 84 г/мин. Мыши облучались дозой 750 и 1000 г. Все тело животных, за исключением головы, время облучения было защищено инцовой прямоугольной крышкой толщиной стенок 5 мм. Внутренняя поверхность защиты была покрыта слоем асфальтового лака, поглощавшего вторичное излучение. В одной из боковых стенок защиты имелась большая щель для головы. Размеры этой щели соответствовали ширине и мыши; это не давало возможности животным во время облучения нырнуть голову под защиту, ни вылезти наружу. Таким образом, защитное устройство одновременно обеспечивало своеобразную иммобилизацию животных во время лучевого воздействия.

У каждой мыши непосредственно перед облучением стерильно извлекли небольшое количество асцитической жидкости, из которой приготовили мазки, как это делается при исследовании лейкоцитарной формулы

Таблица 1

Митотическая активность в контрольных опытах \*

№ опыта	Исходная	Через 1 час	Через 3 часа	Через 24 часа
1	1,5	1,44/95	1,44/95	1,72/115
2	1,68	1,68/100	2,02/120	—
3	1,04	1,28/123	1,04/100	1,18/114
4	0,5	0,46/92	0,42/84	0,7 /140
5	2,1	2,4 /114	2,52/120	2,1 /100
6	0,76	0,8 /105	0,72/95	—
7	0,8	0,82/91	0,85/96	1,88/98
Средн.	1,21	1,27/104	1,29/106	—

\* Здесь и в остальных таблицах первое число — абсолютные числа, второе — в процентах к исходной.



крови. Через различные сроки после облучения вновь брали пробы асцитической жидкости для приготовления мазков. Последние фиксировали в 96° спиртом и окрашивали гематоксилином Бемера для выявления клеточных ядер. Во всех случаях просматривали 5000 опухолевых элементов и устанавливали количество клеток, находящихся в состоянии митоза. Эта величина, выраженная в процентах, характеризовала митотическую активность опухолевых элементов.

В контроле мыши испытывали точно те же воздействия, что и в опыте за исключением облучения. При этом митотическая активность через 1-3 часа после взятия исходной пробы практически не менялась (табл. 1). Некоторое снижение ее отмечается лишь в одном опыте из семи (№ 4). При облучении головы наблюдалось отчетливое снижение митотической активности во всех без исключения опытах. После воздействия лучистой энергии в дозе 750 г (табл. 2) митотическая активность снижалась и в среднем составляла 60% от исходной через 1 час после облучения; в дальнейшем же (через 3 часа) она не менялась. При большей дозе (1000 г) эффект торможения через 1 час был таким же, как и в предыдущих опытах (65%), но заметно усиливался к 3 часам после воздействия (38%). В обеих сериях опытов, спустя 24 часа после облучения, признаков торможения митотической активности установить не удавалось, и намечалась даже определенная тенденция к усилению клеточного деления, наблюдавшаяся, впрочем, и в контроле. Поскольку асцитические клетки сохраняют лишь гуморальную связь с организмом, можно было

Таблица 2

Митотическая активность в опытах с облучением головы дозой 750 г

№ опыта	Исходная	После облучения		
		через 1 час	через 3 часа	через 24 часа
1	1,26	0,72/57	0,84/67	2,02/160
2	1,5	0,46/31	1,40/93	4,2 /280
3	1,1	0,92/84	0,42/38	1,32/120
4	1,8	1,1 /60	1,42/79	2,6 /145
5	0,9	0,54/60	0,80/89	—
6	2,1	1,48/70	0,84/40	2,52/120
Средн.	1,44	0,87/60	0,95/67	—

предполагать, что в результате лучевого воздействия в асцитической жидкости выделяется какое-то вещество, подавляющее митотическую активность клеточных элементов.

Для проверки этого предположения взятая от животного, которому за 3 часа до этого была облучена голова дозой 1000 г, асцитическая жидкость освобожденная центрифугированием от клеточных элементов, вводилась под кожу необлученным мышам с асцитом в брюшной полости. До введения бесклеточной асцитической жидкости и через 1 час после этого у мышей, являвшихся тест-объектом, брали пробы опухолевого асцита из брюшной полости для приготовления мазков. Во всех опытах за исключением одного (№ 1) было обнаружено отчетливое снижение митотической активности (табл. 3). Правда, в данном случае оно было выражено слабее, чем у животных, которым производилось облучение головы. Это могло свидетельствовать о том, что тормозящее митоз вещество довольно быстро разрушается, тогда как у животных с облученной головой оно продуцируется на протяжении определенного времени, и поэтому его концентрация в асцитной жидкости может быть более или менее стабильной. Введение тест-объекту бесклеточной асцитной жидкости от необлученной мыши не сказывалось на митотической активности опухолевых элементов.

Таблица 3

Митотическая активность в опытах с введением под кожу необлученной мышам бесклеточной асцитической жидкости от мышей, за 3 часа до этого получивших 1000 г на голову

№ опыта	Исходная	Через 1 час после введения асцит. жидкости
1	1,64	1,48/90
2	0,84	0,64/76
3	2,06	1,46/71
4	1,18	0,98/83
5	0,56	0,48/85
Средн.	1,26	1,01/80

В связи с тем, что при облучении головы действию радиации подвергается область, тесно связанная с деятельностью надпочечников (высшие отделы симпатической нервной системы и гипофиз), можно было предполагать, что появление в асцитической жидкости вещества, снижающего митотическую активность опухолевых элементов, связано с гормональной активностью этих желез. Действительно, оказалось, что облучение головы (доза 1000 г) у животных с удаленным надпочечником \* не вызывает торможения митотической активности в опухолевых клетках (табл. 4).

Таблица 4

Митотическая активность в опытах с облучением головы дозой 1000 г у мышей с удаленными надпочечниками

В соответствии с этим введение асцитической жидкости в брюшную полость облученных эпинефректомированных животных под кожу другим асцитическим мышам не влияло на митотическую активность опухолевых клеток. Предстояло выяснить, с активностью какого отдела надпочечника связано наблюдавшееся явление. Если этот эффект был бы вызван секрецией гормонов коркового отдела в связи с выделением передней долей гипофиза адrenaлкортикотропного гормона, то введение последнего необлученным животным должно было само по себе привести к торможению митотической активности асцитических клеток. Однако, этого не удалось наблюдать даже при введении заведомо больших доз (в 10 раз превышающих дозу, вызывающую эффект у мышей) гормона.

№ опыта	Исходная	После облучения	
		через 1 час	через 3 часа
1	0,82	1,48/180	1,16/141
2	0,56	0,5 /89	0,54/97
3	0,28	1,24/97	1,20/94
4	0,92	0,86/93	1,02/111
5	1,84	1,80/98	1,92/105
Средн.	1,08	1,18/110	1,17/109

Отрицательный результат этих опытов заставил предположить ответственным за снижение митотической активности гормон мозгового слоя надпочечников — адреналин. Опыты с введением адреналина подтвердили это предположение: через 1½ часа после подкожной его инъекции отмечалось резкое торможение митотической активности асцитических клеток (табл. 5).

Таблица 5

Митотическая активность в опытах с введением адреналина: 0,15 мл 0,005% (оп. № 1) и 0,2 мл (оп. №№ 2—7)

№ опыта	Исходная	Через 1 ч. 30 м. после введения адреналина
1	1,8	0,92/51
2	1,92	0,8 /41
3	2,8	0,48/17
4	1,48	0,66/44
5	1,26	0,36/29
6	0,56	0,12/21
7	1,14	0,86/75
Средн.	1,57	0,6 /38

Следовало, однако, выяснить еще, может ли наблюдаться торможение митотической активности не при введении адреналина извне в более или менее произвольных количествах, а при его выделении надпочечниками в определенных экспериментальных условиях. В этом отношении казалось удобным воспользоваться выделением адреналина при болевом раздражении. У асцитных мышей на 7 сутки после перевивки раскаленным шпателем наносили ожог кожи бедра площадью в 1 см². В пробах асцита через 1 и 3 часа после ожога установлено отчетливое уменьшение количества делящихся клеток (табл. 6). Степень подавления митотической активности в этом случае вполне соответствует тому, что наблюдалось при облучении головы дозой 750 г (табл. 2 и 6).

В пробах асцита через 1 и 3 часа после ожога установлено отчетливое уменьшение количества делящихся клеток (табл. 6). Степень подавления митотической активности в этом случае вполне соответствует тому, что наблюдалось при облучении головы дозой 750 г (табл. 2 и 6).

\* Удаление надпочечников производилось в два приема с интервалом в 1 сутки. Через 1 сутки после второй операции перевивалась асцитическая жидкость в брюшную полость. Облучение производилось через 7 суток после перевивки.

На основании полученных результатов может быть представлена общая схема одного из механизмов непрямого действия ионизирующей радиации

Таблица 6

Митотическая активность в опытах с ожогом кожи на бедре

№ опыта	Исходная	После ожога	
		через 1 час	через 3 часа
1	0,68	0,42/62	0,38/56
2	2,9	1,5 /51	1,74/60
3	1,86	1,34/72	1,42/70
4	2,3	1,36/59	1,78/78
Средн.	1,93	1,15/60	1,33/68

на опухоль. Облучение головного мозга приводит к возбуждению высших отделов симпатической нервной системы, следствием которого является рефлекторная стимуляция мозгового слоя надпочечников, отвечающего выделением адреналина; последний тормозит митотическую активность опухолевых клеток.

Ряд данных об изменении тонуса симпатической нервной системы при действии ионизирующей радиации (5, 6, 7) позволяет предполагать, что

указанное не прямое влияние на опухоль может осуществляться и при других локализациях лучевого воздействия.

Центральный научно-исследовательский  
рентгено радиологический институт  
Ленинград

Поступило  
11 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> К. П. Маркузе, Д. А. Лозинский, Арх. пат. анат. и пат. физиол., 2, 7 (1936). <sup>2</sup> К. П. Маркузе, Д. А. Лозинский, Тр. Инст. рентгенол. им. Молотова, 3, 92 (1940). <sup>3</sup> A. Lacassagne, W. Nyka, Bull. Ass. Franç. pour l'étude du Cancer, 26, 154 (1937). <sup>4</sup> С. Н. Александров, Бюлл. эксп. биол. и мед., 1, 52 (1955). <sup>5</sup> Г. М. Славский, А. Е. Щербак, Р. И. Ялин, Врач. дело, 5, 395 (1935). <sup>6</sup> Р. М. Любимова, Тез. докл. Совещ. по вопросам специфичности реакций организма на воздействие ионизирующего излучения, 1955, стр. 11. <sup>7</sup> А. В. Лебединский, Мед. радиол., 2, 3 (1956).



Академик А. П. ВИНОГРАДОВ и В. В. КОВАЛЬСКИЙ

## БИОЛОГИЧЕСКАЯ РОЛЬ РАДИОАКТИВНОСТИ $K^{40}$ У ЖИВОТНЫХ

В работе (1) было показано, что радиоактивность  $K^{40}$  не играет никакой роли в росте и развитии *Aspergillus niger*. Имеют значение лишь его химические свойства, его концентрация. Было сделано общее заключение, что радиоактивность  $K^{40}$  не ответственна ни за какие биологические реакции и процессы, текущие в нормальных условиях в живых организмах. Организмы не использовали радиоактивности калия и в процессе филогенеза приобрели известную резистентность в природной радиоактивности. Перенесение этого вывода и на животные организмы делало необходимым постановку соответствующего эксперимента. Так возникло настоящее исследование, которое ниже кратко излагается.

Была поставлена перфузия через сердце лягушки растворов Рингера, содержащих либо  $K$  обычный, либо обогащенный  $K^{40}$  или, наконец, обогащенный  $K^{39}$ .

Изотопный состав калия был следующий (в %):

	$K^{39}$	$K^{40}$	$K^{41}$
Обычный $K$	93,8	0,0119	6,70
$K^{40}$	76,36	1,34	22,30
$K^{39}$	99,92	0,0002	0,073

Состав раствора Рингера:  $NaCl$  0,60;  $KCl$  0,01;  $CaCl_2$  — 0,01;  $NaHCO_3$  0,2 и  $H_2O$  100,0. рН Рингера, содержавшего  $K$  обычный или обогащенный  $K^{39}$ , или не содержавшего  $K$  был равен 8,4, а содержавшего  $K$ , обогащенный  $K^{40}$  8,5. Опыты проводились на изолированном сердце осенних лягушек (*Rana ridibunda*) по методу Якоби, нами модифицированному. Раствор пропущен через венозный синус и правую дугу аорты. Легочные сосуды и левая дуга аорты перевязывались. Канюли присоединялись к аппарату для изолированного сердца с помощью шлифов. Венозное и артериальное давление поддерживалось в течение опыта на постоянном уровне; венозное 5 см, артериальное 12,5 см в. ст. Сокращение и амплитуда работы сердца регистрировались, как обычно, кимографом. Перфузия растворов Рингера, содержащих  $K$  обычный или  $K^{39}$ , или  $K^{40}$  и растворов Рингера, не содержащих  $K$ , через изолированное сердце лягушки была произведена многократно в разнообразной последовательности (59 опытов на 8 сердцах). В качестве иллюстрации приводим несколько записей кимографа (рис. 1, 2, 3).

Подсчет числа сокращений сердца в минуту и амплитуда приводятся в табл. 1.

Многочисленные опыты показали, что последовательная многократная перфузия раствора Рингера, не содержащего хлоридов калия, и содержащего нормальные количества этой соли, приводит к некоторым изменениям возбудимости сердца, но характер этих изменений сохраняет сходство независимо от того, применяется ли раствор Рингера с хлоридов обычного калия, или  $K^{39}$  и  $K^{40}$  (опыты 14 X (табл. 1, А, рис. 1) и 15 X (рис. 2) и др.).



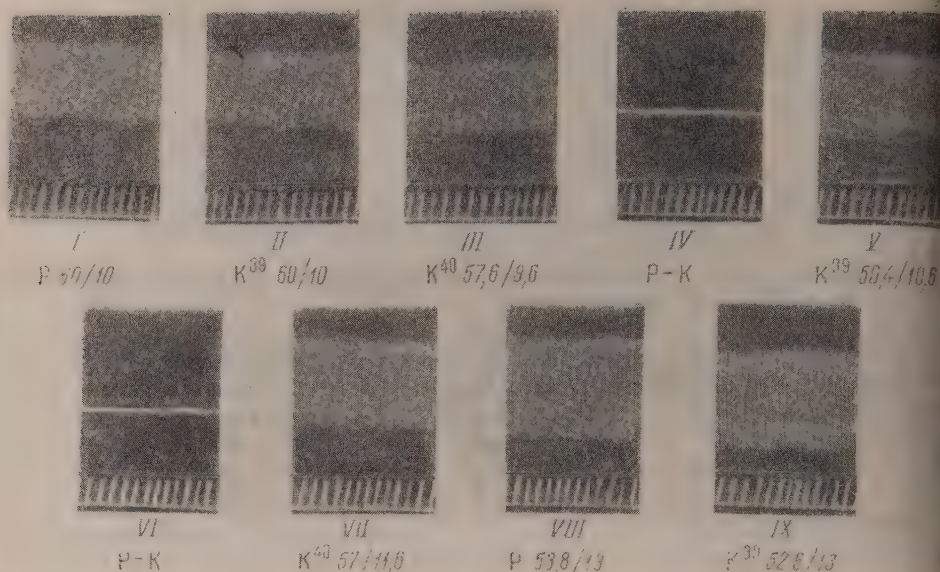


Рис. 1. Опыт 14 X 1956 г. Обозначения: Р — раствор Рингера, Р-К — то же без калия, K<sup>89</sup>, K<sup>40</sup> — раствор Рингера соответственно с K<sup>89</sup> или K<sup>40</sup>. Первое число — число сокращений в минуту, второе — их средняя амплитуда в миллиметрах. Отметки времени 3 сек.

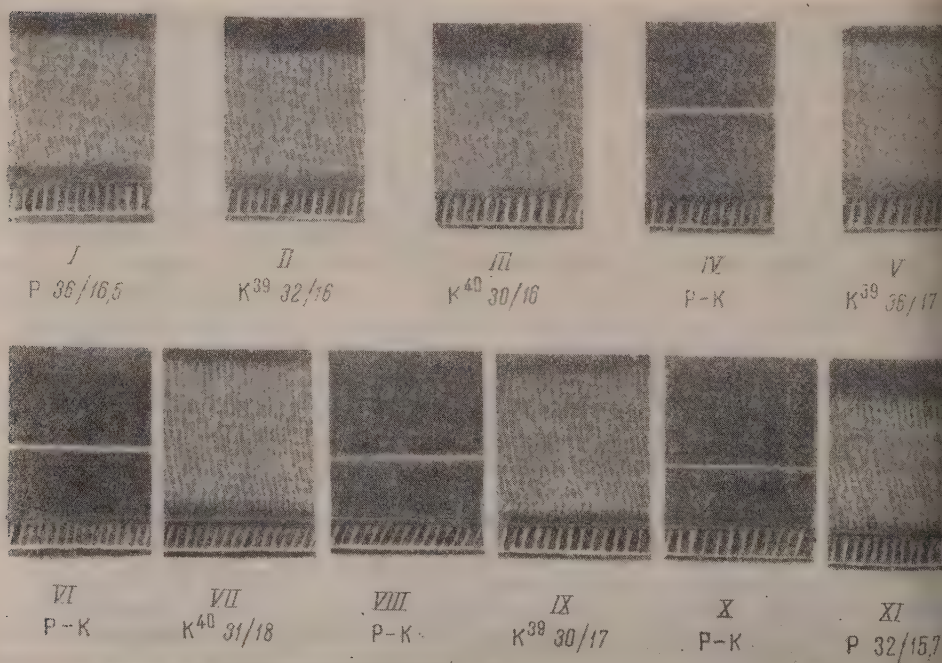


Рис. 2. Опыт 15 X 1956 г. Обозначения те же

Изменения числа сокращений сердца в минуту и амплитуды сокращений сохраняют одинаковый характер при перфузии раствора Рингера, содержащего хлорид К обычного,  $K^{39}$  или  $K^{40}$ . В опыте 23 XI 1956 г. (рис. 3, табл. 1, В), в котором чередовались перфузия растворов Рингера, содержащего хлорид  $K^{40}$ , и не содержащего вообще хлорида калия, несмотря на то, что от этого сердца было основательно отмыто от обычного калия, не наблюдались различий в работе сердца по сравнению с опытом, в котором чередовались применение Рингера, содержавшего хлорид обычного калия и лишенного этой соли (опыт 18 XI 1956 г. (табл. 1, В)).

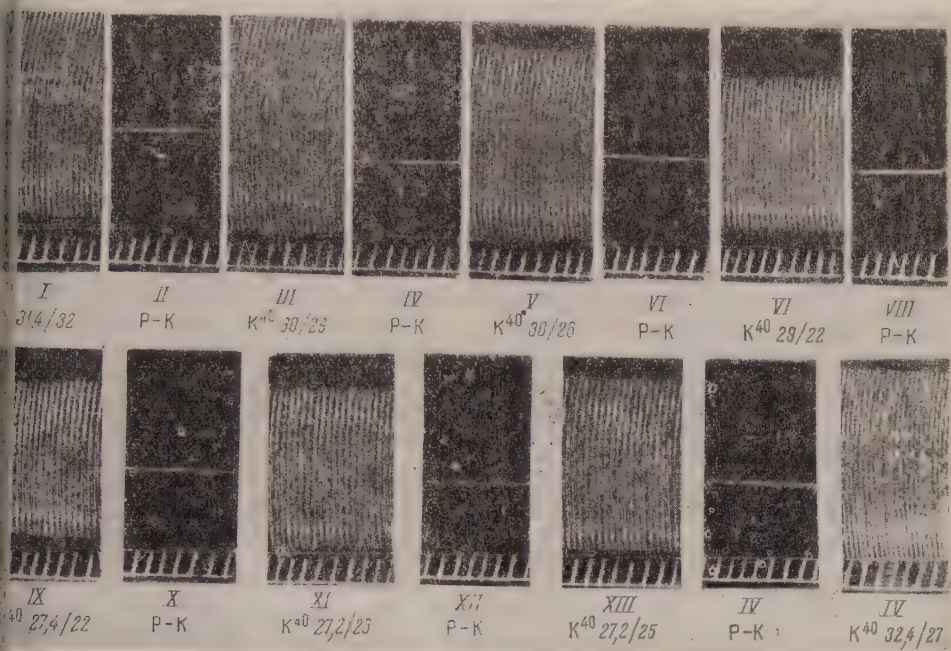


Рис. 3. Опыт 23 XI 1956 г. Обозначения те же. Отметка времени 5 сек.

Контрольными служили опыты (табл. 1, В), в которых проводилась многократная последовательная смена Рингера, содержащего обычный калий и лишенного калия. Эти опыты показали, что работа изолированного сердца сохраняет в этих опытах тот же характер, который наблюдался при перфузии раствора Рингера, содержавшего  $K^{39}$  или  $K^{40}$ .

Таким образом, из всех приведенных данных следует, что работа мышцы сердца не изменяется от замены в перфузионной жидкости К обычного на  $K^{39}$  или  $K^{40}$ . Концентрация  $K^{40}$  в растворах Рингера в крайних случаях при смене раствора Рингера с  $K^{39}$  на раствор с  $K^{40}$  различалась в 6700 раз. Характер сокращения мышцы сердца зависел только от содержания (количества) всего калия, и не зависел от содержания изотопа  $K^{40}$ . Интересно отметить, что действие искусственного короткоживущего радиоактивного изотопа  $K^{43}$  на изолированное сердце лягушки не отличалось от действия обычного калия (2).

Точный механизм влияния калия на мышцы не установлен. Считают, что калий связан со многими процессами, идущими в мышце. Поглощение калия мышцей идет параллельно синтезу гликогена, а выделение калия связано с распадом гликогена. Вероятно, в мышце образуется система: калий — гликоген. Освобождение калия происходит под влиянием нервных импульсов. Появление свободных ионов калия, возможно, вызывает биотоки. При повышенной концентрации К происходит сокращение мышечных волокон.

Перфузионная жид- кость	Объем жидк., см <sup>3</sup>	Время перфуз., мин.	Работа сердца		Время восстано- вления деятельности сердца, мин.
			число сокр., мин. <sup>-1</sup>	амплитуда, мм	

## А. Опыт 14 X 1956 г.

Рингер	—	4	60	10	
Рингер с K <sup>39</sup>	54	13	60	10	
Рингер с K <sup>40</sup>	50	14	57,6	9,6	
Рингер без K	15	16,5	ост. на 15 м.		
Рингер с K <sup>39</sup>	40	16	56,4	10,6	7,5
Рингер без K	14	10,5	ост. на 5,5 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	54,5	17,5	57	11,6	6
Рингер	52	14	53,8	13,0	
Рингер с K <sup>39</sup>	45	12	52,6	13,0	

## Б. Опыт 23 XI 1956 г.

Рингер	—	65	31,4	32	
Рингер без K	11	8	ост. на 3,5 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	45	15	30	29	2,5
Рингер без K	6	3,5	ост. на 1,5 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	45	16	30	26	4,5
Рингер без K	7	3	ост. на 1 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	50	14,5	29	22	4
Рингер без K	4	5,3	ост. на 0,8 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	50	16,5	27,4	22	4
Рингер без K	3	3	ост. на 0,6 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	57	20	27,2	23	5,5
Рингер без K	0,5	4,5	ост. на 0,5 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	120	36	27,2	25	7
Рингер без K	2,5	4,0	ост. на 0,6 м.		
Рингер с K <sup>40</sup>	92	26	32,4	27	6

## В. Опыт 18 XI 1956 г. (контроль)

Рингер	—	30	32,7	13	
Рингер без K	30	14	ост. на 9,5 м.		
Рингер	61	15	32,8	11,5	5,3
Рингер без K	25	35	ост. на 20 м.		
Рингер	37	13,5	33,4	13	7,5
Рингер без K	24	13	ост. на 7 м.		
Рингер	52	27	30,3	16	7,5
Рингер без K	20	12	ост. на 6,5 м.		
Рингер	35	15	25,7	17	9
Рингер без K	18	11	ост. на 6,5 м.		
Рингер	81	22	31,4	16	9
Рингер без K	18	8,5	ост. на 6,5 м.		
Рингер	57	20,0	32,7	15,8	6

Из наших опытов следует, что радиоактивность K<sup>40</sup> не участвует в этих процессах и должен быть сделан вывод, что радиоактивность K<sup>40</sup> не ответственна ни за какие биологические процессы и химические реакции, текущие в мышцах животных или вообще в животных организмах, так же как и в растительных организмах.

Институт геохимии и аналитической  
химии им. В. И. Вернадского  
Академии наук СССР

Поступило  
1 XII 1956

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> А. П. Виноградов, ДАН, 110, № 3 (1956). <sup>2</sup> J. Hamilton, G. Alles, Am. J. Physiol., 125, 410 (1939).



Г. П. ТИХОНОВА

## МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ В РОГОВИЦЕ ГЛАЗА КРЫСЫ ПОД ВЛИЯНИЕМ УЛЬТРАФИОЛЕТОВЫХ ЛУЧЕЙ

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 4 XII 1956)

Из офтальмологической практики известны случаи поражения глаз ультрафиолетовыми лучами у работников киностудий, при работе на сварке, альпинистов, при работе с кварцевыми лампами в клиниках и т. д. Больные жалуются на светобоязнь, резь в глазах, сильное слезотечение. При осмотре обнаруживается гиперемия слизистых оболочек век, повреждение эпителия роговицы в виде образования поверхностных пузырьков. Болезненные явления, как правило, развиваются у человека через четыре-шесть часов после действия на глаз ультрафиолетовых лучей, в течение одного дня достигают максимума и затем в продолжение 20—40 час. угасают. Функция глаз восстанавливается<sup>(1)</sup>. Однако эти клинические наблюдения подтверждены морфологическим анализом изменений, имеющих место при данных поражениях.

В настоящем исследовании была поставлена задача изучить гистологические изменения в ткани роговицы после однократного действия эритемных доз ультрафиолетовых лучей.

Исследование проведено на 50 белых крысах в возрасте 2—3 мес. Правый глаз животного в течение 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> мин. облучался ртутно-кварцевой лампой ПРК-4. Лампа находилась от глаза на расстоянии 30 см ( $6 \cdot 10^3$  вт·мин/м<sup>2</sup>). С помощью маски-очков левый глаз экранировался. В намеченные сроки (15; 25 и 40 час., 3; 5; 7 и 10 сут.) животные забивались, глаза энуклеировались и фиксировались в жидкости Ценкера. Препараты окрашивались кармином по Гейденгайну и железным гематоксилином по Рего и по вальдену.

Изучение глаз животных, облученных ртутно-кварцевой лампой ПРК-4, выявило определенные изменения в тканях глаза и, в частности, в роговице. При наружном осмотре глаза через 5 час. после облучения отмечается слезотечение и гиперемия сосудов лимба и слизистой оболочки век. Макрооптическое исследование роговицы живого глаза в этот период не обнаруживает видимых изменений. Однако на окрашенных срезах можно видеть нарушение в строении тех участков эпителия роговицы, на которые непосредственно падали ультрафиолетовые лучи. Нарушения эти незначительны и выражаются в некотором увеличении размеров клеток и более слабом их окрашивании. Ранее плоские поверхностные клетки принимают округлую форму. Остальные слои роговицы не изменены.

Через 15 час. гиперемия сосудов и слезотечение выражены сильнее. Исследование роговицы живого глаза с помощью бинокулярной лупы выявляет изменения, отмеченные в клинической практике: роговица слегка опухлая, поверхность ее неровная; эпителий покрыт мелкими отверстиями и пузырьками.

На гистологических препаратах (рис. 1) виден некроз клеток эпителия. Если изучать эпителий роговицы в направлении от лимба, где он прикрыт веками, к центру, то можно проследить постепенное



увеличение дистрофических изменений в протоплазме и ядре, т. е. различные степени некробиотического процесса. В периферической зоне роговицы изменения незначительны и выражаются в нарушении правильной слоистости эпителия, некотором увеличении размеров клеток, обособлении в поверхностном слое групп клеток овальной формы. Эти клетки имеют более светлую, чем в норме, протоплазму, темноокрашенное ядро и крупное ядрышко. Увеличены межклеточные пространства. Встречаются атипичные картины митоза.

Ближе к центру дистрофические процессы выражены более резко. Часто наблюдаются картины кариорексиса. От ядра остаются лишь отдельные глыбки разной величины, разбросанные в протоплазме клетки, иногда и выходящие за ее пределы. Протоплазма становится менее прозрачной. В некоторых местах отмечается вакуолизация клеток. Связь некротизированного эпителиального пласта с соединительной тканью нарушается.

В центральных участках роговицы видно отпадение отдельных эпителиальных клеток и целых клеточных групп. Соединительная ткань отекает, фибриллярность пластин нарушена, чем и объясняется, вероятно, ее помутнение. Эндотелий несколько утолщен, его ядра увеличены.

Жидкость передней камеры глаза на фиксированных препаратах приобретает слабоволокнистую структуру.

К концу вторых суток процесс отпадения некротизированных клеток эпителия заканчивается. Соединительная ткань собственного вещества за исключением периферических участков роговицы, оголена. Лейкоциты обильно инфильтрируют всю толщу основного вещества. В поверхностных слоях оголенной соединительной ткани, в участках, где эпителий разрушен, образуется сплошной лейкоцитарный барьер, имитирующий эпителиальный пласт (рис. 2, 3). Привлеченные сюда продуктами распада эпителиальных клеток лейкоциты выполняют, возможно, и другую функцию — защищают оголенную соединительную ткань от вредных воздействий внешней среды. По периферии роговицы, где эпителий сохранился, лейкоциты не образуют поверхностного барьера, а равномерно распределяются по всей толще основного вещества.

В сохранившихся периферических участках эпителия, которые во время освещения кварцевой лампой были прикрыты веками, изменения в клетках носят своеобразный характер (рис. 4).

Большей частью морфологические нарушения наблюдаются в самых поверхностных клетках и в клетках базального слоя.

Дегенеративные изменения поверхностных клеток сходны по форме с теми, которые отмечались в районе прямого действия ультрафиолетовых лучей. Это объясняется, вероятно, тем, — что они получают большую, чем нижележащие клеточные слои, дозу радиации. Нижние ряды поверхностного слоя и клетки среднего слоя почти полностью сохраняют свои жизненные свойства.

Клетки же самого внутреннего базального слоя оказываются чувствительными даже к небольшой дозе лучистой энергии, которая их достигает. Характер дегенеративных изменений в них отличен от ранее описанных. Базальные клетки и их ядра резко увеличиваются в размерах. Так, на второй день после облучения они в 2,5 раза больше нормальных. В течение

Рис. 1. Некроз эпителиальных клеток роговицы. 15 час. после облучения ртутно-кварцевой лампой. Азан. Микрофото. Ок. 7, об. 90X

Рис. 2. Инфильтрация роговицы лейкоцитами. Морфологические изменения в передней камере глаза. 40 час. после облучения ртутно-кварцевой лампой: Л. Б — лейкоцитарный барьер.

Ж.П.К — жидкость передней камеры глаза. Азан. Микрофото. Ок. 7, об. 10X

Рис. 3. Поверхностный лейкоцитарный барьер в оголенных участках соединительной ткани (Л. Б). Реакция Фельгена. Микрофото. Ок. 7, об. 40X, репрод. 9 : 10

Рис. 4. Базальные клетки в периферических участках эпителия роговицы. 40 час. после облучения ртутно-кварцевой лампой. Азан. Микрофото. Ок. 7, об. 90X

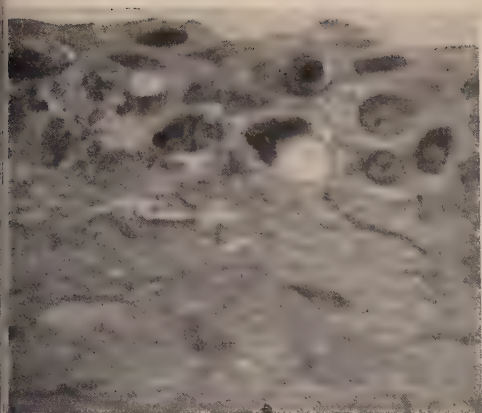


Рис. 1

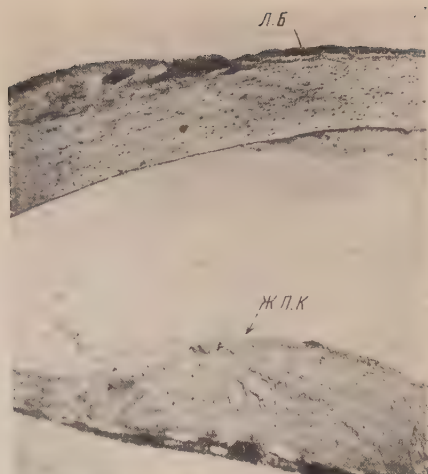


Рис. 2



Рис. 3

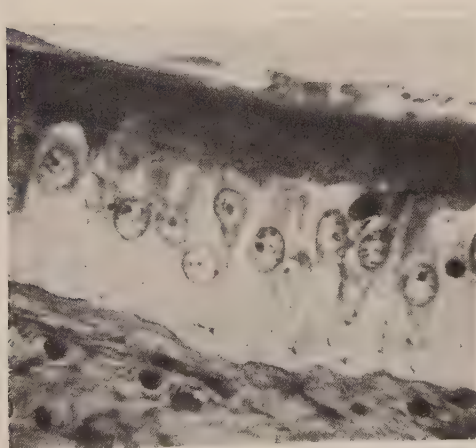


Рис. 4



близительно двух дней эти клетки сохраняют еще все структурные компоненты: цитоплазму, ядро с зернами хроматина и ядрышком. Однако в та- базальных клетках ни разу не отмечались признаки деления. Если период облучения клетка находилась на какой-либо фазе митоза, то его уры принимали атипичный вид и оставались такими до момента гибели тки. Гибель наступает на третий день в результате вакуолизации цито- змы и лизиса ядра.

К концу вторых суток в передней камере глаза при окраске азаном и атоксилином выявляется плотноволокнистая структура (см. рис. 2). Можно предполагать, что описанные нарушения в строении эпителия и етелия, а также изменения в передней камере глаза сказываются отри- ельно на питании роговицы, что, в свою очередь, отражается на струк- е ее основного вещества. Этим объясняется, вероятно, отечность фиб- л основного вещества и помутнение роговицы.

Через 3 суток в роговице уже ясно выражены процессы восстановления. эпителий наползает на обнаженные участки основного вещества. На 4 сутки покрывает дефект целиком. Число слоев в новообразованном эпителии е меньше, чем в норме. Эпителий непрочно соединен с Substantia prop- что можно объяснить отсутствием на данной стадии Боуменовой мем- ны. С появлением эпителия лейкоцитарный барьер исчезает, количество коцитов значительно уменьшается, и они равномерно распределяются всей толще роговицы. К этому сроку пропадает отечность основного ве- ства, появляется фибриллярность. С внутренней поверхности роговицы екоторых местах эндотелия образуются клеточные наплывы. Жидкость едней камеры не имеет на препаратах уже такой резкой фибриллярной уктуры. В ней появляется большое количество лейкоцитов, выселив- хся из радужки и цилиарного тела.

К 7 и 10 дню при примененных нами дозах ультрафиолетовой радиации уктура роговицы не отличается от нормы.

Анализ результатов исследования приводит нас к следующему выводу. сле действия ультрафиолетовых лучей на глаз в роговице развивается палительный процесс альтернативно-экссудативного характера с некро- в эпителии и лейкоцитарной инфильтрацией в строме. Этот процесс еден с нарушениями в коже, вызванными действием эритемных доз ультра- олетовоу радиации (4).

Особого внимания заслуживают изменения, происходящие в перифе- еских участках эпителия, прикрытых большую часть времени облучения ами, а также в жидкости передней камеры. В этих участках, где пораже- е, вызванное радиацией, меньше, чем в центральных областях роговицы, бенно отчетливо проявляется специфичность реакции ткани в ответ на действие лучистой энергии. Увеличение размеров клеток в базальном е эпителия роговицы и кожи у разных животных под действием ультра- олетовых лучей и лучей Рентгена наблюдали ряд авторов (2, 3, 5). В осе е этого явления лежит способность различных излучений подавлять отическое деление клеток, и в первую очередь молодых, малодифферен- рованных клеток. Клетки некоторое время после облучения сохраняют зненные свойства (питаются, растут), но затем погибают. Отмечается же угнетающее действие излучений на процессы клеточной дифференци- ки.

Цитохимические и биохимические работы последних лет (6, 7) выявили сокую чувствительность ядерных нуклеопротеннов клеток к ультрафио- овому и другим видам излучений. Результаты биофизических исследо- ий также показали, что ультрафиолетовые лучи действуют не на всю етку, а на отдельные микроскопические и субмикроскопические элементы, оходящиеся, главным образом, в ядре. Предполагают, что такие эле- ты следует искать в хроматине ядра (8).

На основании этих работ становится более ясной причина угнетающего ствия ультрафиолетовых лучей на митотическое деление и дифференци-



ровку в клетках, поскольку размножение и дифференцировка неразрывно связаны с деятельностью ядра.

Известно, что ультрафиолетовые лучи вызывают определенные изменения в капиллярной сети: увеличивается количество капиллярных петель и проницаемость их стенок, повышается содержание белка в крови (1). Появление на фиксированных препаратах в передней камере глаза после облучения ультрафиолетом волокнистой структуры объясняется, по-видимому, выпотеванием белка из сосудов лимба, ресничного тела, радужной оболочки. Однако не исключается также вероятность непосредственного влияния лучей ультрафиолета на жидкость передней камеры глаза.

Институт морфологии животных  
им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
3 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. С. Красновидов, Вест. офтальм., 32, в. 5 (1953). <sup>2</sup> Г. С. Стрелин, Вест. ретен., 13, в. 1—2 (1934). <sup>3</sup> С. Абдекаримов, К. Алымбеков и др. Рефер. сборн. работ Студ. научн. общ. Киргизск. гос. мед. инст., в. 5 (1954). <sup>4</sup> E. Resch, Arch. exp. Pathol. Pharmacol., 218, H. 5 (1953). <sup>5</sup> V. V. Brunst, Rad. Res., 2, № 6 (1955). <sup>6</sup> I. Weiss, Nature, 169, № 4298 (1952). <sup>7</sup> I. Butler, Experimentia, 11, F. 8 (1955). <sup>8</sup> R. F. Kimball, Ann. Rev. Nucl., 1 (1952). <sup>9</sup> M. W. Paffington, J. Physiol., 119, № 1 (1953).

И. Е. ЭЛЬПИНЕР и Г. А. ДВОРКИН

ДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН НА  
ПОВЕРХНОСТНО-ЛОКАЛИЗОВАННУЮ АДЕНОЗИНПОЛИФОСФАТАЗУ  
(ЭКТОАПИРАЗУ) ЯДЕРНЫХ ЭРИТРОЦИТОВ

(Представлено академиком А. И. Опариным 23 XI 1956)

Ультразвуковые волны оказывают влияние на активность ферментов, гаминов и других биокатализаторов. Более изучено инактивирующее действие ультразвуковых волн на ферментные системы. Оно обычно выявляется при озвучивании тканевых или клеточных водных экстрактов, обладающих той или иной ферментативной активностью. Наиболее чувствительны в этом отношении высокоочищенные или кристаллические ферменты растворенные в воде (<sup>1-6</sup>). Однако, как показано в предыдущих сообщениях, под действием ультразвуковых волн наблюдается не только инактивация ферментов — в ряде случаев, наоборот, отмечается повышение активности последних. Повышение энзиматической активности установлено и непосредственным озвучивании тканевых или клеточных структур, которыми органически связаны исследованные ферменты.

В настоящем сообщении речь идет о влиянии ультразвуковых волн на эктоапиразу ядерных эритроцитов, обнаруженную и описанную недавно В. Венкстерн и В. А. Энгельгардтом (<sup>7</sup>).

Эктоапираза локализована на поверхности ядерных эритроцитов, ее действие направлено на субстрат окружающей среды. Фермент этот отщепляет фосфат от аденозинтрифосфорной (АТФ), аденозиндифосфорной (ДФ) и инозинтрифосфорной (ИТФ) кислот.

Опыты проводились нами с эритроцитами голубя, которые выделялись гепаринизированной крови. Эритроциты двукратно отмывались от плазмы крови изотоническим раствором, в качестве которого служил 1,14%-й раствор NaCl. Отмытые эритроциты взвешивались в названном физиологическом растворе; взяты были одинаковые объемы эритроцитов и физиологического раствора. Полученную взвесь эритроцитов делили на две равные части; одна из них являлась контролем, другая — подвергалась озвучиванию. Источником ультразвука служила плоская пьезокварцевая пластинка диаметром в 5 см. Подводимое напряжение — 6,5 кв. Частота колебаний — 380 кгц. Для определения ферментативной активности брали 0,01 мл отцентрифугированных эритроцитов. Инкубацию с АТФ проводили в присутствии 0,001 М MgCl<sub>2</sub> при 37° и рН 8 (вероналовый буфер). Изотоничность инкубационной среды контролировали определением величины протекции. Пирофосфатазную активность эритроцитов определяли по методу Фиске-Суббароу. Результаты исследования выражали в микромолях фосфора на 1 мл отцентрифугированных эритроцитов (μМР/мл).

В ряде опытов после инкубации эритроциты отделяли центрифугированием, а неорганический фосфат определяли в надосадочной жидкости. Однако в предварительном отделении эритроцитов не было необходимости, так как величина определяемого фосфора за счет собственного неорганического фосфата эритроцитов было весьма незначительным. Согласно полученным нами данным, эритроциты голубя обладают меньшей осмотической рези-

стентностью, чем эритроциты млекопитающих — кролика и крысы. В поле ультразвуковых волн осмотическая резистентность ядерных эритроцитов еще более снижается.

Наряду с этим отмечалось более сильное гемолизирующее действие этого физического агента на эритроциты голубя, чем на эритроциты кролика и крысы.

Гемолиз ядерных эритроцитов наступал после 15—20-секундного озвучивания. Оказалось, что за указанный период озвучивания активность эктоапиразы эритроцитов голубя претерпевает определенные изменения. С

Таблица 1

Активность эктоапиразы (в  $\mu\text{МР}$ , на 1 мл эритроцитов) в ядерных эритроцитах (голубь) в зависимости от продолжительности действия ультразвуковых волн (по ряду определений)

До озвучивания	При продолжительности озвучивания		
	5 сек.	10 сек.	15 сек.
32	52	52	31
33	56	56	26
32	50	38	32
36	55	52	33

включением генератора активность эктоапиразы немедленно начинает увеличиваться, достигая максимума через 5—7 сек. озвучивания. При более продолжительном озвучивании (15 сек.) активность этого фермента становится несколько меньше активности эктоапиразы интактных клеток (табл.1). Это обусловлено, вероятнее всего, наступающим гемолизом, который обычно наблюдается при названных экспозициях ультразвука (активность эктоапиразы резко уменьшается, если ядерные эритроциты подвергаются гемолизу). Следует отметить, что увеличение активности эктоапиразы, вызванное ультразвуком, обнаруживалось только при не-

посредственном исследовании самих эритроцитов. В окружающем их изотоническом растворе активность фермента не наблюдалась.

Дальнейшие исследования были предприняты с целью выяснения роли сульфгидрильных групп в наблюдаемом увеличении активности эктоапиразы. Оказалось, что хлористый кадмий ( $10^{-5} \text{ M}$ ), блокирующий сульфгидрильные группы, значительно снижает активность эктоапиразы. Активность фермента вновь восстанавливается при прибавлении  $10^{-3} \text{ M}$  цистеина. Цистеин, прибавленный к необработанному кадмием эритроцитам, не повышает активности фермента.

Под действием ультразвуковых волн активность эктоапиразы увеличивается независимо от того, подвергались ли эритроциты предварительной обработке кадмием или нет. Иными словами, даже в случаях, когда эктоапираза эритроцитов значительно угнетена прибавлением  $\text{CdCl}_2$ , ультразвуковые волны усиливают активность фермента, отщепляющего фосфат от аденозинтрифосфорной кислоты (табл. 2).

Приводимый экспериментальный материал позволяет считать, что под действием ультразвуковых волн «обнажаются» новые ферментативные центры, значительная часть которых также чувствительна к тиоловым ядам.

Таблица 2

Активность эктоапиразы (в  $\mu\text{М Р}$  на 1 мл эритроцитов) озвученных ядерных эритроцитов (продолжительность озвучивания 5 сек.) в зависимости от присутствия  $\text{CdCl}_2$  ( $10^{-5} \text{ M}$ ) и цистеина ( $10^{-3} \text{ M}$ ) (по ряду определений)

До озвучивания		После озвучивания	После озвучивания в присутствии $\text{CdCl}_2$ и прибавлением цистеина	В присутствии $\text{CdCl}_2$ и цистеина	
в отсутствие $\text{CdCl}_2$	в присутствии $\text{CdCl}_2$			до озвучивания	после озвучивания
32	19	26	54	33	61
35	20	27	50	30	58
36	19	27	50	32	56
35	19	28	49	32	60
34	17	31	55	30	54
38	18	28	52	33	55

Важно отметить, что описываемые эффекты наблюдались при такой экспозиции ультразвуковых волн (5—7 сек.), когда механические и химические процессы, обусловленные возникновением электрохимических кавитационных явлений остаются еще мало выраженными. За столь малый период озвучивания образуется, вероятно, незначительное количество свободных радикалов, возникающих в кавитационных полостях. Этим снижается вопрос о возможности усиления активности фермента в результате взаимодействия последнего с продуктами расщепления ионизированных молекул воды свободными гидроксильными радикалами. Более того, ориентировочные опыты показали, что под действием ионизирующих излучений (рентгеновские лучи) активность эктоапиразы ядерных эритроцитов голубя не увеличивается, как это имеет место в поле ультразвуковых волн, наоборот, она проявляет явную тенденцию к снижению. Так, например, под действием рентгеновских лучей (20—30 тыс. р) активность эктоапиразы ядерных эритроцитов (голубь) снижалась на 40—50% (до облучения — 16 мР/мл, после облучения — 16 мР/мл):

Доза рентгеновских лучей в тыс. р	Активность фермента в мР на 1 мл эритроцитов
—	36
5	32
10	28
30	16

При анализе явления усиления активности («обнажение» новых ферментативных центров) эктоапиразы, прочно связанной с микроструктурными элементами мембраны ядерных эритроцитов, необходимо учитывать те силы, которые вызываются самым процессом распространения ультразвуковой волны. Речь идет о смещении и ускорении частиц, о возникновении между микро- и макромолекулами сил трения, особенно выраженных на границе различных фаз, и т. д. Усиление активности ферментов, локализованных на мембранах дрожжевых клеток (инвертаза) <sup>(3,4)</sup> и в поверхностных слоях нервных клеток (холинэстераза) <sup>(5)</sup>, наблюдалось нами раньше. Этим открываются новые возможности в учении о механизме действия ультразвуковых волн, в котором видное место занимают вопросы влияния этого физического агента на явления проницаемости клеточных мембран. Последние, как известно, в значительной мере регулируются поверхностно-локализованными ферментными системами.

Институт биологической физики  
Академии наук СССР

Поступило  
22 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. Е. Эльпинер, А. В. Герасимова, ДАН, 86, № 4, 797 (1952).
- <sup>2</sup> P. Grabar, J. Voïnovitch, R. Prudhomme, Biochem. et Biophys. Acta, 3, 412 (1949).
- <sup>3</sup> А. И. Опарин, Н. С. Гельман, И. Е. Эльпинер, ДАН, 97, № 2, 293 (1954).
- <sup>4</sup> А. И. Опарин, Н. С. Гельман, И. Е. Эльпинер, ДАН, 96, № 3, 573 (1954).
- <sup>5</sup> И. Е. Эльпинер, Г. А. Дворкин, ДАН, 106, 5 (1956).
- <sup>6</sup> И. Е. Эльпинер, Биофизика, 1, 6, 513 (1956).
- <sup>7</sup> Т. В. Венкстерн, А. Энгельгардт, Доклады и сообщения на 3-м Международном биохимическом конгрессе, Изд. АН СССР, 1955.



Д. Н. ГАРКУНОВ и И. В. КРАГЕЛЬСКИЙ

## ОБ АТОМАРНОМ СХВАТЫВАНИИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ТРЕНИИ

(Представлено академиком А. А. Благонравовым 12 XI 1956)

Экспериментами <sup>(1)</sup> установлено, что вследствие дискретного характера касания поверхностей и мигрирующей атомарной неоднородности кристаллической решетки износ носит избирательный характер, причем частицы износа могут быть очень мелкими, вплоть до атомов <sup>(2)</sup>.

При трении двух поверхностей, вследствие пластической деформации поверхностных слоев, может происходить интенсивная диффузия. Это было установлено при трении бронзы о сталь, когда наблюдалась избирательная диффузия и на поверхности стального образца образовался достаточно толстый слой материала, состоящего в основном из меди, выделившейся из твердого раствора, что является доказательством избирательного атомарного схватывания. Обогащение поверхностного слоя медью на поверхности трения было установлено рентгеноструктурным анализом.

Постоянная кристаллической решетки образовавшегося слоя составляла 3,641 Å, тогда как параметр решетки исходной недеформированной бронзы составлял 3,654 Å, а чистой не подвергнутой деформации меди — 3,608 Å. Если бы не наблюдалось обогащение медью поверхностного слоя, то постоянная решетки должна была бы возрасти за счет деформации поверхностных слоев.

Избирательное схватывание было установлено также применением радиоактивного цинка. В образовавшемся поверхностном слое количество радиоактивного цинка снизилось в 10—15 раз по сравнению с содержанием его в исходной бронзе.

Эксперименты производились на машине трения с возвратно-поступательным движением. Машина совершает 100 двойных ходов в минуту, длина хода 50 мм. Поверхность трения стального образца составляла  $50 \times 25$  мм<sup>2</sup>, а бронзового образца  $25 \times 2$  мм<sup>2</sup>. Были испытаны две марки бронз — БрАЖМц 10-3-1,5 и БрОСН 4-3-1,5. При испытании пары бронза БрАЖМц — сталь в ванне со спиртоглицериновой смесью при малых удельных нагрузках (20—30 кг/см<sup>2</sup>) и небольшом времени испытаний (30—40 мин.) на стальном образце происходило намазывание тонкого слоя бронзы, обогащенной медью. При более длительном испытании этой пары (20—30 час.) и повышенных нагрузках (120 кг/см<sup>2</sup>) толщина этого слоя заметно увеличивалась. Отдельные кусочки его отваливались от поверхности и уходили в смазку или налипали на поверхность трения бронзового образца. Последний процесс имел характер глубинного вырывания.

На поверхности трения бронзового образца не наблюдалось образования слоя бронзы, обогащенной медью (не считая налипших кусочков отвалившихся от стального образца).

При испытании же пары бронзы БрОСН — сталь образование слоя, обогащенного медью происходило как на стальном, так и на бронзовом образцах. При этом толщина этого слоя с течением времени испытания не увеличивалась. Поверхности трения образцов имели зеркальный блеск, чего не наблюдалось при испытании бронзы БрАЖМц. Износ пары был на-

было незначителен, что его не представлялось возможным обнаружить при взвешивании даже при весьма длительном испытании. При замене спиртоглицериновой смеси на масло МС атомарного схватывания для обеих пар трения не происходило. Для пары бронза БрОСН — сталь зеркальный блеск на обеих поверхностях трения исчезал, при этом износ пары имел значительную величину. Данные об изменении веса приведены в табл. 1.

Таблица 1

Изменение веса при испытании пары бронза — сталь в течение 20 час. при нагрузке 120 кГ/см<sup>2</sup>

Наименование испытываемой пары	Смазка спиртоглицериновой смесью			Смазка маслом МС		
	бронзового образца	стального образца	пары	бронзового образца	стального образца	пары
Пара за АЖМц — сталь	—0,2439	+0,0123*	—0,2316	—0,0045	—0,0016	—0,0061
Пара БрОСН — сталь	—0,0012	+0,0012	—0,0000	—0,0035	—0,0018	—0,0053
	Атомарное схватывание есть			Атомарного схватывания нет		

\* + обозначает, что вес образца после испытания увеличился вследствие налипания меди бронзы, обогащенной медью.

Наблюдавшийся нами в результате трения процесс избирательной диффузии не является исключением. Исследование диффузии металлов и их сплавов показало, что в ряде случаев наблюдается различная скорость диффузии отдельных элементов, составляющих сплав. Так, например, известен эффект Смигельскаса и Киркендолла<sup>(3)</sup>, доказывающий неравенство диффузионных потоков меди и цинка в латуни.

Явление атомарного схватывания наблюдается не только для металлов, но и для графита. Известно, что если на поверхности металла, по которому течет графит, образуется тончайшая пленка графита, то практически исчезает пары графит — металл прекращается.

Так как изнашивание связано всегда с разрушением поверхностей трения, избежать которого невозможно, то казалось бы, что создание неизнашивающихся пар трения принципиально невозможно. Однако, если учесть обнаруженный нами эффект, то при правильном использовании его возможно создание практически неизнашивающейся пары за счет того, что металл первой поверхности переходит на вторую, а затем вновь возвращается на первоначальную поверхность. Условия перехода металла с одной поверхности на другую и обратно с теоретической стороны рассматривалось I. Ming Feng<sup>(4)</sup>.

Поступило  
21 II 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Д. Н. Гаркунов, ДАН, 104, № 2 (1955). <sup>2</sup> R. Holm, Am. Soc. Met., 317, 1950. <sup>3</sup> A. D. Smigelskas, E. O. Kirkendall, Met. Techn., 13, Techn. 1, № 2071, 5 (1946). <sup>4</sup> I. Ming Feng, J. Appl. Phys., 26, № 1 (1955).

В. Н. РОГИНСКИЙ

## РАВНОСИЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕЛЕЙНЫХ СХЕМ КЛАССА I

(Представлено академиком В. С. Кулебакиным 25 XII 1956)

1. Современная теория релейно-контактных схем рассматривает главным образом преобразования контактных цепей. Преобразования релейных схем, т. е. схем, включающих не только контакты, но обмотки реле и сопротивления, обладающие конечными значениями проводимости, изучены пока очень мало. Отдельные соображения, касающиеся преобразования нормальных или инверсных релейных схем\*, даны в работах (1-5).

Релейные схемы, в которых при одинаковом характере и порядке воздействия извне реле работают в одинаковом порядке и исполнительные цепи находятся в одинаковом состоянии, называются равносильными (2).

В настоящей заметке излагаются принципы преобразований релейных схем класса II, приводящих к равновесным схемам. Применение этих преобразований расширяет область синтезируемых схем, дает возможность создать смешанные схемы и позволяет, в частности, произвести упрощение многорелейных схем с таким расчетом, чтобы каждый из контактов воздействовал по возможности на большее число реле.

2. В отличие от контактов, обладающих двумя крайними значениями проводимости: 0 (разрыв) и 1 (короткое замыкание), элементы  $G$  (обмотки реле, сопротивления) обладают конечной проводимостью, т. е. удовлетворяют неравенству

$$0 < G < 1. \quad (1)$$

Элемент  $G$  конечной проводимости, введенной в цепь какого-либо реле  $A$ , в зависимости от схемы включения, приложенного напряжения и параметров реле и элемента  $G$ , может либо не влиять на работу реле  $A$ , либо полностью нарушать его работу. Введем понятие порядка проводимости, характеризующее воздействие проводимости  $G$  на работу реле  $A$ . Если проводимость  $G$ , включенная последовательно к реле  $A$ , приводит к такому уменьшению тока в обмотке, что реле не удерживает, а параллельное подключение этой же проводимости не нарушает работы реле, то будем говорить, что порядок проводимости  $G$  меньше порядка проводимости  $A$  и обозначать символом  $G_{<A}$ . Аналогично будем считать, что проводимость большего порядка ( $G_{>A}$ ), включенная параллельно обмотке  $A$ , шунтирует последнюю и нарушает работу реле  $A$ . Если же параллельное и последовательное подключение проводимости  $G$  не отзываться на работе реле  $A$ , то будем говорить, что

\* Нормальной релейной схемой называется схема, в которой контактная цепь, воздействующая на реле, включена последовательно с обмоткой этого реле, а инверсной — в которой контактная цепь включена параллельно.



проводимости  $G$  и  $A$  имеют одинаковый порядок (обозначим  $G=A$  просто  $G$ ). Понятие порядка проводимости может быть иллюстрировано табл. 1.

Условимся также, что параметры отдельных реле и других элементов схемы подобраны так, что: а) если  $A=B$ , то  $B=A$ ; б) если  $A>B$ , то  $B<A$ , и наоборот; в) параллельное или последовательное соединение какого-либо числа проводимостей одного порядка приводит к проводимости того же порядка.

При наличии в выражении или части элементов одного порядка проводимости записывать их будем в любых индексах. Например, если  $(A+B)<B$  будет означать, что  $A$  и  $B$  имеют одинаковый порядок проводимости и проводимость каждой из них, как и их общая проводимость, имеют порядок меньше проводимости  $B$ .

3. Из определения порядка проводимости вытекают следующие свойства: а) если  $A>B$  и  $B>C$ , то  $A>C$ ; б) если  $A>B$ , а  $B>A$ , то проводимости  $A$  и  $B$  одного порядка; в) если  $A>B$ , а  $B>A$ , то схема нереализуема; г) при последовательном соединении проводимостей разных порядков общая проводимость определится проводимостью меньшего порядка; д) при параллельном соединении проводимостей разных порядков общая проводимость определяется проводимостью большего порядка.

4. Преобразования, приводящие к получению равносильных схем, будем называть равносильностями и обозначать знаком равенства ( $=$ ). Если же при этом сохраняется и проводимость (с точностью до порядка), будем говорить об абсолютной равносильности и обозначать знаком тождества ( $\equiv$ ).

Для релейных схем справедливы следующие основные законы (где  $x, y, z, \dots$  — контактные цепи;  $A, B, C, \dots$  — обмотки реле;  $G$  — элемент конечной проводимости):

а) переместительные ( $1, 3$ ):

$$xA \equiv Ax; \quad x + A \equiv A + x; \quad (2)$$

б) сочетательные ( $1, 3$ ):

$$xyA \equiv (xy)A \equiv x(yA); \quad x + y + A \equiv (x + y) + A \equiv x + (y + A); \quad (3)$$

в) распределительные ( $1, 3$ ):

$$x(A + B) \equiv xA + xB; \quad x + AB \equiv (x + A)(x + B). \quad (4)$$

Кроме этого для релейных схем без противодействующих обмоток при условии, что для работы реле достаточно, чтобы ток проходил хотя бы по одной обмотке реле, справедливы следующие законы ( $A^1, A^2, \dots$  — обмотки реле  $A$ , пронумерованные в любом порядке):

г) повторения:

$$A = A^1 + A^2 + \dots; \quad A = A^1 \cdot A^2 \cdot \dots; \quad (5)$$

д) распределительный:

$$(x + y)A = xA^1 + yA^2; \quad xy + A = (x + A^1)(y + A^2) \quad (6)$$

Равносильности (5) и (6) будут абсолютными, если все конечные проводимости имеют одинаковый порядок);

Таблица 1

Элемент $G$ подключен к обмотке реле $A$	Реле $A$ ра- ботает	Реле $A$ не работает
	Порядок проводимости $G$	
Последова- тельно	$G > A, G, G \geq A$	$G < A$
Параллельно	$G < A, G, G \leq A$	$G > A$



е) разложения <sup>(3,5)</sup> (при условии, что все обмотки  $A^1, A^2, \dots$  каждого реле имеют тот же порядок, что и реле  $A$  в первоначальной схеме):

$$\begin{aligned} & F(x, y, \dots, G, A, B, \dots) = \\ & = xF(1, y, \dots, G, A^1, B^1, \dots) + \bar{x}F(0, y, \dots, G, A^2, B^2, \dots) = \\ & = xyF(1, 1, \dots, G, A^1, B^1, \dots) + x\bar{y}F(1, 0, \dots, G, A^2, B^2, \dots) + \\ & + \bar{x}yF(0, 1, \dots, G, A^3, B^3, \dots) + x\bar{y}F(0, 0, \dots, G, A^4, B^4, \dots); \quad (7) \\ & F(x, y, \dots, G, A, B, \dots) = \\ & = [x + F(0, y, \dots, G, A^1, B^1, \dots)] [\bar{x} + F(1, y, \dots, G, A^2, B^2, \dots)] = \\ & = [x + y + F(0, 0, \dots, G, A^1, B^1, \dots)] [x + \bar{y} + F(0, 1, \dots, G, A^2, B^2, \dots)] \times \\ & \times [\bar{x} + y + F(1, 0, \dots, G, A^3, B^3, \dots)] [\bar{x} + \bar{y} + F(1, 1, \dots, G, A^4, B^4, \dots)]. \end{aligned}$$

Для схем, состоящих из элементов конечной проводимости (обмоток) одного порядка проводимости, все они могут соединяться в любой комбинации в классе  $\Pi$ , т. е. имеет место равносильность

$$AB \equiv A + B. \quad (8)$$

5. В релейные цепи могут быть введены элементы конечной проводимости ( $X$  — любая цепь):

$$xA \equiv xG_{\geq A}A \equiv x(G_{\geq A} + X)A; \quad xA = (x + G_{< A})A = (x + XG_{< A})A; \quad (9)$$

$$y + A = yG_{> A} + A = y(G_{> A} + X) + A;$$

$$y + A \equiv y + A + G_{\leq A} \equiv y + A + XG_{\leq A}. \quad (10)$$

В релейные схемы могут быть также введены контактные цепи, в соответствии с общими правилами «расширения» контактных цепей <sup>(2,5,7)</sup> или исходя из следующих равносильностей:

$$xA = xA + \frac{\bar{x}}{0}^*; \quad x + A = (x + A) \frac{\bar{x}}{1}. \quad (11)$$

Введением элементов конечной проводимости может быть изменена проводимость цепи и, в частности, любая релейная схема может быть преобразована так, что она будет обладать свойством элемента конечной проводимости, т. е. удовлетворять неравенству (1):

$$xA = xA + \frac{\bar{x}}{1}G; \quad x + A = (x + A) \left( \frac{\bar{x}}{0} + G \right). \quad (12)$$

6. Равносильным преобразованием является инверсирование релейной схемы <sup>(2,8)</sup>, причем структурная проводимость становится обратной. Для схем с проводимостями разного порядка условимся, что при инверсировании порядок проводимости меняется на обратный, т. е.

$$\bar{A}_{>B} = A_{<B}; \quad \bar{A}_{\geq B} = A_{\leq B}; \quad \bar{A}_{<B} = A_{>B}; \quad \bar{A}_{\leq B} = A_{\geq B}. \quad (13)$$

При этом инверсирование релейных схем может производиться по законам инверсирования алгебры контактных схем.

Инверсировать можно не всю схему, а по частям. Если в релейной схеме можно выделить релейный двухполюсник  $Z$ ,

\* Символ  $\frac{x}{y}$ , названный равнозначностью <sup>(6)</sup>, введен для записи неоднозначных решений и указывает, что в данных условиях может быть взято любое из выражений  $x$  или  $y$ . В частных случаях символ  $\frac{b}{0}$  означает, что  $0 \leq \frac{b}{0} \leq b$ , а символ  $\frac{a}{1}$ , что  $a \leq \frac{a}{1} \leq 1$ , т. е. эти символы эквивалентны иной записи понятия включения в алгебре логики <sup>(6)</sup>. Некоторые операции с выражениями  $\frac{b}{0}$  и  $\frac{a}{1}$  см. <sup>(5,7)</sup>.

который войдут обмотки всех реле схемы, то инвертировать можно либо схему только этого двухполюса, либо всю схему, оставляя  $Z$  неизменным.

Инверсировать можно также схемы класса  $H$ , пользуясь, например, эвристическим методом <sup>(2)</sup>.

В схемах с вентильными элементами последние могут рассматриваться как элементы конечной проводимости, обладающие проводимостью, порядок которой в открытом состоянии больше порядка проводимости реле, а в закрытом состоянии — меньше.

Для объединения отдельных цепей многорелейных схем необходимо преобразованиями и введением элементов конечной проводимости контактных цепей, после чего эти цепи «совмещаются» с заменой введенных цепей обмотками и контактами из других цепей.

Частными случаями объединения являются известные способы параллельного соединения нормальных схем или последовательное соединение перенесенных схем с обмотками одинаковых порядков проводимости.

Пример синтеза схемы двоичного счетчика, структурная формула которого в нормальном виде <sup>(2,5)</sup> имеет вид:

$$F = (\bar{u}\bar{b} + \bar{u}a)A + (\bar{u}a + ub)B = \bar{u}\bar{b}A^1 + ubB^1 + \bar{u}aA^2B^2.$$

Преобразуем отдельные цепи:

$$F_1 = \bar{u}\bar{b}A^1 = u(\bar{b} + A^1) = u(\bar{b}G_{>A^1} + A^1) = (u + xG_{<A^1})(\bar{b}G_{>A^1} + A^1);$$

$$F_2 = ubB^1 = u(\bar{b}B^1 + G_{\leq B^1}) = (u + xG_{<B^1})(\bar{b}B^1 + G_{\leq B^1});$$

$$F_3 = \bar{u}aA^2B^2 = u + aA^2B^2 = (u + aA^2B^2)G_{\geq A^2, B^2}.$$

Совмещая полученные выражения, имеющие одинаковую структуру, получим новую структурную формулу:

$$F = [u + a(A^2B^2)_{<A^1}](\bar{b}B^1_{>A^1} + A^1).$$

Могут быть получены и другие структуры.

Соответствующая схема имеет по одному контакту на каждом реле, следовательно, создать схему с меньшим числом контактов невозможно. При расчете параметров реле схемы необходимо учитывать требования, вытекающие из понятия порядка проводимости.

Лаборатория по разработке научных  
проблем проводной связи  
Академии наук СССР

Поступило  
22 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. И. Шестаков, ЖТФ, 2, в. 6, 532 (1941). <sup>2</sup> М. А. Гаврилов, Теория релейно-контактных схем, М.—Л., 1950. <sup>3</sup> J. Shekel, Proc. Inst. Rad. Eng., 41, № 7, (1953). <sup>4</sup> G. Schliebs, Funk u. Ton, 8, № 2, 57 (1954). <sup>5</sup> В. Н. Рогинский, Д. Харкевич, Релейные схемы в телефонии, 1955. <sup>6</sup> Л. Кутюра, Алгебра логики, Одесса, 1909. <sup>7</sup> В. Н. Рогинский, Сборн. научн. работ по проводной связи, АН СССР, в. 4, 111, 1955. <sup>8</sup> М. А. Гаврилов, В. А. Хвощук, ДАН, 75, 5, 685 (1950).



Н. П. ЗВЕРЕВА

## О СУЛЬФИДАХ ЛАНТАНА

(Представлено академиком И. И. Черняевым 12 X 1956)

Известен один сульфид лантана  $\text{La}_2\text{S}_3$  (не считая полисульфида  $\text{LaS}_2$ , ассоциирующего при  $660^\circ$  с образованием  $\text{La}_2\text{S}_3$ ), о котором имеются противоречивые данные. Так, указываются температуры плавления от  $2100\text{—}2150^\circ$  (<sup>1, 3</sup>) до  $2750^\circ$  (<sup>2</sup>), а внешний вид продукта описывается как черная стеклообразная масса (<sup>4</sup>) или как гексагональные пластинки с сильным отражением светло-желтого или оранжевого цвета (<sup>2</sup>).

По аналогии с сульфидами церия (<sup>5, 6</sup>) предполагалось, что, кроме полусульфид лантана, существуют и низшие сульфиды, в частности, сульфид  $\text{LaS}$ , который должен быть более тугоплавким, чем  $\text{La}_2\text{S}_3$ , и может быть интересен как высокоогнеупорный материал. Нами было предложено это соединение и исследованы его некоторые свойства.

Исходными материалами служили азотнокислый и металлический лантан следующего химического состава:  $\text{La}(\text{NO}_3)_3$ :  $\text{La}_2\text{O}_3$  в  $\Sigma \text{R}_2\text{O}_3 > 99,5\%$ , следы, Si следы;  $\text{La}:\text{R}_2\text{O}_3 = 99,8\%$ , в том числе La 99,7%, Fe 0,01%,  $\text{Ca} 0,05\%$ .

20 г свободно насыпанного порошка азотнокислого лантана хлорировали в кварцевой ампуле парами  $\text{CCl}_4$ , пропускавшимися со скоростью около  $1 \text{ см}^3/\text{час}$  при  $800 \pm 5^\circ$  в течение 3 час.  $\text{CCl}_4$  предварительно обезвоживался пятиокисью фосфора с последующей трехкратной перегонкой.

Продукт хлорирования — белый неспекшийся кристаллический порошок размером частиц до 0,5 мм — растворялся в воде без остатка и содержал согласно анализу 43,2% Cl (теоретическое содержание Cl в  $\text{LaCl}_3$  43,4%), что указывало на полноту хлорирования. Вследствие чрезвычайно большой гигроскопичности хлорида все манипуляции с ним проводились в герметичной камере в среде сухого аргона.

Треххлорид лантана сульфировали в той же кварцевой ампуле при  $800^\circ$  в потоке сухого сероводорода. Выдержка для 20 г навески была 3 часа, скорость  $\text{H}_2\text{S}$  4 л/час.

Следы влаги в сероводороде вымораживались в ловушке, охлаждаемой жидкой углекислотой или смесью бензина и жидкого азота при температуре начала конденсации  $\text{H}_2\text{S}$  ( $63\text{—}65^\circ$ ).

Продукт сульфирования — неспекшийся кристаллический порошок кирпично-красного цвета, зернистостью до 0,5 мм — содержал согласно химическому анализу 25,4% S (при 26,5% по теории), что соответствует формуле  $\text{La}_2\text{S}_3$ . Как и другие редкоземельные сульфиды, под действием влаги воздуха  $\text{La}_2\text{S}_3$  подвергается гидролизу. Поэтому все последующие операции с ним проводились в специальной «сухой» камере в среде аргона, осушенного пропусканием через ловушку с жидким азотом.

Прокаливание таблеток из  $\text{La}_2\text{S}_3$  при  $1700\text{—}1800^\circ$  в вакууме  $10^{-4}\text{—}10^{-5}$  мм рт. ст. приводит к изменению его первоначального цвета в темный. (Таблетки весом  $\sim 1$  г, спрессованные из измельченного и просеянного через сито с ячейкой 74  $\mu$  порошка  $\text{La}_2\text{S}_3$ , помещались в танталовые лодочки с крышками и быстро переносились из «сухой» камеры в печь.)



При этом потеря веса составляла  $\sim 0,8\%$ , усадка  $\sim 3,3\%$ . При быстром охлаждении на образцах получались трещины, что свидетельствовало о плохой термостойкости материала. Химический анализ серого продукта показывал в нем меньшее содержание серы, чем в исходном красном  $\text{La}_2\text{S}_3$ , всего  $22,37\%$ , что, по аналогии с сульфидами церия, по-видимому, соответствовало твердому раствору  $\text{La}_2\text{S}_3\text{—La}_3\text{S}_4$ .

При нагревании в той же печи при  $2000^\circ$  в течение 40 мин. таблетки из  $\text{La}_2\text{S}_3$  расплавились и испарились, а на крышке стаканчика образовалось небольшое количество конденсата в виде блестящих черных кристаллов. Рентгенографический анализ их показал порошкограмму с четкими, резкими линиями, принадлежащими гексагональной структуре типа окисульфидов церия<sup>(6)</sup>.

Таким образом, при нагревании в высоком вакууме до  $1800^\circ$  происходит частичное испарение и разложение  $\text{La}_2\text{S}_3$ . При этом образуется новый сульфид состава  $\text{La}_2\text{S}_3\text{—La}_3\text{S}_4$ , плавящийся в интервале  $1800\text{—}2000^\circ$  и легко летучий, пары которого окисляются остаточным кислородом в вакууме до мало летучего и более тугоплавкого  $\text{La}_2\text{O}_2\text{S}_3$ .

$\text{LaS}$  получался восстановлением  $\text{La}_2\text{S}_3$  металлическим лантаном способом «пропитки». Для этого из  $\text{La}_2\text{S}_3$  готовились пористые тигли емкостью  $0,5\text{ см}^3$  прессованием под давлением  $1\text{ т/см}^2$  и обжигом в вакууме  $10^{-4}\text{—}10^{-5}$  мм рт. ст. при температуре  $1800^\circ$  в течение 10 мин. с медленным охлаждением. В тигель загружался металлический лантан, предварительно механически очищенный от поверхностных пленок окиси, в количествах, не намного превышающих стехиометрическое, и помещался в вакуумную печь. Реакция жидкого металла, проникающего за счет капиллярных сил в поры тигля, начиналась уже при  $1250^\circ$ , но шла очень медленно. Хорошие результаты получались при  $1600^\circ$  и 10 мин. выдержке.

Продукт реакции представлял собой золотисто-желтое вещество с содержанием серы  $19,7\%$  (теоретическое содержание серы в  $\text{LaS}$   $18,75\%$ ).

Рентгенограмма порошка с линиями, принадлежащими только одной кубической фазе, показала, что это вещество, изо-структурное  $\text{CeS}$ , кристаллизуются с решеткой типа  $\text{NaCl}$  с периодом идентичности  $5,83 \pm 0,01\text{ к\AA}$ , что дает вычисленную плотность  $5,36\text{ г/см}^3$ . Таким образом это вещество было идентифицировано как моносulfид лантана  $\text{LaS}$ .

Микроструктура приготовленного  $\text{LaS}$  двухфазная: крупные овальные желтые зерна  $\text{LaS}$ , по границам которых расположена светло-серая фаза (судя по слабому травлению в  $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) окисульфида лантана. Оценка площади, занимаемой фазами, показала, что моносulfид имел следующий состав:  $\text{LaS}$   $95\text{—}97\%$ , окисульфид  $\sim 3\text{—}5\%$ . Микротвердость  $\text{LaS}$  (желтые зерна) по Виккерсу при  $20\text{ г}$  нагрузке равна  $197 \pm 1,5\text{ кг/мм}^2$ , что свидетельствует о его металлическом характере. При нагревании в вакууме до  $2100^\circ$  кусочки  $\text{LaS}$  расплавить не удалось.

Поступило  
9 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. П. Славинский, Физико-химические свойства элементов, 1952, стр. 717.  
<sup>2</sup> W. Klemm, K. Meisel, H. Fogel, Zs. anorg. u. allgem. Chem., **190**, 123 (1930).  
<sup>3</sup> G. Jaeger, Metall, H. 9/10, 358 (1955). <sup>4</sup> M. Picon, J. Cognue, C. R., **193**, 593 (1931). <sup>5</sup> E. Eastman, L. Brewer et al., J. Am. Chem. Soc., **72**, 2248 (1950).  
<sup>6</sup> E. Eastman, L. Brewer et al., J. Am. Chem. Soc., **73**, 3896 (1951).

С. Л. КИПЕРМАН и академик А. А. БАЛАНДИН

# ВЕЛИЧИНАХ ЭНЕРГИИ СВЯЗИ НИКЕЛЕВЫХ КАТАЛИЗАТОРОВ С ЭЛЕМЕНТАМИ ОРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

При решении проблемы научного подбора катализаторов существенное значение имеет нахождение величин энергий связи катализаторов с различными элементами. Из методов, которые могут быть использованы с этой целью, укажем на термохимический, адсорбционно-химический (1) и кинетический (2). Кинетический метод ранее применялся только к окислительным катализаторам (3,4). Ниже сделана попытка применить этот метод для расчетов энергий связи никелевых катализаторов с элементами органических соединений, с помощью ранее не использованных реакций. Энергия связи никелевого катализатора с водородом  $Q_{H-Ni}$  и дейтерием  $Q_{D-Ni}$ . Воспользуемся реакциями паразитного превращения водорода (1) и изотопного обмена водорода с дейтерием (2), изучавшимися в одинаковых условиях Фаянсом (5), при 36—100°C на никелевой жести, активированной попеременным окислением и восстановлением. Механизм этих реакций до сего времени дискутируется (6). Предполагая, что указанные реакции лимитируются поверхностным взаимодействием адсорбированных компонентов (стадией адсорбции), представим обе реакции дублетной схемой мультиплетной теории (7), и на основании выражения для высоты энергетических барьеров  $E$  реакций (2):

$$-2Q_{H-H}^{пара} + 4Q_{H-Ni} = E_1, \quad (1)$$

$$-Q_{H-H} - Q_{D-D} + 2Q_{H-Ni} + 2Q_{D-Ni} = E_2. \quad (2)$$

где  $Q_{H-H}^{пара}$ ,  $Q_{D-D}$  и  $Q_{H-H}$  — соответствующие энергии разрыва связей молекул. Отсюда, учитывая соотношение  $\epsilon = -(3/4)E$  (2), имеем:

$$Q_{H-Ni} = 1/2 Q_{H-H}^{пара} - 1/3 \epsilon_1, \quad (3)$$

$$Q_{D-Ni} = 1/2 (Q_{D-D} + Q_{H-H} - Q_{H-H}^{пара}) - 1/3 (2\epsilon_2 - \epsilon_1), \quad (4)$$

где  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  — соответственно, энергии активации реакций (1) и (2). Подставляя  $Q_{H-H} = 104,2$  ккал (8),  $Q_{D-D} = 105,96$  ккал (9) (различие между  $Q_{H-H}$  для водорода нормального состава при 298,1°K и  $Q_{H-H}^{пара}$  незначительно (12)),  $\epsilon_1 = 5910$  кал/моль,  $\epsilon_2 = 7290$  кал/моль (5), получаем  $Q_{H-Ni} = 50,1$  ккал,  $Q_{D-Ni} = 50,1$  ккал. По оценке (10) из термохимических данных,  $Q_{H-Ni} = 55$  ккал Элли (11), из уравнения Паулинга оценивает  $Q_{H-Ni} = 60,2$  ккал.

Используя значения  $\epsilon_1 = 7600$  кал/моль и  $\epsilon_2 = 9500$  кал/моль, полученные в работе (5) после уменьшения активности катализатора, приходим к  $Q_{H-Ni} = 49,6$  ккал и  $Q_{D-Ni} = 49,5$  ккал, т. е. изменение активности катализатора оказывает лишь небольшое влияние на  $Q_{H-Ni}$  и  $Q_{D-Ni}$ .

Если же рассматриваемые реакции лимитируются стадией десорбции (механизм Бонхефера и Фаркаса (16)), то из выражений для второстепенного процесса (2) получаем  $Q_{H-Ni} = 54,1$  ккал и  $Q_{D-Ni} = 55,9$  ккал.

Полученные значения  $Q_{H-Ni}$  и  $Q_{D-Ni}$  используем для приближенных расчетов энергий связи никелевых катализаторов с другими элементами, помощью других реакций активации водорода, полагая, что переход к другим образцам Ni не внесет заметных изменений в  $Q_{H-Ni}$  и  $Q_{D-Ni}$ .

Энергия связи никелевого катализатора с углеродом при двойной связи  $Q_{C-Ni}$ . Воспользуемся данными Твигга <sup>(13)</sup> по гидрогенизации этилена при 70—100°C на никелевой проволоке, активированной попеременным окислением и восстановлением. Здесь:

$$Q_{C-Ni} = 1/2 (Q_{C=C} + Q_{H-H}) - Q_{H-Ni} - 2/3 \epsilon_3, \quad (5)$$

где  $\epsilon_3$  — энергия активации,  $Q_{C=C}$  — энергия разрыва одной из связей  $C=C$ . Подставляя  $\epsilon_3 = 8200$  кал/моль <sup>(13)</sup>,  $Q_{C=C} = 46,7$  ккал,  $Q_{H-H} = 104,2$  ккал <sup>(8)</sup> и  $Q_{H-Ni} = 50,1$  ккал, получаем  $Q_{C-Ni} = 19,9$  ккал. По оценке легкости протекания различных органических реакций <sup>(10)</sup>,  $Q_{C-Ni} = 19$  ккал.

Для той же реакции при 20—160°C на никелевой пленке, по данным Дженкинса и Райдила <sup>(14)</sup>,  $\epsilon_3 = 10200$  кал/моль, откуда  $Q_{C-Ni} = 18,6$  ккал. т. е. при переходе к другому образцу  $Ni$   $Q_{C-Ni}$  меняется мало.

Для изотопного обмена  $C_2H_4 + D_2$  <sup>(13)</sup> в тех же условиях, что и <sup>(14)</sup>, энергия активации  $\epsilon_4 = 17200$  кал/моль; в этом случае имеем:

$$Q_{C-Ni} = Q_{D-D} + Q_{C-H} - 2Q_{D-Ni} - Q_{H-Ni} - 4/3 \epsilon_4, \quad (6)$$

где  $Q_{C-H}$  — энергия разрыва связи  $C-H$ , равная 90,5 ккал <sup>(8)</sup>. Подставляя  $Q_{H-Ni} = Q_{D-Ni} = 50,1$  ккал и другие величины, приведенные выше, получаем  $Q_{C-Ni} = 23,2$  ккал. Элли <sup>(11)</sup> путем, который уже был упомянут, получил для адсорбции (а не для реакции) значительно большую величину  $Q_{C-Ni} = 50,6$  ккал.

Энергия связи никелевого катализатора с углеродом  $Q_{C-Ni}$  (с ординарной связью при углероде). Эта величина может быть рассчитана из данных Морикива, Бенедикта и Тейлора <sup>(15)</sup> по гидрогенолизу этана  $C_2H_6 + H_2 = 2CH_4$  в интервале 100—130°C на никелевом катализаторе, нанесенном на кизельгур. Для этой реакции

$$Q_{C-Ni} = 1/2 (Q_{C-C} + Q_{H-H}) - Q_{H-Ni} - 2/3 \epsilon_5, \quad (7)$$

где энергия активации  $\epsilon_5 = 43000$  кал/моль <sup>(15)</sup>. Подставляя  $Q_{C-C} = 66,3$  ккал <sup>(8)</sup>,  $Q_{H-Ni} = 50,1$  ккал и остальные величины, приведенные выше, получаем  $Q_{C-Ni} = 6,5$  ккал. По оценке <sup>(10)</sup>  $Q_{C-Ni} = 6$  ккал.

Для изотопного обмена  $CH_4 + D_2$ , изучавшегося в <sup>(15)</sup>, при 110—184°C

$$Q_{C-Ni} = Q_{C-H} + Q_{D-D} - Q_{H-Ni} - 2Q_{D-Ni} - 4/3 \epsilon_6. \quad (8)$$

Подставляя значение энергии активации  $\epsilon_6 = 28000$  кал/моль <sup>(15)</sup>,  $Q_{H-Ni} = Q_{D-Ni} = 50,1$  ккал и другие приведенные выше величины, получаем  $Q_{C-Ni} = 8,9$  ккал. Средняя  $Q_{C-Ni} = 7,7$  ккал.

Для той же реакции изотопного обмена на более активном катализаторе — никелевых пленках и при более высоких температурах (206—255°C по данным <sup>(22)</sup>,  $\epsilon_6 = 23800$  кал/моль, откуда  $Q_{C-Ni} = 14,5$  ккал.

Энергия связи никелевого катализатора с кислородом  $Q_{O-Ni}$ . Используем данные ван Мекелена и Юнгера <sup>(18)</sup>, изучавшие гидрогенизацию ацетона в автоклаве при температурах 106—150°C в скелетном никеле. Энергия активации  $\epsilon_7 = 9500$  кал/моль (для других алифатических кетонов получены близкие величины). Для этой реакции

$$Q_{O-Ni} = Q_{C=O} + Q_{H-H} - Q_{C-Ni} - 2Q_{H-Ni} - 4/3 \epsilon_7 \quad (9)$$

( $Q_{C=O}$  — энергия разрыва одной из связей  $C=O$ , равная 83,4 ккал <sup>(8)</sup>). Подставляя  $Q_{C-Ni} = 19,9$  ккал,  $Q_{H-Ni} = 50,1$  ккал и другие величины, приведенные выше, получаем  $Q_{O-Ni} = 54,8$  ккал. По оценке <sup>(10)</sup>  $Q_{O-Ni} = 48,5$  ккал. Термохимическая  $Q_{O-Ni} = 59$  ккал <sup>(10)</sup>.

Для реакции изотопного обмена  $CH_3OH + D_2 = CH_3OD + HD$  имеем

$$Q_{O-Ni} = Q_{O-H} + Q_{D-D} - Q_{H-Ni} - 2Q_{D-Ni} - 4/3 \epsilon_8. \quad (10)$$



$Q_{\text{H-N}}$  — энергия разрыва связи  $\text{O}-\text{H}$ , равная 110,6 ккал <sup>(8)</sup>.) Подставляя значение энергии активации  $\varepsilon_8 = 6600$  кал/моль <sup>(19)</sup>, для никелевых пленок в интервале  $0-41,5^\circ\text{C}$ ,  $Q_{\text{H-Ni}} = 50,1$  ккал,  $Q_{\text{D-Ni}} = 50,1$  ккал и фактические приведенные выше величины, получаем  $Q_{\text{O-Ni}} = 57,5$  ккал. При изучении адсорбционно-химического равновесия кислорода на никелевом катализаторе по методике <sup>(1)</sup> нами получена для средних заполненных поверхностей кислородом величина  $Q_{\text{O-Ni}} = 56,1$  ккал.

Энергия связи никелевого катализатора с азотом  $Q_{\text{N-Ni}}$ . Используем реакцию изотопного обмена аммиака с дейтерием, проводившуюся на никелевых пленках. Для данной реакции:

$$Q_{\text{N-Ni}} = Q_{\text{N-H}} + Q_{\text{D-D}} - Q_{\text{H-Ni}} - 2Q_{\text{D-Ni}} - \frac{4}{3}\varepsilon_9, \quad (11)$$

$Q_{\text{N-H}}$  — энергия разрыва связи  $\text{N}-\text{H}$ , равная 84,3 ккал <sup>(8)</sup>,  $\varepsilon_9$  — энергия активации. В различных работах, в зависимости от активности пленки, значения  $\varepsilon_9$  изменяются от 8700—9300 кал/моль <sup>(20)</sup> до 14700—16100 кал/моль <sup>(21)</sup>. На наименее активных пленках, значения  $\varepsilon_9$ , хотя и полученные в интервале  $200-300^\circ\text{C}$ , отвечали, как указывают авторы <sup>(21)</sup>, активности катализатора в первоначальных опытах при данной температуре. Подставляя в уравнение (11)  $\varepsilon_9 = 16100$  кал/моль для наименее активных пленок <sup>(21)</sup>,  $Q_{\text{H-Ni}} = 50,1$  ккал,  $Q_{\text{D-Ni}} = 50,1$  ккал и другие приведенные выше величины, получаем  $Q_{\text{N-Ni}} = 18,6$  ккал. По оценке <sup>(10)</sup> (из сравнения легкости протекания реакций)  $Q_{\text{N-Ni}} = 18$  ккал. Изменение активности того же катализатора ( $\varepsilon_9 = 14700$  кал/моль <sup>(21)</sup>) приводит к  $Q_{\text{N-Ni}} = 20,4$  ккал. Для более активных пленок ( $\varepsilon_9 = 9300-10000$  кал/моль <sup>(20)</sup>) получаем  $Q_{\text{N-Ni}} = 27,6-28,4$  ккал.

Как видно из приведенных данных, кинетический метод может быть применен для нахождения величин энергий связи никелевых катализаторов с различными элементами с использованием таких реакций, как  $\text{H}_2$ -орто-превращение водорода, изотопный обмен, гидрогенизация и гидрогенолиз. Полученные величины в большинстве согласуются с вычисленными совсем другим путем <sup>(10)</sup>. Энергия связи  $Q_{\text{D-Ni}}$  практически отличается от  $Q_{\text{H-Ni}}$  (разница нулевых энергий для  $\text{Ni}-\text{H}$  и  $\text{Ni}-\text{D}$ , равная 0,7 ккал <sup>(17)</sup>), лежит в пределах чувствительности метода).

Колебания активности катализатора, приводящие к изменению  $\varepsilon$  на несколько тысяч кал/моль мало влияют на величины  $Q$  и в ряде случаев мало сказываются на переходе к другим образцам катализатора; так изменение  $\varepsilon_9$  вдвое приводит к изменению  $Q_{\text{N-Ni}}$  на 50%. Почти во всех случаях  $Q$  для пленок выше, чем для других образцов катализатора.

Существенно, что, используя для расчета одной и той же  $Q$  разные реакции, мы получаем близкие, а иногда и практически совпадающие величины. Метод в первом приближении может быть использован для расчетов энергий связи на разных образцах катализаторов.

В некоторых случаях полученные величины меньше термохимических <sup>(2, 10)</sup>. Это означает, что соответствующие поверхностные соединения менее устойчивы, чем объемные.

Воспользуемся найденными величинами энергий связи для вычисления адсорбционного потенциала  $q$  (т. е. суммы энергий связи реагирующих атомов с катализатором) дегидрогенизации муравьиной кислоты на  $\text{Ni}$ :

$$q = Q_{\text{C-Ni}} + Q_{\text{O-Ni}} + 2Q_{\text{H-Ni}}; \quad (12)$$

Подставляя  $Q_{\text{C-Ni}} = 19,9$  ккал,  $Q_{\text{H-Ni}} = 50,1$  ккал,  $Q_{\text{O-Ni}} = 54,8$  ккал, получаем  $q = 174,9$  ккал. С другой стороны, имеем:

$$q = Q_{\text{C-H}} + Q_{\text{O-H}} - \frac{4}{3}\varepsilon_{10}, \quad (13)$$



где  $\epsilon_{10}$  — энергия активации. Мы можем из табличных  $Q_{C-H} = 90,5$  ккал,  $Q_{O-H} = 110,6$  ккал<sup>(8)</sup> и экспериментального значения  $\epsilon_{10} = 19\,700$  кал/моль по данным Тояма и Кубокава<sup>(23)</sup>, работавших при  $143-160^\circ\text{C}$ , включить  $q$  по уравнению (13), причем получается  $q = 174,8$  ккал — в полном согласии с величиной, найденной выше независимым путем.

В настоящей работе получены следующие значения  $Q$  (в ккал) для первостадийного механизма реакций, протекающих на никелевых проволоке, жести, малоактивных пленках или пористых катализаторах:  $Q_{H-Ni} = 50,1$ ;  $Q_{D-Ni} = 50,1$ ;  $Q_{C-Ni} = 19,9$ ;  $Q_{C-Ni} = 7,7$ ;  $Q_{O-Ni} = 54,6$ ;  $Q_{N-Ni} = 18,6$ .

В заключение рассчитаем из этих  $Q$  величины адсорбционных потенциалов  $q$ , а также энергетических барьеров  $E$  для рассмотренных реакций с помощью значений теплот реакции  $u$  и сумм энергий образующихся и разрывающихся связей  $s$  из соотношения  $q - s/2 + u/2 = E$ <sup>(2)</sup> (табл.

Таблица

Адсорбционные потенциалы  $q$  и энергетические барьеры  $E$  на Ni (в ккал)

Реакция	$u/2$	$s/2$	$q$	$E$
I. $n\text{-H}_2 = o\text{-H}_2$	0	208,4	200,4	8,0
II. $\text{H}_2 + \text{D}_2 = 2\text{HD}$	0	210,2	200,4	9,8
III. $\text{C}_2\text{H}_4 + \text{H}_2 = \text{C}_2\text{H}_6$	15,0	165,9	140,0	10,1
IV. $\text{CH}_3\text{OH} + \text{D}_2 = \text{CH}_3\text{OD} + \text{HD}$	0	216,6	205,1	11,5
V. $\text{CH}_3\text{COCH}_3 + \text{H}_2 = \text{CH}_3\text{CH}(\text{OH})\text{CH}_3$	6,8	194,4	174,9	12,3
VI. $\text{NH}_3 + \text{D}_2 = \text{NH}_2\text{D} + \text{HD}$	0	190,3	168,9	21,4
VII. $\text{C}_2\text{H}_4 + \text{D}_2 = \text{C}_2\text{H}_3\text{D} + \text{HD}$	0	196,5	170,2	26,3
VIII. $\text{HCOOH} = \text{H}_2 + \text{CO}_2$	-6,8	194,4	174,9	26,3
IX. $\text{CH}_4 + \text{D}_2 = \text{CH}_3\text{D} + \text{HD}$	0	196,5	158,0	38,5
X. $\text{C}_2\text{H}_6 + \text{H}_2 = 2\text{CH}_4$	5,3	175,7	115,6	54,4

Из нее видно, что для большинства рассмотренных реакций на никелевом катализаторе  $q$  близок к  $s/2$ , т. е. оптимуму. Наиболее трудно должна осуществляться реакция X.

Обращает на себя особое внимание, что применение кинетического метода определения энергий связи к простым реакциям, протекающим на металлическом никеле, дает результаты, близкие к рассчитанным ранее термодинамическим данным и из сравнения легкости протекания реакций более сложных органических соединений.

Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского  
Академии наук СССР

Поступило  
24 X 1956

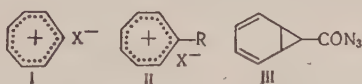
#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 А. Е. Романушкина, С. Л. Киперман, М. И. Темкин, ЖФХ, 1181 (1953).
- 2 А. А. Баландин, ЖОХ, 16, 793 (1946).
- 3 А. А. Баландин, Изв. АН СССР, ОХН, 1955, № 4, 624.
- 4 А. А. Баландин, А. А. Толстопопова, ЖФХ, 30, 1367, 1636 (1956); А. А. Баландин, А. А. Толстопопова, В. А. Ферапонтов, ДАН, 103, 611 (1955).
- 5 E. Fajans, Zs. phys. Chem., B 239 (1935).
- 6 В. М. У. Тарпелл, статья в сборнике «Catalysis». Ed. P. H. Emmett, N. Y., 3, 1955, p. 1.
- 7 А. А. Баландин, ЖРХО, 61, 909 (1929); ДАН, 94, 667 (1950).
- 8 П. Коттрелл, Прочность химических связей, ИЛ, 1956.
- 9 Bureau of Standards, Circ. 500, Wash., 1952.
- 10 А. А. Баландин, ДАН, 107, 85 (1956).
- 11 D. E. I. Disc. Farad. Soc., 8, 34 (1950).
- 12 А. Фаркас, Ортоводород, параводород и тяжелый водород, М., 1936.
- 13 G. H. Twigg, Trans. Farad. Soc., 35, 935 (1939).
- 14 G. Jenkins, E. K. Rideal, J. Chem. Soc., 1955, 2490.
- 15 K. Irikawa, W. S. Benedict, H. S. Taylor, J. Am. Chem. Soc., 58, 1445, 1 (1936).
- 16 K. F. Bonhoeffer, A. Farkas, Zs. phys. Chem., B12, 231 (1936).
- 17 H. Eyring, A. Sherman, J. Chem. Phys., 1, 345 (1933).
- 18 C. van Meulen, J. C. Junegers, Bull. Soc. Chim. Belg., 59, 597 (1950).
- 19 J. R. Anderson, C. K. Emball, Trans. Farad. Soc., 51, 966 (1955).
- 20 C. K. Emball, Trans. Farad. Soc., 48, 254 (1952); Proc. Roy. Soc., A214, 413 (1952).
- 21 J. H. Singleton, E. R. Roberts, E. R. Winter, Trans. Farad. Soc., 47, 1318 (1951).
- 22 C. K. Emball, Proc. Roy. Soc., A217, 356 (1953).
- 23 О. Тоуама, Y. Кубокава, J. Chem. Japan, 74, 283 (1953).

Член-корреспондент АН СССР Д. Н. КУРСАНОВ и М. Е. ВОЛЬПИН

## НОВЫЙ ПУТЬ ПОЛУЧЕНИЯ СОЕДИНЕНИЙ ТРОПИЛИЯ И МЕТИЛТРОПИЛИЯ

В настоящее время известны два принципиально различных пути образования семичленной ароматической системы тропилия (I).



Впервые Дёринг и Нокс <sup>(1)</sup> получили бромистый тропилий (I, X = Br) отщеплением HBr от дибромциклогептадиена. В дальнейшем было установлено <sup>(2)</sup>, что тем же методом, хотя и с весьма малым выходом (0,8%) могут быть получены соли карбокситропилия (II, R = COOH). Другой метод, который недавно разработали Дьюар и Петтит <sup>(3)</sup>, основан на легкой изомеризации норкарадиеновой системы в систему тропилия. Так, при перегруппировке Курциуса азида норкарадиенкарбоновой кислоты (III) был получен оксианат тропилия, а из азид метил-норкарадиенкарбоновой кислоты — метилтропилия (II, R = CH<sub>3</sub>).

Между тем несомненно представляло интерес доказать возможность посредственного перехода от системы циклогептатриена (тропилидена) с 3 двойными связями к ароматической системе тропилия. В результате отрыва каким-либо образом от CH<sub>2</sub>-группы циклогептатриена атома водорода вместе с парой электронов и перехода при этом седьмого атома лерода из состояния *sp*<sup>3</sup>-гибридизации в состояние *sp*<sup>2</sup>-гибридизации, должна появиться возможность циклического сопряжения всех шести π-электронов двойных связей, ведущего к образованию ароматической системы тропилия. Такой переход явился бы своего рода аналогией соответствующему переходу циклопентадиена в анион циклопентадиенилия под действием щелочных металлов и сильных оснований. Однако в отличие от циклопентадиена, где отнимается протон, от циклогептатриена должен быть оторван водород с парой электронов (гидрид-ион):

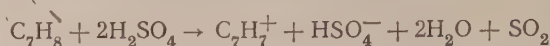


В обоих случаях образуется небензоидная ароматическая система с 6 π-электронами.

В поисках путей такого непосредственного превращения циклогептатриена в соли тропилия мы изучали действие на циклогептатриен ряда электрофильных реагентов — сильных кислот, окислителей, галоидопроизводных и др. Многие из этих веществ энергично реагируют с двойными связями циклогептатриена, что весьма затрудняет протекание реакции образования тропилия.

При действии концентрированной серной кислоты на циклогептатриен протекает экзотермическая реакция, сопровождающаяся осмолением. Од-

нако наряду с этим происходит окисление тропилидена с образованием заметных количеств соли тропилия (выход 18%):

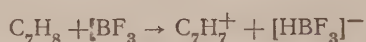


Образование ароматического иона карбония — тропилия, при действии концентрированной  $H_2SO_4$  на циклогептатриен сходно с образованием алифатических ионов карбония при действии концентрированной  $H_2SO_4$  на предельные углеводороды с третичным атомом углерода. Такая аналогия является косвенным подтверждением предлагаемого в последнем случае карбониевого механизма дейтерообмена и других реакций <sup>(4)</sup>.

Так же как и в случае предельных углеводородов, кислоты, не обладающие окислительными свойствами, — концентрированная фосфорная кислота, соляная кислота — как на холоду, так и при нагревании не вызывают превращения циклогептатриена в тропилий. Концентрированная азотная кислота реагирует с циклогептатриеном очень бурно; в этом случае происходит образование небольших количеств тропилия.

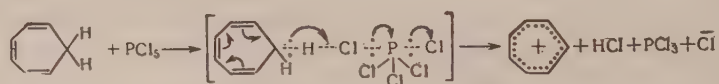
Изучение действия других окислителей на циклогептатриен подтвердило, что при окислении в кислой среде циклогептатриен в той или иной степени превращается в тропилий. Так  $CrO_3$  в ледяной уксусной кислоте превращает до 14% циклогептатриена в тропилий. При кипячении тропилидена с  $SeO_2$  в водном диоксане в присутствии серной кислоты образуется около 7% соли тропилия.

Такие сильные электрофильные реагенты как фтористый бор и хлористый алюминий могли бы реагировать с циклогептатриеном, превращая его в тропилий по схеме:



Однако  $BF_3$  и  $AlCl_3$  столь энергично реагируют с двойными связями, что реакция образования соли тропилия хотя и протекает, но лишь в небольшой степени. При нагревании тропилидена с эфиром трехфтористого бора образуется около 2% соли тропилия наряду с большим количеством полимера. Около 18% соли тропилия образуется при взаимодействии тропилидена с безводным хлористым алюминием.

Можно было ожидать, что галоидные соединения элементов с переменной валентностью будут способны отнимать пару электронов от циклогептатриена, превращая его в тропилий. Действительно оказалось, что пятихлористый фосфор чрезвычайно легко реагирует с циклогептатриеном. При этом образуется хлористый тропилий, а пятихлористый фосфор восстанавливается до треххлористого:



Реакция идет с практически количественным выходом при комнатной температуре и не сопровождается ни осмолением, ни какими-либо другими побочными процессами.

Найденная реакция циклогептатриена с пятихлористым фосфором может служить хорошим препаративным методом получения солей тропилия и его производных. Преимуществом этого метода является высокий выход тропилия, мягкие условия и простота проведения реакции. Повышенный выход хлористого тропилия благоприятствует избыток  $PCl_5$ , проведение реакции без нагревания и в инертном растворителе. Образующийся тропилий лучше выделять не в виде неустойчивого и весьма гигроскопичного хлористого тропилия, а переводя его в трудно растворимые перхлорат тропилия или йодид тропилия <sup>(5)</sup>.

Разработанный метод был применен также для получения солей метилтропилия (II,  $R = CH_3$ ). Реакция метилциклогептатриена с пятихлористым



сформом протекала очень быстро и гладко на холоду. Был получен хлопчатый метилтропилий, переведенный в труднорастворимый хлорплатинат тилтропилия. В то же самое время попытка получения соли метилтропилия по методу Дёринга и Нокса (1) привела лишь к образованию продуктов осмоления. Изучается получение этим методом других замещенных тропилиев.

Как и следовало ожидать, треххлористый фосфор, в отличие от пятихлористого, не превращает циклогептатриен в тропилий. Не происходит и реакция и с трехбромистым фосфором. Пятибромистый фосфор легко ассоциирует при обычных условиях, поэтому при реакции с ним циклогептатриен легко присоединяет бром без образования бромистого тропилия. Аналогично реакции с пятихлористым фосфором протекает взаимодействие циклогептатриена с хлористым сульфуром:



При этом образуется до 25% соли тропилия, однако реакция сопровождается заметным осмолением. Хлористый тионил не реагирует с циклогептатриеном.

Таким образом показано, что при действии на циклогептатриен различных электрофильных реагентов ( $H_2SO_4$ ,  $HNO_3$ ,  $CrO_3$ ,  $BF_3$ ,  $AlCl_3$ ,  $SeO_2$ ,  $SO_2Cl_2$ ,  $PCl_5$ ) происходит отрыв пары электронов и атома водорода от циклогептатриена и превращение его в ароматическую систему тропилия. Реакция циклогептатриена (и его производных) с пятихлористым фосфором может служить препаративным методом получения производных тропилия.

### Экспериментальная часть

Исходный циклогептатриен был получен фотохимической реакцией бензола с диазометаном (6). После перегонки на колонке эффективностью 10 т. т. выделена фракция с т. кип.  $116,3-117,0^\circ/744$  мм,  $n_D^{20}$  1,5228, содержащая 95% циклогептатриена и 5% толуола.

Реакция с серной кислотой. 0,08 г циклогептатриена прибавлялось при охлаждении и встряхивании к 2 мл концентрированной серной кислоты. Красного цвета раствор оставлен на 10 суток при комнатной температуре, затем осторожно при охлаждении разбавлен вдвое водой. Прибавлением платинохлористоводородной кислоты из раствора осажден хлорплатинат тропилия. Осадок отфильтрован, промыт спиртом и высушен. Выход хлорплатината тропилия 0,048 г (18% от теоретического).

В опытах с  $CrO_4$ ,  $BF_3$ ,  $AlCl_3$ ,  $HNO_3$ ,  $SeO_2$  и  $SO_2Cl_2$  образовавшаяся соль тропилия выделялась аналогичным образом в виде хлорплатината.

Реакция с пятихлористым фосфором. В колбу, снабженную мешалкой и обратным холодильником, защищенным хлорлацетовой трубкой, помещалось 4,1 г ( $\sim 0,02$  моля)  $PCl_5$  и 40 мл  $CCl_4$  и при перемешивании прибавлялось 0,91 г (0,0098 моля) циклогептатриена и 10 мл  $CCl_4$ . Сразу начинал выпадать обильный белый осадок. Реакционная смесь перемешивалась около часа и затем кипятилась в течение 15 мин. После охлаждения осадок быстро отсасывался на воронке, промывался  $CCl_4$  и обрабатывался при охлаждении 4 мл воды (бурная реакция). Реакционная колба и воронка смывались небольшим количеством спирта. Полученный водно-спиртовой раствор (слой  $CCl_4$  на дне не мешает дальнейшим операциям) обрабатывался небольшим избытком 30%  $HClO_4$ . Сразу выпадал обильный осадок перхлората тропилия, который после охлаждения отфильтровывался и промывался холодным спиртом. Перхлорат без перекристаллизации достаточно чист для дальнейшей работы. Выход перхлората тропилия 1,49 г (80% от теоретического). В фильтрате прибавлением  $H_2PtCl_6$  дополнительно осажден тропилий в виде хлорплатината, выход 30 г (10%). Общий выход тропилия составляет 90%. При проведении той



же реакции без нагревания, при перемешивании 2,5 часа и стоянии в течение ночи, выход тропилия достигает 98%.

В специальных опытах для идентификации выделялся образующийся при реакции хлористый тропилий — гигроскопическое вещество, легко растворимое в воде; после перекристаллизации из нитрометана т. пл. 97°. По литературным данным <sup>(1)</sup> т. пл. 102°. Водные растворы дают положительную реакцию на  $\text{Cl}^-$  (проба с  $\text{AgNO}_3$ ) и на ион тропилия — образование осадков с  $\text{HClO}_4$ ,  $\text{H}_2\text{PtCl}_6$ ,  $\text{NaB}(\text{C}_6\text{H}_5)_4$  <sup>(6)</sup>.

Найдено %: C 28,26; 28,38; H 2,61; 2,49; Pt 33,21; 32,98  
 $\text{C}_{14}\text{H}_{14}\text{PtCl}_6$ . Вычислено %: C 28,49; H 2,39; Pt 33,08

Метилциклогептатриен, исходный для получения метилтропилия, был синтезирован фотохимической реакцией толуола с диазометаном. Перегонкой на колонке выделена фракция (т. кип. 138,2—139,0°/730 мм,  $n_D^{20}$  1,5114) содержащая около 70% метилциклогептатриена. Реакция метилциклогептатриена с  $\text{PCl}_5$  проводилась аналогично описанному выше. Через 1 час стояния при комнатной температуре осадок отфильтрован и образовавшийся метилтропилий переведен в хлорплатинат — желтый осадок, труднорастворимый в воде и еще хуже в спирте; темнеет при температуре ~140°. Выход ~50%.

Найдено %: C 31,27; 31,22; H 3,20; 3,24; Pt 30,89; 30,75  
 $\text{C}_{16}\text{H}_{18}\text{PtCl}_6$ . Вычислено %: C 31,08; H 2,93; Pt 31,58

Институт элементоорганических соединений  
Академии наук СССР

Поступило  
16 X 1956

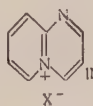
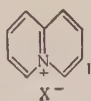
#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> W. E. Doering, L. H. Knox, J. Am. Chem. Soc., **76**, 3203 (1954). <sup>2</sup> A. W. Johnson, A. Langemann, M. Tishler, J. Chem. Soc., 1955, 1622.  
<sup>3</sup> M. J. S. Dewar, R. Pettit, J. Chem. Soc., 1956, 2021. <sup>4</sup> Д. Н. Курсанов, В. В. Воеводский, Усп. хим., **23**, № 6, 645 (1954). <sup>5</sup> М. Е. Вольпин, С. И. Жданов, Д. Н. Курсанов, ДАН, **112**, № 2 (1957). <sup>6</sup> W. E. Doering, L. H. Knox, J. Am. Chem. Soc., **75**, 297 (1953).

Академик А. Н. ЕСМЕЯНОВ, М. И. РЫБИНСКАЯ и Н. К. БЕЛЬСКИЙ \*

# СИНТЕЗ СОЛЕЙ 4-АЛКИЛ-1-АЗА-ДЕГИДРОХИНОЛИЗИНИИ

В серии предыдущих работ, опубликованных нами и Н. К. Кочетковым с соавторами, был осуществлен синтез ряда азотистых и кислородных гетероциклических систем (<sup>1-10</sup>). При этом мы исходили из β-хлорвинилкетонов ближайших продуктов их превращения. В последнее время внимание исследователей все больше привлекает синтез конденсированных ароматических гетероциклических систем, в которых гетероатомом является амидный азот, общий двум циклам, в частности солей дегидрохинолизиния (I). В противоположность хинолину и изохинолину химия иона дегидрохинолизиния (<sup>11-13</sup>) мало изучена. В настоящей работе мы осуществили синтез ряда производных новой конденсированной гетероциклической системы аза-аналога дегидрохинолизиния (II). Соли 4-алкил-1-аза-дегидрохинолизиния получены нами из α-аминопиридина и β-кетоацеталей. Последние получают с хорошими выходами из β-хлорвинилкетонов по методике, разработанной нами совместно с Н. К. Кочетковым (<sup>14</sup>).

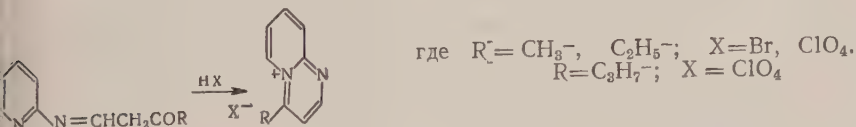


Нами найдено, что β-кетоацетали вступают в реакцию конденсации с α-аминопиридином. При этом установлено, что в реакцию вступает ацеталь-группа, так как при конденсации с α-аминопиридином как диметил-ацеталь, так и диэтил-ацеталь ацетоацетальдегида дали один и тот же продукт реакции, именно 2-ацетоацетальаминопиридин:



Полученные 2-ацетилацетальаминопиридины—бесцветные или слегка окрашенные вещества, трудно кристаллизующиеся из различных органических растворителей.

Под действием концентрированных кислот продукты конденсации α-аминопиридина с β-кетоацетальными жирного ряда циклизуются с выделением воды, образуя новую гетероциклическую систему—соли 4-алкил-1-аза-дегидрохинолизиния. Наилучшие результаты получены при использовании водной и бромистоводородной кислот:



Однако такая циклизация не идет в случае  $\text{R} = \text{C}_6\text{H}_5$ . При попытке провести эту реакцию с водной кислотой получены соль α-аминопиридина и ацетофенон, а под действием газообразного бромистого водорода в эфире образуется бромгидрат α-аминопиридина и трибензоилбензол.

Полученные соли 4-алкил-1-аза-дегидрохинолизиния представляют собой кристаллические вещества, хорошо растворимые в воде, умеренно в

\* Н. К. Бельским выполнена спектроскопическая часть работы.

горячем спирте, не растворимые в эфире и бензоле. Их перхлораты более устойчивы, чем бромиды. Строение этих солей подтверждается следующими фактами. Водные растворы этих солей не обесцвечивают слабый раствор перманганата калия и, следовательно, не имеют неароматических двойных связей. Под действием щелочи бромид 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния размыкается с образованием исходного 2-ацетоацетальаминопиридина.

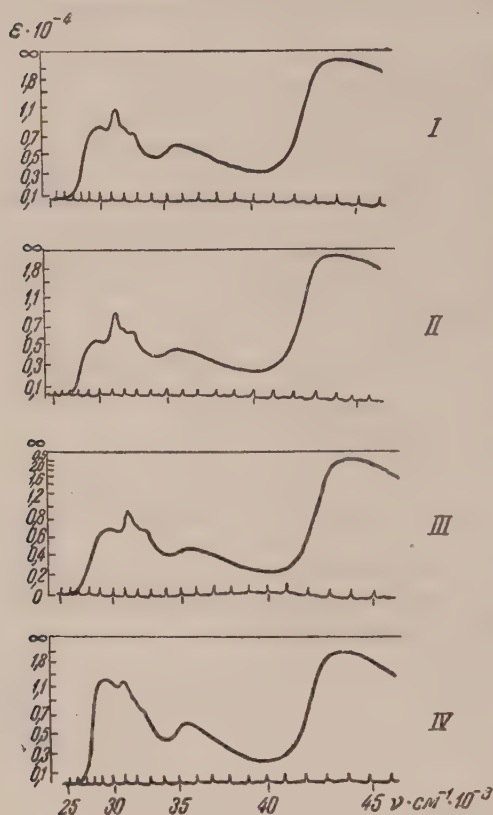


Рис. 1

По-видимому в начале происходит замена аниона на гидроксильную группу и затем раскрытие цикла. Таким образом, при циклизации 2-ацетилацетальаминопиридина в кислой среде не имеет места перигруппировка, и следовательно алкильный заместитель занимает положение 4.

При каталитическом гидрировании над платиной бромид 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния поглощает пять молей водорода, что свидетельствует о наличии пяти двойных связей в двух конденсированных циклах. При гидрировании образуется бромгидрат 4-метил-1-аза-октагидрохинолизина.

Сняты спектры поглощения водных растворов солей в ультрафиолетовой области (рис. 1). Адсорбционная кривая иона 1-аза-дегидрохинолизиния очень характерна и имеет шесть максимумов ( $\lambda_{\text{макс}}$ ), совпадающих для всех снятых солей: 336, 318, 312, 304, 274, 228 мμ (рис. 1). Из спектральных данных видно, что характер спектра определяется аза-дегидрохинолизиниевым ядром.

Область поглощения и характер спектра этого ядра весьма сходны с областью и характером поглощения хинолина и изохинолина, что и служит подтверждением принятой нами структуры. Второй атом азота вносит, правда, некоторое отличие. Спектр поглощения ядра аза-дегидрохинолизиния, так же как спектры поглощения хинолина<sup>(15)</sup> и изохинолина<sup>(16)</sup>, распадается на три части: 1) в области 350—290 мμ имеется несколько узких и резких полос поглощения; 2) широкой полосе соответствует длина волны  $\lambda = 282$  мμ; 3) широкой интенсивной полосе соответствует длина волны 228 мμ. Сходным является и распределение интенсивностей между полосами. Для всех этих соединений интенсивности группы полос 350—290 мμ и 282 мμ мало отличаются друг от друга, коротковолновая полоса 228 мμ гораздо интенсивнее всех остальных.

### Экспериментальная часть

**2-Ацилацетальаминопиридины.** 2-Ацилацетальаминопиридины получены нагреванием смеси 0,11 моля α-аминопиридина и 0,1 моля соответствующего β-кетоацетала в запаянных ампулах в течение 5—6 часов до 140°. После вскрытия ампулы закristаллизовавшаяся реакционная масса отжимается на пористом фильтре и многократно промывается

ром. 2-Ацилацетальаминопиридины перекристаллизованы из ацетона и смеси спирта с петролевым эфиром (табл. 2).

**Бромид 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния.** 1 г 2-ацетальаминопиридина растворен в 1,2 мл концентрированной бромистоводородной кислоты. К раствору добавлено 1,5 мл спирта, а затем эфир — тех пор, пока не выделялся твердый осадок. Осадок был быстро отфильтрован, промыт смесью абсолютного спирта с эфиром (1 : 10), затем абсолютным эфиром. Выход 1,1 г (75,8% теории). Т. разл. 204—205° (начинает таять при 170°) после перекристаллизации из спирта.

Найдено %: С 47,82; 47,94;  
Н 4,06; 4,11; N 12,29; Br 35,65  
 $C_9H_{10}N_2Br$ . Вычислено %: С 48,01;  
Н 4,02; N 12,44; Br 35,55

**Перхлорат 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния.** В смесь 1,2 г 2-ацетальаминопиридина и 2 мл 70% хлорной кислоты налита на водяной бане до полного растворения осадка и затем добавлено 1 мл абсолютного спирта. Выделившиеся бесцветные кристаллы отфильтрованы и промыты на фильтре абсолютным спиртом. Выход 1,4 г (77,3% теории). Бесцветные чешуйчатые кристаллы. Т. разл. 226° (начинает таять ~ 200°) после перекристаллизации из 50 % метанола.

Найдено %: С 44,14; 44,17;  
Н 3,58; 3,63; N 11,52; 11,63; Cl 14,58; 14,32  
 $H_9O_4N_2Cl$ . Вычислено %: С 44,26;  
Н 3,71; N 11,46; Cl 14,48

**Бромид 4-этил-1-аза-дегидрохинолизиния.** К 1,3 г пропиоацетальаминопиридина добавлено 2 мл концентрированной бромистоводородной кислоты, затем 1 мл спирта и 25 — 30 мл эфира. Выход 1 г (64,6% теории). После перекристаллизации из смеси спирта с эфиром бесцветные кристаллы с т. пл. 210—212°.

Найдено %: С 49,98; 50,16; Н 4,60; 4,60  
 $C_{10}H_{11}N_2Br$ . Вычислено %: С 50,20; Н 4,60

**Перхлорат 4-этил-1-аза-дегидрохинолизиния.** К 1 г 2-пропиоацетальаминопиридина добавлен 1 мл 70%-й хлорной кислоты, затем 1 мл абсолютного спирта и 10 мл эфира. Получено 1,09 г (74% теории) перхлората 4-этил-1-аза-дегидрохинолизиния. После перекристаллизации из метанола бесцветные чешуйчатые кристаллы с т. пл. 169—170°.

Найдено %: С 46,60; 46,42; Н 4,33; 4,25; N 10,81; 10,96; Cl 13,78; 13,65  
 $H_{11}O_4N_2Cl$ . Вычислено %: С 46,42; Н 4,26; N 10,83; Cl 13,73

**Перхлорат 4-н-пропил-1-аза-дегидрохинолизиния.** К раствору 1 г 2-н-бутироацетальаминопиридина в 1,5 мл 70%-й хлорной кислоты добавлено 10 мл абсолютного спирта и затем прилит абсолютный эфир до полного выпадения осадка. Выход 0,95 г (64,2% теории) т. пл. 145°.

Найдено %: С 48,67; 48,41; Н 4,79; 4,75; N 10,21; 10,04; Cl 12,71; 12,61  
 $H_{13}O_4N_2Cl$ . Вычислено %: С 48,57; Н 4,77; N 10,23; Cl 13,02

**Действие щелочи на перхлорат 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния.** К водному раствору 2,3 г перхлората

Таблица 1

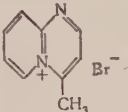
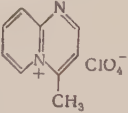
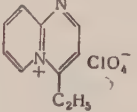
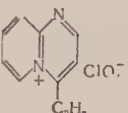
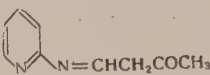
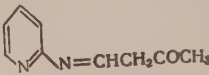
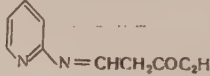
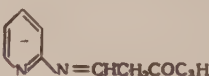
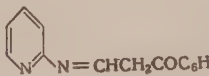
№№	Соль 4-алкил-1-аза-дегидрохинолизиния	Интенсивности $\epsilon \cdot 10^{-4}$
I		0,7; 0,95; 0,75; 0,68; 0,5; 2,1
II		0,6; 1,0; 0,7; 0,69; 0,5; 0,48; 2,1
III		0,8; 1,1; 0,8; 0,77 0,55; 2,1
IV		1,3; 1,2; 0,9; 0,8; 0,6; 1,8



Таблица 2

β-кетоацеталь	2-ацетилацеталь-аминопиридин	Т. пл., °С	Выход, %	Данные анализа	
				найдено, %	вычисл., %
$\text{CH}_3\text{COCH}_2\text{CH}(\text{OCH}_3)_2$		121	61,3	C 66,56; 66,43 H 6,27; 6,23 N 17,40; 17,55	C 66,66 H 6,17 N 17,28
$\text{CH}_3\text{COCH}_2\text{CH}(\text{OC}_2\text{H}_5)_2$		121	49,4	—	—
$\text{C}_2\text{H}_5\text{COCH}_2\text{CH}(\text{OCH}_3)_2$		96,5—97	55,1	C 67,83 H 6,71 N 15,89	C 68,18 H 6,81 N 15,86
$\text{C}_3\text{H}_7\text{COCH}_2\text{CH}(\text{OCH}_3)_2$ т. кип. 81°/10 мм $n_D^{20}$ 1,4205		86—88	65,7	C 69,40; 69,22 H 7,38; 7,40 N 14,62; 14,78	C 69,47 H 7,37 N 14,73
$\text{C}_6\text{H}_5\text{COCH}_2\text{CH}(\text{OCH}_3)_2$ т. кип. 134—135°/10 мм $n_D^{20}$ 1,5385		127—129	53,6	C 75,03; 74,82 H 5,43; 5,41 N 12,45; 12,47	C 74,97 H 5,34 N 12,50

4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния добавлено 0,4 г NaOH в 7 мл воды, все несколько раз встряхивается с бензолом. Бензольные вытяжки промыты водой и высушены над сульфатом натрия. Бензол упарен в вакууме, кристаллический остаток (выход 1,4 г) имеет т. пл. 119°. Смешанная проба плавления с 2-ацетилацетальаминопиридином депрессии не дает.

Гидрирование бромида 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния. 1 г бромида 4-метил-1-аза-дегидрохинолизиния в растворе 150 мл спирта прогидрирован на платиновой черни (300 мг) при комнатной температуре и атмосферном давлении. Поглощается 5 мол. водорода. Полученная бромистоводородная соль 4-метил-1-аза-октагидрохинолизина трудно поддается очистке, поэтому она идентифицирована в виде пикрата, т. пл. 112° (из спирта).

Найдено %: N 18,15; 18,13  
 $\text{C}_{15}\text{H}_{21}\text{O}_7\text{N}_5$ . Вычислено %: N 18,19

Авторы выражают глубокую благодарность М. А. Экономовой, принимавшей участие в этой работе.

Институт элементоорганических соединений  
 Академии наук СССР

Поступило  
 2 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, М. И. Рыбинская, Изв. АН СССР, ОХН, 1950, 350.
- 2 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, Изв. АН СССР, ОХН, 1951, 686.
- 3 Н. К. Кочетков, А. Н. Несмеянов, Н. А. Семенов, Изв. АН СССР, ОХН, 1952, 87.
- 4 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, ДАН, 77, 65 (1951).
- 5 Н. К. Кочетков, А. Гонсалес, А. Н. Несмеянов, ДАН, 79, 609 (1951).
- 6 Н. К. Кочетков, ДАН, 82, 593 (1952).
- 7 Н. К. Кочетков, Изв. АН СССР, ОХН, 1954, 47.
- 8 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, М. И. Рыбинская, ДАН, 93, 71 (1953).
- 9 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, М. И. Рыбинская, Изв. АН СССР, ОХН, 1953, № 3, 479.
- 10 А. Н. Несмеянов, Л. А. Казыцына, Н. К. Кочетков, М. И. Рыбинская, Изв. АН СССР, ОХН, 1954, № 5, 784.
- 11 R. B. Woodward, W. M. McLamore, J. Am. Chem. Soc., 71, 379 (1949).
- 12 V. Boekelheide, W. G. Gall, J. Am. Chem. Soc., 76, 1832 (1954).
- 13 V. Boekelheide, J. M. Ross, J. Am. Chem. Soc., 77, 569 (1955).
- 14 А. Н. Несмеянов, Н. К. Кочетков, М. И. Рыбинская, Изв. АН СССР, ОХН, 1951, 395.
- 15 L. Marchlewski, O. Wyrobek, Bull. Acad. Polon. Sci., Letters A, 93 (1929).
- 16 L. Marchlewski, J. Pilz, Bull. Acad. Polon. Sci., Letters A, 22 (1934).

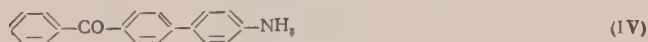
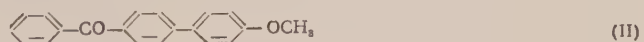
П. ПОСТОВСКИЙ, Л. Ф. ТРЕФИЛОВА, Ю. Н. ШЕЙНКЕР и С. Г. БОГОМОЛОВ

# О НЕКОПЛАНАРНОСТИ ФЕНИЛЬНЫХ ЯДЕР В ПРОИЗВОДНЫХ ДИФЕНИЛА

(Представлено академиком И. Н. Назаровым 16 X 1956)

Установлено, что в молекуле дифенила в кристаллическом состоянии фенильные ядра расположены в одной плоскости, несмотря на частичное перекрывание сфер атомов водорода (находящихся в орто-положениях) <sup>(1)</sup>. Видно, копланарность кристаллического дифенила обусловлена особыми условиями упаковки молекул в кристалле, причем энергия небольшого перекрывания сфер атомов водорода окупается выгодностью плоскостного расположения <sup>(2)</sup>. В то же время известно, что в дифениле в жидкой и в паровой фазе фенильные группы расположены некопланарно <sup>(3, 4)</sup>. Некопланарность дифенила при отсутствии заместителей в *o*-положениях показана также для ряда *n*, *n'*-замещенных дифенила, находящихся в растворах <sup>(5-8)</sup>. Данные о строении таких производных в кристаллическом состоянии, однако, до сих пор отсутствуют.

Одним из возможных путей изучения этого вопроса является спектроскопическое исследование кристаллов соединений дифенила в инфракрасной области. В настоящей работе этот метод был применен для изучения строения кетонов дифенила следующего строения:



В дифенил-*n*-анизилкетоне (I) и дифенил-*n*-аминофенилкетоне (III) электронодонорное влияние метоксила и аминогрупп передается на карбонильную группу через фенильные кольца, в то время как в *n*-метоксидифенилкетоне (II) и *n*-аминодифенилфенилкетоне (IV) это влияние передается без системы дифенила.

Можно было ожидать, что в случае некопланарности фенильных ядер дифениле взаимное влияние метокси- и аминогрупп с карбонильной группой в соединениях II и IV, в силу нарушения сопряжения, будет меньшим, чем в соединениях I и III. Чтобы проверить это, было необходимо охарактеризовать те изменения, которые имеют место под влиянием этих групп в карбониле при передаче влияния через фенильную и дифенильную системы. Для этой цели нами было использовано определение частоты валентного колебания карбонильной группы в инфракрасном спектре.

Как известно, частота валентного колебания карбонильной группы смещается в сторону длинных волн по мере увеличения  $\pi$ -электронного взаимодействия карбонильной группы с другими электронодонорными группами молекулы <sup>(9-13)</sup>. В соответствии с этим при некопланарности ядер частота

колебания карбонильной группы в соединении I должна быть меньше, чем в соединении II, и в соединении III меньшей, чем в соединении IV.

Одновременно со спектроскопическим исследованием кетонов в кристаллическом состоянии проведено исследование их и в растворе диоксана.

Для исследования растворов были применены также полярографические определения. Известно, что при восстановлении кетонов на ртутном капельном электроде потенциал полуволны ( $\phi_{1/2}$ ) смещается в сторону более отрицательных значений по мере увеличения  $\pi$ -электронного сопряжения, т. е. роста влияния электронодонорной группы на  $C=O$ -группу и увеличения электронной плотности у последней (<sup>14</sup>). Из сказанного следует, что в соединениях II и IV в случае некопланарности ядер дифенильного остатка, где сопряжение будет меньшим,  $\phi_{1/2}$  будет более положительным, чем в соединениях I и III. В случае же копланарности величины должны быть одинаковыми или же изменяться в обратном направлении.

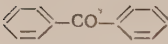
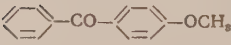
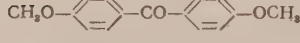
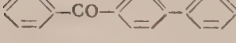
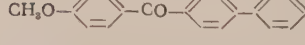
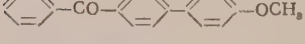
В исследовании, помимо указанных дифенилкетон<sup>ов</sup> (I—IV) для сопоставления использованы и соответствующие бензофеноны (см. табл. 1 и 2). Спектры были сняты на инфракрасном спектрометре ИКС-II, в области 5—14  $\mu$  с призмой NaCl, а для аминов также и в области 2—5  $\mu$  с призм<sup>ой</sup> LiF.

Вещества снимались в кристаллическом состоянии (в виде суспензии во фторированном углеводороде) и в растворе диоксана. Точность определения частоты колебания карбонильной группы  $\pm 2$ —3  $cm^{-1}$ .

Полярографические исследования проводились на микрополярограф<sup>е</sup> Гейровского в аммиачном буфере (pH 8,2). Точность определения  $\pm 0,005$  в.

Все соединения были синтезированы по литературным данным, перекристаллизованы до постоянных температур плавления.

Таблица 1

Соединение	$\nu C=O, cm^{-1}$		$\phi_{1/2}$ , в отн. н. к. в. (в аммиачном буфере pH 8,4)
	кристаллы в полифторуглеводороде	раствор в диоксане	
	1661	1664	—1,360
	1647	1653	—1,420
	1642	1647	—1,605
	1653	1660	—1,275
	1642	*	—1,340
	1656	*	—1,275

\* Продукты в диоксане нерастворимы.

Полученные результаты приведены в табл. 1 и 2. Для иллюстрации даны кривые части инфракрасного спектра для метоксисоединений (рис. 1) и полярограммы аминсоединений (рис. 2).

Как видно из данных табл. 1, влияние электронодонорной  $-OCH_3$  группы сказывается в снижении характеристической частоты колебания  $C=O$ -группы. Такое же влияние оказывает  $NH_2$ -группа (табл. 2).

соединений II и IV, где эти группы взаимодействуют через систему дифенила, это влияние практически не обнаруживается, и значение  $\nu$  C=O для незамещенного дифенилкетона. Уменьшение величины  $\nu$  C=O наблюдается у соединений как находящихся в растворе, так и в кристаллическом состоянии. Все соединения с метокси- и аминокислотной группой дают сильную узкую полосу в области 1595—1600  $\text{см}^{-1}$ , которую можно отнести к колебаниям фенильных остатков.

Наблюдаемое значительное отличие  $\nu$  C=O для аминов в кристаллическом состоянии и в растворах в оксиде, очевидно, обусловлено межмолекулярным взаимодействием  $\text{NH}_2$ -групп за счет водородных связей, уменьшающимся в растворе диоксиана.

У аминов бензофенона совпадают полосы поглощения для C=O- и  $\text{NH}_2$ -групп, так как полоса поглощения валентного колебания C=O-группы, сопряженной с кольцом, перекрывается с полосой деформационного колебания группы  $\text{NH}_2$  в ароматическом ядре. Только в случае IV, вследствие

слабого незначительного взаимодействия этих групп через дифенильный остаток (в растворе диоксиана) обнаруживается вторая полоса 1622  $\text{см}^{-1}$ , которую

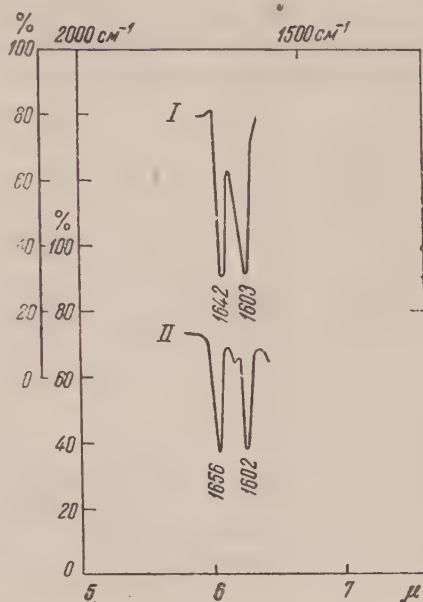


Рис. 1. Инфракрасные спектры дифенил-*p*-анизилкетона (I) и *p*-метоксидифенилкетона (II)

Таблица 2

Соединение	$\nu$ C-O, $\text{см}^{-1}$		$\delta$ $\text{NH}_2$ , $\text{см}^{-1}$ (раствор в диоксиде)	$\nu$ $\text{NH}_2$ , в отн. н. к. э. (в аммиачном буфере)
	кристаллы в полиф. орг. углеводороде	раствор в диоксиде		
<chem>c1ccc(cc1)-C(=O)-c2ccc(cc2)</chem>	1661	1664	—	—1,360
<chem>c1ccc(cc1)-C(=O)-c2ccc(N)cc2</chem>	1635	1646	1646	—1,450
<chem>c1ccc(cc1)-C(=O)-c2ccc(cc2)-c3ccc(cc3)</chem>	1653	1660	—	—1,275
<chem>Nc1ccc(cc1)-C(=O)-c2ccc(cc2)-c3ccccc3</chem>	1635	1650	1650	—1,380
<chem>c1ccc(cc1)-C(=O)-c2ccc(cc2)-c3ccc(N)cc3</chem>	1652	1664	1622	—1,275

следует приписать деформационному колебанию группы  $\text{NH}_2$  (частота колебания  $\text{NH}_2$ -группы в анилине 1622  $\text{см}^{-1}$ ).

Таким образом, из данных ИК-спектров можно сделать вывод, что взаимное влияние групп в кетонах II и IV как в растворе, так и в кристаллическом состоянии.



ческом состоянии осуществляется через систему дифенила в значительной мере, чем в соответствующих фенильных кетонах.

С этим выводом вполне согласуются данные полярографического восстановления. Как видно из табл. 1 и 2, влияние электронодонорных групп  $\text{OCH}_3$  и  $\text{NH}_2$  через кольцо фенила проявляется в некотором смещении в сторону отрицательных величин. В то же время в кетонах II и IV наблюд

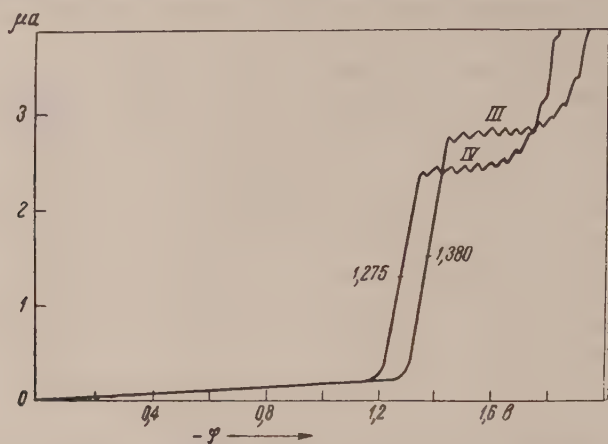


Рис. 2. Поларограммы дифенил-*n*-аминофенилкетона (III) и *n*-аминодифенилфенилкетона (IV) (с добавкой желатины)

дается смещение в сторону положительных величин, что говорит об уменьшении сопряжения и затруднении в передаче взаимного влияния через систему дифенила.

Все здесь приведенные данные о затруднении в передаче взаимного влияния групп в кетонах II и IV можно рассматривать как указание на некомпланарность дифенила в этих соединениях как в растворах, так и в кристаллическом состоянии.

Уральский политехнический институт  
им. С. М. Кирова

Поступило  
25 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> J. Dhar, Ind. J. Phys., 7, 43 (1932). <sup>2</sup> А. Н. Китайгородский, Органическая кристаллохимия, Изд. АН СССР, 19, 1955, 319, 383. <sup>3</sup> I. L. Karle, L. C. Brockway, J. Am. Chem. Soc., 66, 1974 (1944). <sup>4</sup> Н. Suzuki, РЖХим., № 318 (1956). <sup>5</sup> Л. М. Литвиненко, А. П. Греков, Укр. хим. журн., 20, 194 (1954). <sup>6</sup> Б. М. Красовицкий, Д. Г. Переяслова, Укр. хим. журн., 20, 646 (1954). <sup>7</sup> V. P. Kreiter, W. A. Bonner, R. H. Eastman, J. Am. Chem. Soc., 76, 571 (1954). <sup>8</sup> R. L. Morris, J. Org. Chem., 19, 1306 (1954). <sup>9</sup> L. J. Bellamy, The Infra-red Spectra of Complex Molecules. L. — N. Y., 1954, 116—120. <sup>10</sup> Д. Н. Шигорин, ДАН, 96, 769 (1954). <sup>11</sup> Д. Н. Шигорин, Н. И. Шевердина, ДАН, 96, 561 (1954). <sup>12</sup> H. L. Hergert, E. F. Kurth, J. Am. Chem. Soc., 75, 1622 (1953). <sup>13</sup> N. F. son, M. L. Josien, E. M. Shelton, J. Am. Chem. Soc., 76, 2526 (1954). <sup>14</sup> R. W. Brockman, D. E. Pearson, J. Am. Chem. Soc., 74, 4128 (1952).

С. Р. СЕРГИЕНКО и Н. Я. ЧЕРНЯК

# КИНЕТИКА И МЕХАНИЗМ ЖИДКОФАЗНОГО ОКИСЛЕНИЯ ДИБЕНЗИЛА И ДИЦИКЛОГЕКСИЛЭТАНА

(Представлено академиком А. В. Топчиевым 19 IX 1956)

Окисление углеводородов проводилось в замкнутой стеклянной циркуляционной установке с барботированием кислорода через жидкий продукт. Поглощение кислорода в ходе реакции контролировалось по падению давления в системе, и через определенные промежутки времени в систему долялось измеряемое количество кислорода до начального давления. После прекращения опыта продукт из реакционного сосуда подвергался ана-

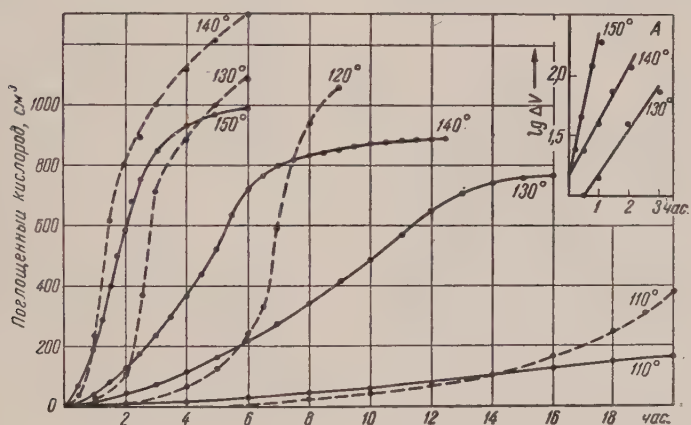


Рис. 1. А — Кинетика поглощения кислорода при окислении дибензила (сплошные кривые) и дициклогексилэтана (пунктирные кривые). Б — Полулогарифмическая анаморфоза кривых поглощения кислорода при окислении дибензила

лизу на содержание в нем исходного углеводорода (адсорбционным разделением на силикагеле), а также перекисей, кислот, эфиров и спиртов методом потенциметрического титрования <sup>(1)</sup> и бензальдегида — полярографическим методом <sup>(2)</sup>.

Окисление дибензила проводилось при температурах 110, 130, 140 и 150° (рис. 1). S-образный ход кривых и тот факт, что полулогарифмические анаморфозы их начальных участков представляют собой прямые линии, свидетельствуют о протекании реакции по цепному механизму с вырожденными разветвлениями <sup>(3)</sup>. Величина энергии активации начала процесса окисления равна 29 ккал/моль. Представленные на рис. 2 и 3 кривые расхода исходных и накопления промежуточных и конечных продуктов окисления дибензила при 110 и 140° свидетельствуют

о качественной аналогии протекания процесса при обеих температурах. В начальной стадии окисления среди продуктов реакции обнаруживаются практически только перекиси, причем кривые образования их практически совпадают с кривыми поглощения кислорода и дибензила, что является прямым доказательством образования моногидроперекиси дибензила. Другие продукты окисления образуются в результате распада этой гидроперекиси и последующим окислением получившихся продуктов, доказательством чего является следующий опыт. Окисление дибензила велось до момента образования максимального количества перекисей (в течение 3 часов), затем кислород в системе был заменен азотом, и нагревание продолжено в атмосфере азота 3 часа. Анализ реакционной смеси, полученной в этом опыте, показал отсутствие перекисей, вследствие распада их, и соответствующее увеличение бензальдегида и спирта. Содержание кислот осталось на том же уровне, как и при 3-часовом окислении, так

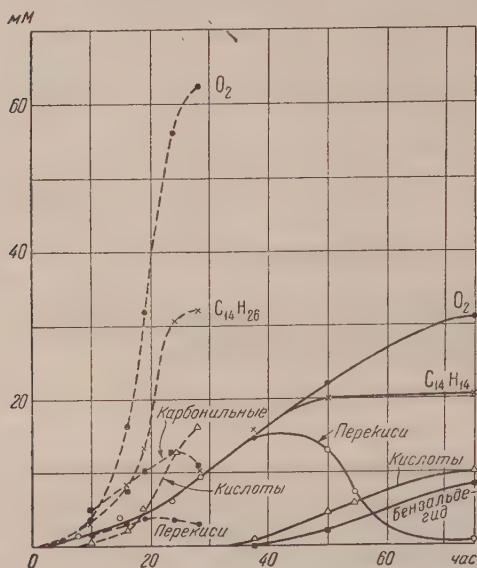


Рис. 2. Кинетика расхода исходных и накопления промежуточных продуктов окисления дибензила (сплошные кривые) и дициклогексилэтана (пунктирные кривые) при 110°

как в системе отсутствовал кислород, необходимый для дальнейшего окисления бензальдегида и спирта, образовавшихся при распаде перекисей.

После замедления поглощения кислорода дальнейшее его поглощение идет с постоянной, очень незначительной скоростью, на порядок ниже максимальной. Прибавление в реакционную смесь на этой стадии окисления свежей порции дибензила до его первоначального количества, т. е. до 10 г, не увеличило скорости поглощения кислорода: в течении 110 часов кислород поглощался равномерно со скоростью ~10 мл/час; при этом было израсходовано 4,5 г дибензила. Из этих опытов следует, что, во-первых, торможение окисления вызывается не расходом исходного дибензила, а образованием в ходе реакции веществ, тормозящих реакцию окисления, и, во-вторых, что после появления этих веществ в продуктах окисления реакция в дальнейшем протекает по иному механизму, чем в начальном периоде окисления. Добавка к исходному дибензилу небольших количеств смолистых веществ, образовавшихся в предыдущих опытах его окисления вызвала сильное торможение реакции окисления (рис. 4).

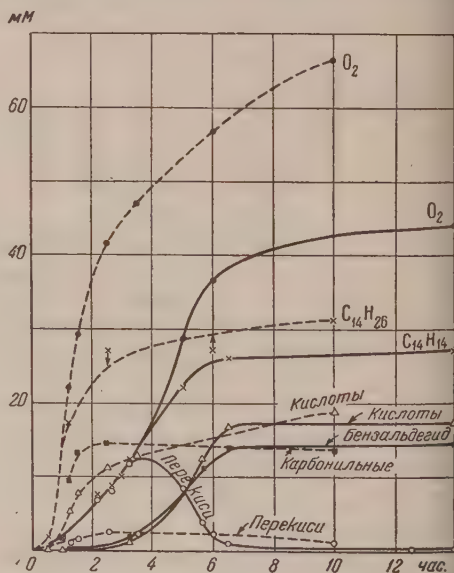


Рис. 3. Кинетика расхода исходных и накопления промежуточных продуктов окисления дибензила (сплошные кривые) и дициклогексилэтана (пунктирные кривые) при 140°

Кроме опытов с добавками смолы была проведена серия опытов с добавками различных промежуточных продуктов реакции окисления рис. 4. Добавки бензилового спирта и бензальдегида перед началом реакции тормозят процесс окисления дибензила, добавка же их в идущий процесс окисления не оказывает существенного влияния на ход реакции. Добавка гидроперекиси до начала реакции сильно ее ускоряет. Этот эффект ускоряющего действия доки гидроперекиси сказывается при добавке ее на стадии уже сильно заторможенной реакции окисления. Последнее обстоятельство свидетельствует о том, что именно гидроперекись обуславливает автокаталитический характер процесса окисления дибензила в одной его стадии и что ингибитор, образующийся в ходе реакции, действует на перекисные радикалы, что гидроперекись не может образоваться. Следовательно, после спада уже имеющейся к этому времени в продуктах реакции гидроперекиси теряется возможность разветвления цепей и поэтому в идущей стадии реакция идет не разветвленным путем с постоянной скоростью, существенно меньшей, и скорость разветвленной цепной реакции.

На основании изложенных экспериментальных данных можно предложить следующую схему радикально-цепного механизма окисления дибензила:

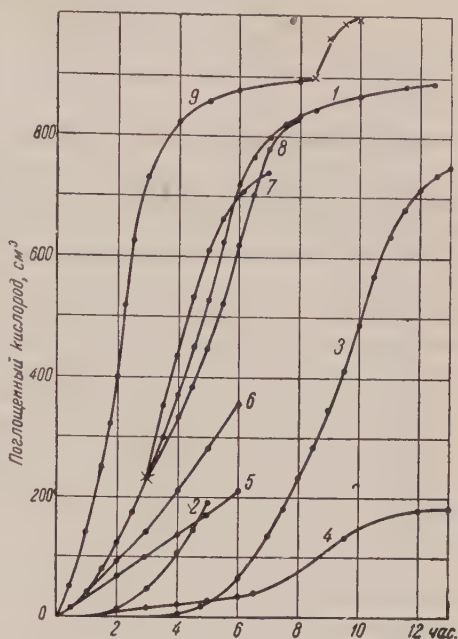
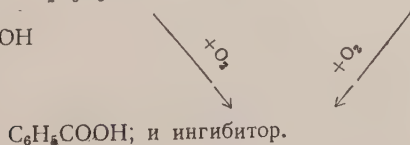
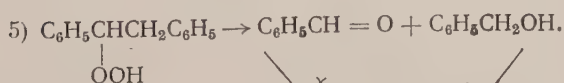
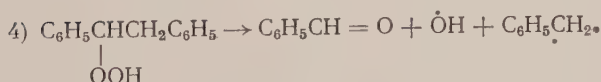
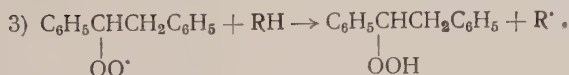
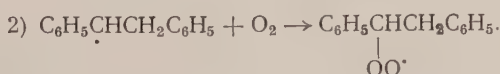
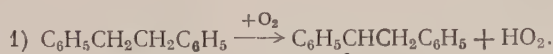
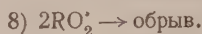
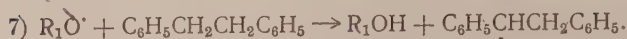


Рис. 4. Влияние добавок промежуточных продуктов на поглощение кислорода при окислении дибензила при 140°: 1 — без добавки, 2 — 0,025 г смолы до начала реакции, 3 — 0,09 г смолы до начала, 4 — 1 г смолы до начала, 5 — 10 ммол.  $C_6H_5CHO$  до начала, 6 — 5,6 ммол.  $C_6H_5CH_2OH$  до начала, 7 — 6 ммол.  $C_6H_5CHO$  через 3 часа после начала, 8 — 5,6 ммол.  $C_6H_5CH_2OH$  через 3 часа после начала, 9 — 3,5 ммол. гидроперекиси до начала и 1,3 ммол. после замедления реакции (часть кривой, отмеченная  $\times$ )







Окисление дициклогексилэтана проводилось при температурах: 110, 120, 130 и 140°. Реакция является также автоускоряющейся, развивающейся в начальном периоде по экспоненциальному закону (см. рис. 1). Величина энергии активации начала окисления равна 30,7 ккал/моль. Скорость поглощения кислорода после достижения максимума постепенно замедляется. Ее удастся несколько повысить путем добавления в реактор свежей порции исходного углеводорода, но даже в этом случае скорость почти в 9 раз ниже максимальной. Это свидетельствует о том, что замедление поглощения кислорода вызвано не столько расходом исходного углеводорода, сколько появлением в продуктах реакции веществ, ингибирующих окисление. Однако добавление к исходному углеводороду 0,5 г нерастворимых в нем (а также в петролейном эфире) продуктов окисления дициклогексилэтана практически не сказалось на кинетике поглощения кислорода, т. е. не эти продукты окисления являются ингибиторами реакции. В опытах же с добавкой к исходному углеводороду 0,1 г смолы, полученной при окислении дибензила и являющейся ингибитором окисления последнего, появился 5-часовой период индукции, после чего окисление шло с обычной скоростью. Темное окрашивание дициклогексилэтана, которое ему придавала добавленная смола, постепенно исчезало, что является прямым доказательством постепенного расходования добавленной смолы в периоде индукции.

Небольшое по сравнению с получающимся при окислении дибензила количество перекисных соединений можно, по-видимому, объяснить меньшей термической стабильностью гидроперекиси дициклогексилэтана по сравнению с гидроперекисью дибензила.

Большую скорость окисления дициклогексилэтана по сравнению с дибензилом при одинаковой энергии активации начала процесса, по-видимому, также можно объяснить тем, что при окислении дициклогексилэтана скорость реакции увеличивается из-за меньшей устойчивости гидроперекиси.

Институт нефти  
Академии наук СССР

Поступило  
19 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> С. Р. Сергиенко, Н. А. Измайлов, Л. Л. Спивак, П. Н. Гали Журн. анал. хим., 10, в. 5, 315 (1955). <sup>2</sup> С. O. Willits, K. Ricciut, H. B. Knight, D. Swern, Anal. Chem., 24, № 5, 785 (1952). <sup>3</sup> Н. Н. Семенов, О некоторых проблемах химической кинетики и реакц. способности, Изд. АН СССР, 1954.

Б. В. СУВОРОВ, С. Р. РАФИКОВ, В. С. КУДИНОВА и М. И. ХМУРА

О МЕХАНИЗМЕ ОКИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ  
МЕТИЛОВОГО СПИРТА, ФОРМАЛЬДЕГИДА И МУРАВЬИНОЙ  
КИСЛОТЫ В ПАРОВОЙ ФАЗЕ В ПРИСУТСТВИИ ВАНАДАТА ОЛОВА

(Представлено академиком Б. А. Арбузовым 3 X 1956)

При парофазном окислении алкилбензолов на ванадиевых катализаторах в качестве побочных продуктов реакции образуется значительное количество относительно низкомолекулярных соединений, среди которых основными продуктами являются формальдегид, окись углерода и углекислый газ<sup>(3)</sup>. В ряде случаев, особенно при окислении гомологов бензола с изоильной группой<sup>(4)</sup>, можно ожидать также образования метилового спирта, муравьиной кислоты и других веществ. Механизм образования и превращений таких «осколков» изучен недостаточно. Имеющиеся данные однозначно свидетельствуют лишь о том, что из всех названных соединений наименее прочными в условиях парофазного окисления являются гетерогенные катализаторы, в том числе и ванадиевые, являющиеся низшими алифатическими спирты<sup>(5)</sup>, при окислении которых в наибольших количествах образуются соответствующие альдегиды и продукты полного сгорания, а кислоты получаются с незначительным выходом. Последние обстоятельство связывают с неустойчивостью кислот в данных условиях<sup>(6)</sup>.

Целью настоящего исследования было изучение окислительных превращений метилового спирта, формальдегида и некоторых других кислородсодержащих соединений, образование которых возможно при окислении алкилбензолов. Работа выполнена на установке проточного типа с металлической реакционной трубкой длиной 1100 мм и диаметром 21 мм. Система исходных продуктов описана ранее<sup>(3,7)</sup>. Опыты проводились при времени контакта 0,1—0,2 сек., скорости подачи исходных продуктов около 1 л катализатора в час и при значительном избытке воздуха (до 50 л в час на 1 г исходного вещества). В зону реакции вводилась также вода в количестве 350 г на 1 м<sup>3</sup> воздуха. Катализатором служил гранулированный ванадат олова с величиной зерен 3—5 мм в поперечнике.

Исходные вещества. Метиловый спирт имел т. кип. 64,7°C/694 мм,  $n_D^{20}$  1,3293,  $d_4^{20}$  0,791. Формальдегид был получен возгонкой и применялся в виде 5,3% водного раствора. Муравьиная кислота содержала 8,0% воды и имела т. кип. 105°C/695 мм,  $n_D^{20}$  1,3681,  $d_4^{20}$  1,190. Цианистый водород вводился в виде 6,3% водного раствора цианистого аммиака. Окись углерода была приготовлена разложением муравьиной кислоты и содержала 98,0% CO.

Анализ. Газообразные продукты реакции по выходе из реактора поступали в стеклянный скруббер высотой 1,5 м, орошаемый при помощи насоса Патрикеева<sup>(8)</sup> 10%-м водным раствором едкого натра. Формальдегид, цианистый водород и двуокись углерода при этом поглощались скрубберной жидкостью, и отходящий газ содержал лишь окись углерода. Определение формальдегида в скрубберной жидкости проводилось йодометрическим<sup>(9)</sup>, а также димедонным<sup>(10)</sup> методами. Цианистый водород определялся титрованием азотнокислым серебром в присутствии калийного цианида по способу Дениже<sup>(11)</sup>. В отдельных опытах, после нейтрализации щелочного поглотителя серной кислотой и последующей раз-

гонки его цианистый водород выделен в чистом виде. Определение двуокиси углерода проводилось весовым методом, по осадку углекислого бария, который получался при обработке скрубберной жидкости баритовой водой.

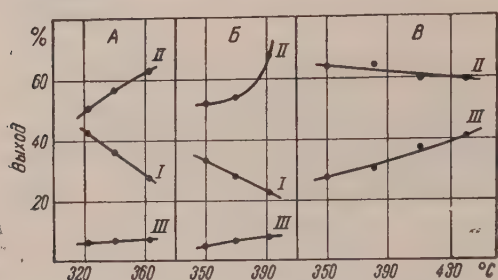


Рис. 1. Окисление метилового спирта (А), формальдегида (Б) и муравьиной кислоты (В) влажным воздухом: I — формальдегид, II — окись углерода, III — двуокись углерода

рассмотрении последовательности их образования формальдегид следует отнести к числу первичных промежуточных соединений. Образование окиси углерода является, по-видимому, следствием распада формальдегида по схеме (I).

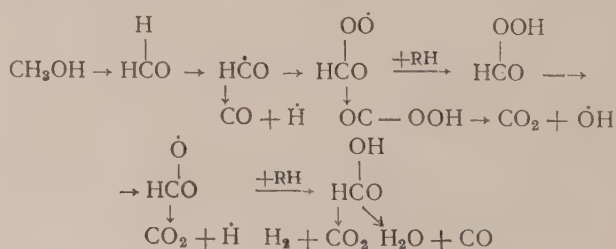


В литературе имеются указания о том, что радикал НСО при температуре около 100° полностью распадается на водород и окись углерода (14).

Высказанное выше предположение подтверждается также результатами окисления самого формальдегида (рис. 1, Б). Как видно из рис. 1, А и Б, ход кривых, характеризующих выходы продуктов окисления метанола, формальдегида, весьма сходны между собой. Муравьиная кислота не обнаружена в продуктах реакции в обоих случаях. Этот факт объясняется не столько малой устойчивостью муравьиной кислоты в данных условиях, сколько тем, что уже на ранних стадиях окисления спирта и альдегида возможны побочные реакции по схеме (I) и по другим направлениям.

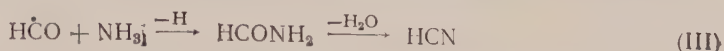
Опытные данные, приведенные на рис. 1, В, показывают, что при окислении муравьиной кислоты образуется значительное количество двуокиси углерода (до 40%), тогда как в случае окисления метанола и формальдегида ее выход не превышает 10%. Такое различие в выходах двуокиси углерода дает основание полагать, что муравьиная кислота не может рассматриваться как обязательный промежуточный продукт при полном окислении метанола или формальдегида. По-видимому, реакция протекает по нескольким направлениям. Отметим также, что высокий выход двуокиси углерода в опытах по окислению муравьиной кислоты не может быть истолкован как результат доокисления окиси углерода. Опыты по окислению окиси углерода в сравнимых условиях (рис. 2, Б) показывают, что эта реакция на ванадиевом катализаторе при температурах до 410° идет с небольшой скоростью.

На основании вышеприведенных опытных данных, пользуясь перекрывочной и цепной теориями (12, 13), можно предложить следующую общую схему окисления метанола (и формальдегида):





целью дополнительной проверки предложенной схемы представлялось экспериментально исследовать окисление метанола в сравнимых условиях, но в присутствии аммиака. При этих условиях можно ожидать подавления реакции образования окиси и двуокиси углерода благодаря возможности взаимодействия радикала  $\text{HCO}$  с аммиаком с образованием формамида, который в дальнейшем может легко перейти в циановодород:



Предварительно было установлено, что в принятых условиях окисления и при подаче 3—5 г аммиака на 1 г исходного продукта цианистый водород подвергается существенному изменению (рис. 2, А). Было показано также

в исследуемой температурной области окись углерода не взаимодействует с аммиаком (рис. 2, Б), хотя известно, что при более высокой температуре реакция протекает с образованием цианистого водорода.

Результаты опытов по окислению метанола в присутствии аммиака приведены на рис. 2, Г.

Показывают, что главным направлением реакции в данных условиях является образование цианистого водорода, выход которого достигал 90%. Характерно, что при взаимодействии муравьиной кислоты с аммиаком в аналогичных условиях выход

цианистого водорода не превышал 50%. Следовательно, высокий выход цианистого водорода при окислении метанола (и формальдегида) не может быть обусловлен промежуточным образованием муравьиной кислоты.

Результаты последних опытов подтверждают, таким образом, вышеприведенный механизм последовательных превращений метанола и формальдегида в условиях парового окисления на ванадиевом катализаторе.

Институт химических наук  
Академии наук КазССР

Поступило  
29 IX 1956

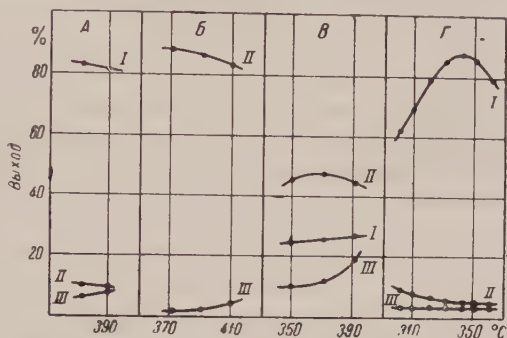


Рис. 2. Окисление синильной кислоты (А), окиси углерода (Б), муравьиной кислоты (В) и метилового спирта (Г) влажным воздухом в присутствии аммиака: I — синильная кислота, II — окись углерода, III — двуокись углерода

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Л. Я. Марголис, Усп. хим., 20, 176 (1951).
- <sup>2</sup> С. Л. Сосин, А. М. Сладков, Усп. хим., 23, 377 (1954).
- <sup>3</sup> С. Р. Рафиков, Б. В. Суворов, А. В. Солонин, Тр. конф. по каталитическому гидрированию и окислению, Алма-Ата, 1955, стр. 1269 (1947).
- <sup>4</sup> С. Р. Рафиков, Б. В. Суворов, ДАН, 82, 415 (1952).
- <sup>5</sup> Л. Ф. Марек, А. Ган, Каталитическое окисление органических соединений, 1936, стр. 71—164.
- <sup>6</sup> И. Андрианова, С. З. Рогинский, ЖОХ, 24, 605 (1954).
- <sup>7</sup> Б. В. Суворов, С. Р. Рафиков, Зав. лаб., 18, 764 (1952).
- <sup>8</sup> В. В. Патрикеев, Зав. лаб., 1269 (1947).
- <sup>9</sup> К. Бауэр, Анализ органических соединений, 1953, стр. 182.
- <sup>10</sup> Майер, Анализ и определение строения органических соединений, 2, 1937, стр. 54.
- <sup>11</sup> Фаульз, Объемный анализ, 1936, стр. 159.
- <sup>12</sup> К. И. Иванов, Промежуточные продукты и промежуточные реакции автоокисления углеводородов, 1949.
- <sup>13</sup> Н. Семенов, О некоторых проблемах химической кинетики и реакционной способности, 1954.
- <sup>14</sup> M. Burton, J. Am. Chem. Soc., 60, 212 (1938).
- <sup>15</sup> П. В. Зиман, ЖРФХО, 61, 997 (1929).
- <sup>16</sup> G. Bredig, H. Elö d, Герм. пат. 550909, Chem. Z., 2, 615 (1932).



А. И. ТИТОВ, Г. Н. ВЕРЕМЕЕВ, В. В. СМЕРНОВ и О. Д. ШАПИЛОВ  
НОВАЯ РЕАКЦИЯ ЗАМЕНЫ СПИРТОВОГО ГИДРОКСИЛА  
НА ФТОР И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

(Представлено академиком И. Н. Назаровым 16 X 1956)

Одной из проблем исследования фторорганических соединений является нахождение методов непосредственной замены спиртовых гидроксидов на фтор. Общеизвестные реакции получения галоидных алкилов, в частности действие на спирты фтористого водорода и фтористых соединений фосфора, оказались мало пригодными для этой цели (<sup>1, 2</sup>). Указания общего характера на сдвиги в этой области (<sup>3, 4</sup>) нуждаются в проверке.

В 1942 г. одним из нас и А. Н. Барышиковой была показана возможность замены спиртового гидроксидов на фтор в одну стадию на примере превращения этиленхлоргидрина в 1,2-фторхлорэтан при кипячении его с смесью бензолсульфотриоксида и фтористого калия. Наши исследования выяснили общность этой реакции, протекающей по уравнению:

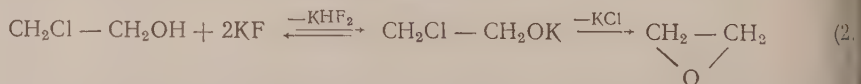


и доказали ее механизм. Было найдено, что реакция протекает через следующие стадии.

В первой стадии взаимодействия наступает образование алкоголята по схеме:



что подтверждается растворимостью фтористого калия в спиртах, щелочным характером этих растворов, легкостью вступления в реакцию (1) более «кислых» галоидгидринов, сравнительно констант диссоциации  $\text{H}_2\text{F}_2$  в воде, спиртов и другими фактами. В частности, мы считаем, что открыто И. Л. Кнунянцем с сотрудниками возникновение окиси этилена при действии фтористого калия на этиленхлоргидрин (<sup>5</sup>):



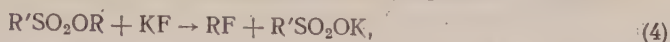
является бесспорным доказательством промежуточного образования алкоголята в исследованной нами реакции. Возникновение окиси этилена мы наблюдали также при получении этиленфторгидрина по Гофману (<sup>6</sup>).

Далее следует ацилирование алкоголята сульфотриоксидом с образованием алкилсульфоната:



что было доказано непосредственно выделением этих эфиров из реакционной смеси в первых фазах синтеза. Совсем недавно, как стало нам известно по окончании исследования, Паттисон (<sup>7</sup>) в самой общей форме указал на использование фтористого калия для получения в его присутствии некоторых алкилсульфонатов действием на спирты сульфотриоксидов. Возможно также частичное возникновение сульфонатов при действии сульфотриоксида на спирты и без участия фтористого калия.

последней стадии происходит алкилирование фтористого калия:



это было известно ранее из работ Гельфериха (8), Разумовского и Фриерга (9) и вновь подтверждено на ряде примеров нами.

Уммирание левых и правых частей уравнений (2), (3) и (4) приводит к конечной схеме синтеза (1).

Параллельно реакции (1) могут идти побочные процессы образования эфиров, ненасыщенных соединений, их полимеризации и др.

Новый метод был с успехом применен для получения фтористых алкилов замещенных.

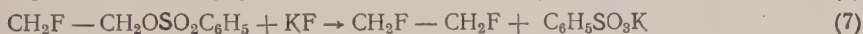
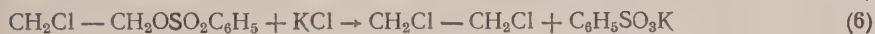
Особый интерес имеют опыты получения по новой реакции 1,2-дифтора. В недавних работах Хэна (10, 11) он описывался как неустойчивое соединение с т. кип. 10—11°, разлагающееся при 0° на бутadiен и фтористый газ и легко гидролизующееся водой до этиленгликоля. Эти свойства представлялись парадоксальными даже в ряду фторорганических соединений. По сообщению Хэна, казалось, нельзя было ожидать успешного синтеза 1,2-Дифторэтана по новой реакции. Однако его получение не представляло особых трудностей.

1,2-Дифторэтан оказался вполне стабильным веществом с т. кип. 26° и обладал обычными свойствами фторпарафинов, в частности, устойчивостью к гидролизу. Его т. кип. закономерно располагается в ряду:



1,2-Дифторэтан был синтезирован алкилированием KF β-фторэтилбензолсульфонатом.

Реакция (1) в случае этиленхлоргидрина наряду с главным продуктом, 1,2-дихлорэтаном, приводила к заметному образованию 1,2-дифторэтана. Получение дихлорэтана обязано алкилированию промежуточно образующимся β-хлорэтилбензолсульфонатом хлоридом калия, возникающего в результате реакции того же эфира и этиленхлоргидрина с KF, например:



Легкость прохождения реакций 6 и 7 доказана непосредственно. Эти опыты приложимы также к объяснению образования дихлорэтана при алкилировании фтористого калия β-хлорэтилбензолсульфонатом в опытах Разумовского.

Приводим описание некоторых опытов.

20 г метилового спирта, 80 г бензолсульфотриоксида и 58 г фтористого калия 7 час. кипятились с обратным холодильником при размешивании, выделяющийся фтористый метил собирался над 50%-й  $CaCl_2$  (7,5 л — это 60% от теоретического). Очищенный  $H_2SO_4$  газ идентифицировался по молекулярному весу (34,0) и содержанию фтора (55,5%). Последнее происходило посредством многократного барботирования газа через спиртовой раствор едкого кали, измерения уменьшения объема и титрования  $F^-$ . Реакция с этиловым спиртом происходила труднее, в качестве побочных продуктов выделен серный эфир и этилбензолсульфонат. Алкилирование бензолсульфонатом KF давало также идентичный  $C_2H_5F$  с примесью олефинов. 32 г этиленфторгидрина, 80 г бензолсульфотриоксида, 64 г KF нагреты в бане (180—190°) с дефлегматором, обеспечивающим отгонку 1,2-дифторэтана (26—28°). Выход продукта около 50%. После сушения и перегонки 1,2-дифторэтан обладал следующими свойствами: т. кип. 26—26,2°;  $n_D^{20} = 1,024$ ;  $n_D^{12} = 1,3014$ ;  $M$  65,82 (криоскопич.); 66,10 (по Мейеру) (теор. 66,1);  $F$  56,6% (теор. 57,5).

Отщепление фтор-иона в водном и спиртовом растворе NaOH происходило медленно (при 70° в течение часа 1—2%) и несколько быстрее в присутствии кислот (до 6%). Подобно дихлор- и фторхлорэтану он смешивался с дымящей HNO<sub>3</sub> и выделялся при разбавлении водой.

β-Фторэтилбензолсульфонат — т. кип. 161—162° (8 мм),  $d_4^{13} = 1,349$ ,  $n_D^{15} = 1,5104$ . F определялся титрованием после получасового кипячения 1 г эфира с 150 мл 2%-го водно-спиртового раствора NaOH — 7,9% (теор. 9,3). Интересно, что эфир смешивался с 1 ÷ 10 частями CCl<sub>4</sub>, но раствор расслаивался при дальнейшем разбавлении. Алкилирование эфиром K давало описанный выше 1,2-дифторэтан с выходом, близким к теоретическому. Недавно Эдгел и Патс<sup>(12)</sup>, не выделяя 1,2-дифторэтан «in substantia», показали вероятность его возникновения по инфракрасному спектру паров в аналогичной реакции фторэтилтолуолсульфоната с фтористым калием.

III. 40 г этиленхлоргидрина, 60 г C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>SO<sub>2</sub>F, 50 г KF нагревались 6 час в бане (180—200°) с отгоном продуктов реакции (25 г); из них выделены фракции: 1-я 25—40°, 1,3; 2-я 45—60°, 12,9 г; 3-я 65—75°, 2,5; 4-я выше 75°, 8 г. Из 2-й фракции был выделен 1,2-фторхлорэтан (I): т. кип. 51—52°,  $d_4^{16} = 1,184$ ,  $n_D^{18} = 1,3955$ , % Cl 43,0; % F 24,9. N-фторэтил-3-нитрофталимид (II) с т. пл. 105° получался из I при нагревании с нитрофталимидом калия до 180—200° (10 час.); фтор при этой реакции не отщеплялся. II, полученный из I, синтезированного по Разумовскому, был идентичен. Из высших фракций был выделен 1,2-дихлорэтан; он получался также при нагревании β-хлорэтилбензолсульфоната с хлористым калием (т. кип. 82°,  $d_4^{20} = 1,25$ ,  $n_D^{20} = 1,4465$ ). Из остатка после проведения основной реакции был выделен β-хлорэтилбензолсульфонат (т. кип. 174° при 6 мм,  $d_4^{17} = 1,361$ ,  $n_D^{17} = 1,53$ ).

Поступило  
31 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Gilman's Organic Chemistry, N. Y., 1943. <sup>2</sup> И. Л. Кнунянц, О. В. Кильдишева, Усп. хим., 15, 868 (1946). <sup>3</sup> W. Klatt, Zs. anorg. Chem., 222, 289 (1939). <sup>4</sup> O. Scherer, Angew. Chem., 52, 457 (1939). <sup>5</sup> И. Л. Кнунянц, О. В. Кильдишева, ЖОХ, 19, 101 (1949). <sup>6</sup> F. W. Hoffman, J. Am. Chem. Soc., 70, 2596 (1948). <sup>7</sup> F. L. M. Pattison, РЖХим., № 48976 (1955); Nature, 4433, 737 (1954). <sup>8</sup> В. П. Ферич, А. Gnüchtel, Ber., 74 B, 1035, 1807 (1941). <sup>9</sup> В. В. Разумовский, А. Э. Фриденберг, ЖОХ, 19, 93 (1949). <sup>10</sup> A. Henne, M. Renoll, J. Am. Chem. Soc., 58, 882 (1936). <sup>11</sup> A. Henne, T. Midgley, J. Am. Chem. Soc., 58, 1807 (1936). <sup>12</sup> W. F. Edgell, L. Parts, J. Am. Chem. Soc., 77, 4899 (1955).



Академик Г. Г. УРАЗОВ, В. Е. ПЛЮЩЕВ и И. В. ШАХНО

## К ВОПРОСУ О МОНОТРОПНОМ ПРЕВРАЩЕНИИ СПОДУМЕНА

Среди многочисленных минералов лития сподумен более других являлся объектом различных исследований. Наибольший интерес и наибольшие трудности представило изучение его термических свойств — плавкости и превращений при высоких температурах.

Еще Дельтер <sup>(1)</sup> в 1901—1903 гг. определял температуру плавления сподумена и после многих опытов остановился на значении 1080—1090°. Данные эти сильно занижены и совершенно устарели. Более новые и обстоятельные исследования по сподумену были выполнены Эндем и Рике <sup>(2)</sup> Балло и Дитлером <sup>(3)</sup>.

Эндем и Рике установили, что при нагревании сподумена до 920° удельный вес его остается неизменным, но порошок минерала после 6-часового нагревания при 980° имеет удельный вес стекла; изменение удельного веса наблюдалось в пределах от 20° ( $d = 3,147$ ) до 1380° ( $d = 2,367$ ).

Наблюдения над двупреломлением минерала после охлаждения порошков, а также на нагревательном столике микроскопа показали, что порошок, нагретый при 950° в течение 6 час., анизотропен (в зернах 300—700  $\mu$ ) и преимущественно изотропен (5—30  $\mu$ ).

Изучение показателей преломления позволило заключить, что если при 920° сподумен имеет среднее значение показателя преломления  $n' = 1,66$ , то при более высокой температуре наблюдается мгновенное изменение показателя преломления, и он принимает значение  $1,519 \pm 0,004$  (при 980°), оставаясь затем постоянным.

Таким образом, области мгновенных (прерывистых) изменений рассмотренных свойств сподумена совпадают в довольно узком пределе 920—980°, который следовало бы назвать областью термического превращения сподумена (областью перехода из одной модификации в другую).

Эндем и Рике ошибочно назвали эту область областью плавления.

Независимо от сделанных самими авторами выводов они установили существование более высоко-симметричной модификации сподумена, которая возникает при температурах, близких к 950°, и сопровождается резким увеличением объема на 24%. В природе всегда находили только моноклинный сподумен, и переход его в эту необычную, столь резко отличающуюся по многим физическим свойствам, модификацию, является необратимым.

Брун <sup>(4)</sup> первый указал на несоответствие фактов и заключения у Энделя и Рике и считал, что изменение структуры сподумена с сильным расширением происходит при 1010°; при этом кристаллы минерала сохраняют свою форму, но при легком толчке рассыпаются в очень тонкую пыль.

Балло и Дитлер <sup>(3)</sup> не подтвердили наблюдений Энделя и Рике об изменении двупреломления у нагретого природного сподумена; напротив, даже выше 1200° они наблюдали отчетливое двупреломление, что противоречит мнению об изотропности сподумена при высокой температуре. Однако, определяя изменение удельного веса сподумена после нагревания, Балло и Дитлер окончательно установили наличие у него высокотемпературной модификации и оценили ее как полиморфную и необратимую. Они показали, что при высоких температурах скорость превращения споду-



мена очень велика: при  $1050^{\circ}$  за 1,75 часа 90% сподумена превращается в новую модификацию, а при  $1200^{\circ}$  за 0,5 часа. Балло и Дитлер предложили для природного сподумена название  $\alpha$ -сподумен (по аналогии с возникающим при высокой температуре  $\alpha$ -кварцем). Это предложение следует считать правильным, так как  $\beta$ -сподумен не отличается от природного  $\alpha$ -сподумена составом, но лишь физическими и оптическими свойствами и, следовательно, все встречающиеся в природе сподуменовые минералы должны рассматриваться как метастабильные фазы по отношению к  $\beta$ -форме.

Практическим следствием исследований превращения сподумена явилось использование обжига сподуменсодержащей породы в целях обогащения ее литием (<sup>5</sup>, <sup>6</sup>, <sup>7</sup>).

Надо, однако, заметить, что для получения  $\beta$ -сподумена время нагревания  $\alpha$ -сподумена определяется не только месторождением минерала, но и партией руды (при прочих равных условиях), так как в природе не встречается чистый сподумен, но в ней представлены в настоящее время самые различные стадии выветривания этого минерала.

В результате гипергенных изменений возрастает каолинизация сподумена, а также происходит процесс альбитизации и, в результате, кривая нагревания сподумена показывает дополнительные эффекты, так что термический анализ, как утверждают С. Г. Туманов и Г. Н. Масленникова (<sup>8</sup>) может служить методом определения степени каолинизации сподумена. Это представляет несомненный практический интерес, хотя, как нам кажется, термический анализ в данном случае не будет достаточно точным. Нам интересно было превращение собственно сподумена, но не продуктов его изменения, и в связи с этим мы проследили влияние скорости нагревания и различных примесей на температуру монотропного перехода  $\alpha$ -сподумена в  $\beta$ -модификацию.

Таблица 1

Состав образцов  $\alpha$ -сподумена в вес. %

№ образца	SiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	Li <sub>2</sub> O	$\Sigma$
1	64,04	31,18	следы	0,22	следы	0,01	следы	5,12	100,57
2	65,34	30,10	»	0,20	»	0,01	0,14	4,70	100,49
3	66,34	27,58	»	0,22	»	0,12	0,12	6,05	100,43

В табл. 1 приведен химический анализ трех образцов сподумена, на которых проведена данная работа (состав в вес. % выражен в пересчете на минерал после прокаливании).

Таблица 2

Области  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения сподумена

№ образца	Скорость нагревания, град/мин	Область превращения сподумена, $^{\circ}\text{C}$
1	11	995—1050
1	21	1005—1070
2	10	1025—1070
2	22	1026—1100
3	11	990—1035
3	22	995—1070

Сподумен был отобран под бинокулярном освещении от посторонних минералов.

Кроме того, общим спектральным анализом обнаружены во всех образцах титан и марганец, а также в образцах 1 и 3 — медь и в образце 2 — олово.

Температурные эффекты для  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения, полученные по кривым нагревания, записанным при двух скоростях нагрева, представлены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, с увеличением скорости нагревания температура начала превращения возрастает и интервал превращения расширяется. Это находится в соответствии с наблюдением Мейснера (<sup>9</sup>), который, кажется, впервые указал на подобное влияние скорости нагревания на монотроп-

превращение сподумена. Вообще влияние скорости нагревания при ряде вопросов с помощью термического анализа надо всегда учитывать; к сожалению, во многих исследованиях этому не придается значения. В табл. 3 приведены данные по влиянию примесей чистого кварца и сульфата калия на температуру  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения сподумена при постоянной скорости нагревания ( $\sim 11$  град/мин) образцов минерала. Из них, в сопоставлении с данными табл. 2, видно, что  $\text{SiO}_2$  и  $\text{K}_2\text{SO}_4$ , будучи механически смешаны к сподумену, снижают температуру  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения, причем с увеличением содержания добавляемого компонента влияние его усиливается. Следует также заметить, что влияние сульфата калия оказывается меньшим.

Интересно, что примеси, содержащиеся в самом сподумене, т. е. изоморфные заместители лития, которых по наблюдениям Габриэля (<sup>10</sup>) может быть до 10 (а вероятно еще больше), также весьма существенно влияют на температуру монотропного  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения сподумена.

Закономерность этого влияния не вполне ясна, однако если сопоставить данные табл. 1 и 2, то можно заметить, что более богатый литием сподумен терпевает  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращение при более низкой температуре.

Это совпадает с наблюдениями Энделя и Рике (<sup>2</sup>), которые имели дело с самым чистым из когда-либо найденных образцов сподумена (7,62%  $\text{Li}_2\text{O}$ ) и получили наиболее низкое значение температуры монотропного превращения.

Такое влияние элементов, замещающих литий в сподумене, на температурную область его превращения весьма характерно, но необычно, если принять, что замещение лития многими элементами носит изоморфный характер (<sup>10</sup>), так как обычно образование твердых растворов на основе компонента, обладающего полиморфным превращением, снижает температуру его превращения. Очевидно, что изучение характера замещения лития в сподумене тем или иным элементом должно представить самостоятельный интерес.

Московский институт тонкой химической технологии им. М. В. Ломоносова

Поступило  
15 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- C. Doelter, Handb. d. Mineralchemie, Dresden—Leipzig, 2, Abt. 2, 1917, S. 193—204.  
 1. Endell, R. Riecke, Zs. anorg. Chem., **74**, 33 (1912). 3 R. Ballo', E. Dittler, Zs. anorg. Chem., **76**, 36 (1912). 4 A. Brun, Zs. anorg. Chem., **75**, 68 (1912).  
 5 Н. Соболев, В. В. Лотов, П. И. Асосков, Редкие металлы, в. 3, 47 (1932).  
 6 F. Fraas, O. Ralston, US Dep. Int. Bur. Mines, Rep. Invest., № 3336 (1937).  
 7 H. Hader, R. Nielsen, M. Herre, Ind. and Eng. Chem., **43**, 2636 (1951). 8 С. Г. Манов, Г. Н. Масленникова, ДАН, **107**, 119 (1956). 9 F. Meissner, anorg. allg. Chem., **110**, 187 (1920). 10 A. Gabriel, M. Slavin, H. Carl, Econ. Geol., **37**, 116 (1942).

Таблица 3

Влияние добавок  $\text{SiO}_2$  и  $\text{K}_2\text{SO}_4$  на температуру  $\alpha \rightarrow \beta$ -превращения сподумена

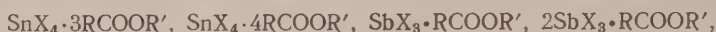
№ образца	Добавки к сподумену, вес. %	Область превращения, °C
1	5 ( $\text{SiO}_2$ )	975—1010
1	20 ( $\text{SiO}_2$ )	915—1000
1	5 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	1005—1035
1	50 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	965—990
2	5 ( $\text{SiO}_2$ )	990—1035
2	20 ( $\text{SiO}_2$ )	925—1020
2	5 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	1005—1035
2	50 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	975—1010
3	5 ( $\text{SiO}_2$ )	960—1005
3	20 ( $\text{SiO}_2$ )	905—1000
3	5 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	965—995
3	50 ( $\text{K}_2\text{SO}_4$ )	950—980

М. УСАНОВИЧ, В. КЛИМОВ и Т. СУМАРОВА

## ОБ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ДИССОЦИАЦИИ КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ОЛОВА И СУРЬМЫ

(Представлено академиком И. И. Черняевым 25 X 1956)

Возникновение электропроводности в системах, состоящих из непроявляющих компонентов, связано с кислотно-основным взаимодействием, в результате которого образуются комплексные соединения солеобразного характера (<sup>1-3</sup>). При смешении галогенидов четырехвалентного олова и трехвалентной сурьмы (мышьяка) с монокарбоновыми кислотами жирного ряда и их сложными эфирами образуются электролиты общей формулы:



где R' — водород или алифатический радикал; X — Cl или Br.

Электролитическая диссоциация этих соединений, по нашему мнению (<sup>4, 5</sup>), происходит так:

1.  $\text{SnX}_4 \cdot 2\text{RCOOR}' + \text{RCOOR}' \rightleftharpoons [\text{SnX}_4(\text{RCOO})_2] \text{R}'^- + \text{RCOO}_2'^+$
2.  $\text{SnX}_4 \cdot 2\text{RCOOR}' + 2\text{RCOOR}' \rightleftharpoons [\text{SnX}_4(\text{RCOO})_2]^{--} + 2\text{RCOO}_2'^+$
3.  $\text{SbX}_3 + \text{RCOOR}' \rightleftharpoons [\text{SbX}_2 \cdot \text{RCOOR}']^+ + \text{X}^-$
4.  $2\text{SbX}_3 + \text{RCOOR}' \rightleftharpoons [\text{SbX}_2\text{RCOOR}']^+ + [\text{SbX}_4]^-$

Из уравнений 1 и 2 вытекает, что в комплексных соединениях  $\text{SnX}_4 \cdot 3\text{RCOOR}'$  и  $\text{SnX}_4 \cdot 4\text{RCOOR}'$  органическая молекула входит в состав катиона и аниона, а галогенид четырехвалентного олова входит только в состав аниона. В комплексных соединениях трехвалентной сурьмы органическая молекула входит в состав катиона (уравнения 3 и 4).

Для проверки схем электролитической диссоциации этих комплексных соединений изучен перенос ионов в системах



в которых органический компонент содержал изотоп  $\text{Cl}^{14}$ .

Результаты опытов по электролизу растворов хлорного олова в метилом спирте, уксусной кислоте и этилацетате показали, что под действием электрического тока во всех случаях хлорное олово переносится к аноду, а органические молекулы движутся как к аноду, так и к катоду. Таким образом, нами установлено, что хлорное олово входит в состав аниона, а  $\text{CH}_3\text{OH}$ ,  $\text{CH}_3\text{COOH}$  и  $\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$  входят в состав как катиона, так и аниона. Эти результаты находятся в соответствии с уравнениями 1 и 2.

Во время выполнения настоящей работы появились две статьи (<sup>6, 7</sup>), посвященные этому же вопросу. Авторы этих работ предложили свои схемы электролитической диссоциации. Общим в этих схемах является предположение, что образование комплексных соединений представляет реакцию внедрения, т. е. молекула органического вещества входит в состав комплексного катиона. Однако наши опыты по переносу ионов в системах, в которых органический компонент содержал изотоп  $\text{Cl}^{14}$ , опровергают эти схемы.

Опыты по переносу ионов в системе  $\text{SbCl}_3 - \text{CH}_3\text{COOH}$ , в которой  $\text{CH}_3\text{COOH}$  содержала изотоп  $\text{C}^{14}$ , показала, что  $\text{CH}_3\text{COOH}$  переносится только к катоду. Результаты опытов, в соответствии с уравнениями 3 и 4, показывают, что комплексные соединения тригалогенидов сурьмы (и мышьяка) с органическими кислородсодержащими веществами представляют, в отличие от соединений тех же органических веществ с тетрагалогенидами, продукты внедрения <sup>(1)</sup>.

В опытах по электролизу системы  $\text{SbCl}_3 - \text{CH}_3\text{COOH}$ , желая проследить судьбу молекулы органического вещества под влиянием электрического тока, мы, наряду с применением  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , меченной  $\text{C}^{14}$ , прибавили к раствору также краситель — метилрот. При этом было установлено, как мы и ожидали, что метилрот движется в том же направлении, что и меченная  $\text{CH}_3\text{COOH}$ , т. е. к катоду. Таким образом, из опытов с красителем наглядно видно, что молекула органического вещества переносится к катоду, т. е. входит в состав катиона, что и выражено уравнениями 3 и 4.

Институт общей и неорганической химии  
им. Н. С. Курнакова  
Академии наук СССР

Поступило  
23 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> М. Усанович, ЖОХ, 2, 443 (1932). <sup>2</sup> М. Усанович, ЖФХ, 6, 923 (1935).  
М. Усанович, ЖОХ, 9, 189 (1939). <sup>4</sup> М. Усанович, Е. Калабановская,  
ЖОХ, 17, 1235 (1947). <sup>5</sup> М. Усанович, Т. Сумарокова, ЖОХ, 21, 987 (1951).  
С. П. Мискиджьян, ЖОХ, 23, 1947 (1953). <sup>7</sup> Е. Г. Кузьмина, Г. Н. Воль-  
фов, ЖФХ, 28, 282 (1954). <sup>8</sup> М. Усанович, ЖОХ, 4, 215 (1934).

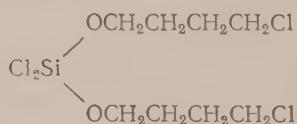


Член-корреспондент АН СССР Н. И. ШУЙКИН и И. Ф. БЕЛЬСКИЙ

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ТЕТРАГИДРОФУРАНА С ЧЕТЫРЕХХЛОРИСТЫМ КРЕМНИЕМ

Рядом исследователей было установлено, что цикл тетрагидрофурана может подвергаться расщеплению под действием различных галоидсодержащих агентов с образованием 1,4-дигалоидзамещенных алифатических углеводородов. Так, Фробе и Хохштеттер <sup>(1)</sup>, Старр и Хиксон <sup>(2)</sup>, Фрид и Клин <sup>(3)</sup> при изучении действия галоидоводородов на тетрагидросильван, тетрагидрофуран и 2,5-диметилтетрагидрофуран нашли, что в результате происходящего при этом раскрытия цикла образуются 1,4-дигалоидпроизводные бутана, пентана и гексана. Поль <sup>(4)</sup> при действии HBr на  $\alpha$ -пропил-,  $\alpha$ -бутил- и  $\alpha$ -бензилтетрагидрофураны в растворе уксусной кислоты при 120—130° получил соответственно 1,4-дибромгептан, 1,4-дибромоктан и 1-фенил-2,5-дибромпентан. Вильсон <sup>(5)</sup> исследовал расщепляющее действие HBr в присутствии уксусного ангидрида на тетрагидрофуран и ряд его функциональных производных, а также на тетрагидропиран. В результате им были получены бромпроизводные бутана или пентана. Клок и Эйерс <sup>(6)</sup> показали, что при взаимодействии трехбромистого фосфора с тетрагидрофураном происходит образование 1,4-дибромбутана с выходом 53%. Гримм и Шимпфлер в патенте <sup>(7)</sup> сообщили о получении 1,4-дихлорбутана с высокими выходами (до 90%) при действии фосгена на тетрагидрофуран при 40—150° в присутствии катализаторов, отщепляющих кислоты и воду ( $Al_2O_3$ ,  $ZnCl_2$ ,  $MoO_3$ , активированный уголь и др.).

Нами было найдено <sup>(8, 9)</sup>, что тетрагидрофурановый цикл расщепляется под действием хлористого и бромистого алюминия, четыреххлористого титана, пятихлористой сурьмы. При этом образуются 1,4-дигалоидалканы. В настоящей работе мы исследовали действие четыреххлористого кремния на тетрагидрофуран. Оказалось что тетрагидрофуран и четыреххлористый кремний в отсутствие катализаторов не вступают в реакцию даже при нагревании в течение 5 час. Однако под каталитическим влиянием безводного хлористого цинка реакция между этими соединениями протекает достаточно быстро и приводит к образованию 1,4-дихлорбутана и кремнийорганического соединения, которому необходимо приписать следующее строение:



Это кремнийорганическое соединение легко гидролизуеться водой с выделением тепла, превращаясь в 4-хлорбутанол-1 и кремневую кислоту. Если проводить реакцию с эквимольными количествами тетрагидрофурана и четыреххлористого кремния, то в реакцию вступает весь тетрагидрофуран и около половины всего количества четыреххлористого кремния. Этот факт доказывает правильность принятой нами структуры кремнийорганического

[illegible]

Таким образом, в результате проведенного исследования установлено, при взаимодействии тетрагидрофурана с четыреххлористым кремнием в присутствии безводного хлористого цинка, как катализатора, образуются дихлорбутан и ди-( $\delta$ -хлорбутокси)-дихлорсилан. Эта реакция может идти методом получения кислородосодержащих кремнийорганических соединений и хлорзамещенных алифатических спиртов.

367

Академик АН АзербССР Х. И. АМИРХАНОВ и А. М. КЕРИМОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ $c_v$ ВОДЫ И ВОДЯНОГО ПАРА В КРИТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

В литературе отсутствуют данные о теплоемкости  $c_v$  воды и водяного пара и зависимости ее от температуры и давления, что, очевидно, объясняется методическими трудностями эксперимента<sup>(1)</sup>. Для определения теплоемкости  $c_v$  мы применили адиабатический калориметр с термоэлектрической регулировкой температуры, ранее описанной в работе<sup>(2)</sup>.

Как известно, изучение поведения теплоемкости, помимо достижения адиабатичности в калориметрической системе, требует равновесия температурного поля, достижение которого облегчается в данном случае тем, что в критической области, где коэффициент термического расширения  $\alpha = \frac{1}{v} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$  достигает очень больших значений, число Гроссгоффа приобретает также большие значения. Для возникновения турбулентного движения в жидкости необходимо удовлетворить условию  $Gr \sim 5 \cdot 10^5$ <sup>(5)</sup>. В нашем эксперименте с однокомпонентным веществом при разности температур  $0,01^\circ$   $Gr$  достигало  $10^7$ . Таким образом, естественное развитие турбулентного движения в критической области способствует быстрейшему достижению температурного равновесия. Сама конструкция примененного нами калориметра с металлическими стенками толщиной, достигающей 7 см, значительно ускоряет процесс выравнивания температур, что подтверждается полученными одинаковыми показаниями трех вертикально расположенных термопар по высоте жидкости в калориметре.

В процессе опыта температурное равновесие между фазами ( $T_1 = T_2$ ) достигалось выжиданием по показанию термопар и равенству давлений ( $p_1 = p_2$ ), поэтому можно утверждать, что в системе было достигнуто полное термодинамическое равновесие, т. е.  $\varphi_1(p, T) = \varphi_2(p, T)$ , и что, следовательно, можно производить эксперимент без перемешивания жидкостей.

В калориметре описанной конструкции<sup>(2)</sup> теплоемкость  $c_v$  воды и водяного пара определялась при различных удельных объемах через интервалы температур, не превышающие  $0,6^\circ$ . Для каждого удельного объема измерения производились несколько раз. Общая максимальная погрешность при определении теплоемкости  $c_v$  составляет  $\sim 2,5\%$ .

### Результаты экспериментов

На рис. 1 показан ход изменения теплоемкости воды при переходе из двухфазного состояния в однофазное. Вдали от критической точки теплоемкость  $c_v$  при переходе через пограничную кривую претерпевает скачкообразное изменение (рис. 1, 1), но по мере приближения к критической точке, т. е. с увеличением удельных объемов, скачкообразный характер изменения  $c_v$  нарушается, хотя абсолютное значение этих скачков в гетерогенной области продолжает расти<sup>(4-6)</sup>.

На рис. 2 приведена пограничная кривая воды в координатах ( $T - v$ ). Аналогично строится пограничная кривая в координатах ( $p - v$ ) с выделенной критической областью.



Метод построения пограничной кривой с выделением на ней критической области базируется на следующем обнаруженном нами экспериментальном факте (см. рис. 1, 2): вдали от критической области при переходе из пограничную кривую теплоемкость  $c_v$  скачкообразно падает до значения теплоемкости однофазного состояния, а в критической области, начиная с удельного объема в  $2,5 \text{ см}^3/\text{г}$  и до критического объема в  $4,15 \text{ см}^3/\text{г}$ , скачкообразное изменение  $c_v$  нарушается, и перестраивается на значительный температурный интервал, достигающий для воды  $5^\circ$ . Температурный интервал с момента изменения скачкообразного изменения теплоемкости  $c_v$  по мере приближения к критической точке растет, достигая вблизи максимального значения  $4,5^\circ$ . При дальнейшем увеличении удельного объема температурный интервал уменьшается, достигая своего минимального значения  $0,6^\circ$  при удельном объеме  $v = 4,15 \text{ см}^3/\text{г}$ . Дальнейшее увеличение удельного объема приводит к скачкообразному изменению  $c_v$ . Таким образом, критическая область для воды начинается по объему интервалом от  $2,5 \text{ см}^3/\text{г}$  до  $v = 4,15 \text{ см}^3/\text{г}$ , а по температуре интервалом  $4,5^\circ$  (12).

Найденная нами критическая область в координатах  $(T, v)$ , ограниченная температурным интервалом  $4,5^\circ$ , находится в удовлетворительном согласии с теоретическими вычислениями Банды, который дает этой области температурный интервал  $5^\circ$ . Диаграмма в координатах  $(P, v)$  аналогична диаграмме  $(T, v)$ . На рис. 3 приведена зависимость  $c_v$  воды в сверхкритической области от удельного объема для трех изотерм. Экспериментальные кривые имеют следующий характер. По мере приближения по изотермам к критическому объему теплоемкость растет, достигая конечных максимальных значений, причем подобно теплоемкости  $c_p$  в сверхкритической области  $(7-10)$ , и теплоемкость  $c_v$  имеет максимум.

При дальнейшем увеличении удельного объема, т. е. по мере удаления от критической точки, теплоемкость сильно уменьшается. В критической точке достигается абсолютное значение максимумов теплоемкости  $c_v$ . При температурах выше критической величины относительных максимумов убывают. Как видно из рис. 3, теплоемкость, в противоречии с теорией Ван-дер-Ваальса, является функцией не только температуры, но и объема.

2. Пограничная кривая, построенная по ходу изменения теплоемкости  $c_v$  при переходе из гетерогенной фазы в гомогенную

достигает максимального значения в критической точке. Отсюда следует, что критический объем должен соответствовать максимуму этой «кри-

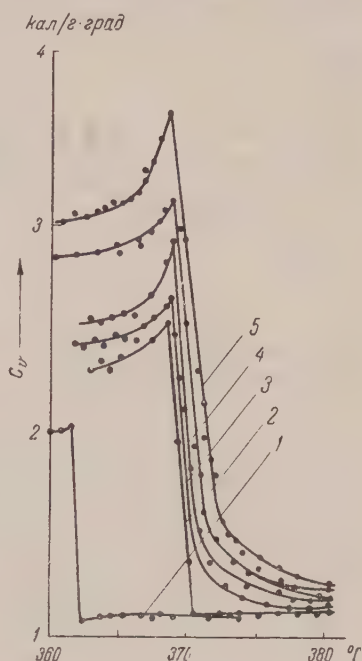


Рис. 1. Температурная зависимость теплоемкости воды в критической области для различных удельных объемов: 1—1,925, 2—2,415, 3—4,160, 4—2,870, 5—3,235  $\text{см}^3/\text{г}$



вой максимумов». Для воды этот максимум соответствует объему  $v_k = 3,23 \text{ см}^3/\text{г}$ .

Таким образом, полученное нами значение критического объема воды, равное  $v_k = 3,23 \text{ см}^3/\text{г}$ , отличается на 2,5% от точно совпадающих значений

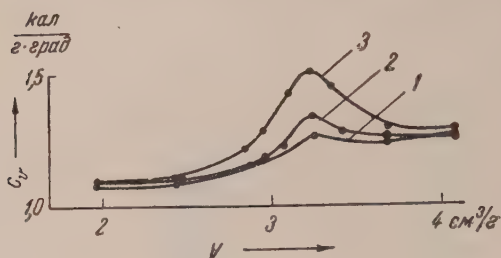


Рис. 3. Зависимость теплоемкости  $c_v$  воды от удельного объема по критической и сверхкритическим изотермам: 1—381°, 2—773°, 3—374,2°

ное изменяется скачком, причем абсолютное значение этих скачков в мере приближения к критической области растет, достигая своего максимума в критической точке. С классической точки зрения рост теплоемкости воды в двухфазном состоянии с ростом температуры и скачкообразное падение  $c_v$  при ее переходе в однофазное состояние можно объяснить тем, что в области перехода количество подведенного тепла идет не только на увеличение температуры отдельных фаз, но также на разрыв молекулярных связей многомолекулярного соединения, который происходит в процессе диссоциации молекул. Теплота испарения не может существенно влиять на ход теплоемкости, так как величина ее по мере приближения к критической точке стремится к нулю <sup>(14)</sup>, в то время как величина скачка  $c_v$  увеличивается. При переходе в однофазное состояние процесс диссоциации и испарения внезапно прекращается, что приводит к скачкообразному понижению  $c_v$ . Разрыв молекулярных связей, сводящийся к уменьшению степени ассоциации, естественно, зависит от температуры и давления. Поэтому в критической точке число разрываемых связей и их интенсивность достигают максимума, что приводит к максимальному повышению значения  $c_v$ . Для жидкостей область диспергирования, т. е. область, в которой происходит процесс диссоциации, должна зависеть от степени ассоциации молекул. Поэтому для различных жидкостей область критического состояния должна быть различной. Молекулярный механизм максимумов теплоемкости на сверхкритических температурах (см. рис. 3) должен быть аналогичным вышеописанному. С помощью уравнения Ван-дер-Ваальса нельзя объяснить ни качественно, ни количественно рассматриваемое выше поведение вещества при температурах, отличных от критической.

Действительно, переписав уравнение Ван-дер-Ваальса в форме  $p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$ , мы находим  $\left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v = 0$ . Следовательно  $\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 p}{\partial T^2}\right)_v = 0$ , т. е. теплоемкость  $c_v$  не должна зависеть от объема и может быть функцией

критического удельного объема ( $v_k = 3,30 \text{ см}^3/\text{г}$ ) по таблицам ВТИ, по новой таблице М. П. Вукаловича <sup>(12)</sup> и по определению В. А. Криллина и В. Н. Зубарева <sup>(13)</sup>.

## Обсуждение результатов

Результаты наших экспериментов показывают, что вдали от критической точки теплоемкость воды при переходе ее из двухфазного состояния в однофазное

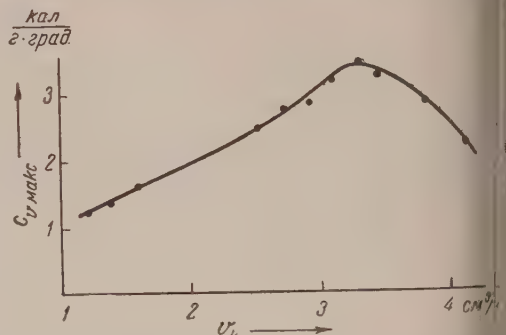


Рис. 4. Максимальные значения теплоемкости воды в гетерогенной области для различных удельных объемов

температуры. Эксперимент показывает (см. рис. 3), что это условие выполняется лишь для максимумов критической и сверхкритических изотерм. В любом другом удельном объеме условие  $\left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = 0$  не выполняется для критической и сверхкритической изотерм, т. е. уравнение Ван-дер-Ваальса им не применимо. Из рис. 3 видно, что максимумы  $c_v(v)$  лежат на критической изохоре, кривая почти прямолинейна. Наличие максимумов теплоемкости  $c_v$  в сверхкритической области в зависимости от температуры при постоянном объеме аналогично тому, что имеет место для  $c_p$  (<sup>8-11</sup>), подтверждает существование аномального хода теплоемкости в этой области.

Дагестанский филиал  
Академии наук СССР

Поступило  
9 V 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- В. А. Криллин, А. Е. Шейндлин, Основа экспериментальной термодинамики, 1953. <sup>2</sup> Х. И. Амирханов, А. М. Керимов, ДАН, 110, 578 (1956). <sup>3</sup> Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Механика сплошных сред, 1953. <sup>4</sup> В. К. Семенченко, ЖФХ, 26, 1337 (1952). <sup>5</sup> В. К. Семенченко, В. П. Скрипов, ЖФХ, 25, 362 (1951). <sup>6</sup> Г. Мейер, Статистическая механика, ИЛ, 1952. <sup>7</sup> Д. Л. Тимрот, В. Варгафтик, С. Л. Ривкин, Изв. ВТИ, № 4 (1948). <sup>8</sup> Д. Л. Тимрот, С. Л. Ривкин, М. И. Частухина, Изв. ВТИ, № 8 (1949). <sup>9</sup> А. Е. Шейндлин, Теплоэнергетика, № 3, 26 (1954). <sup>10</sup> Т. Н. Андрианова, ЖТФ, 23, 1108 (1953). <sup>11</sup> В. К. Семенченко, ЖФХ, 21, 1461 (1947). <sup>12</sup> М. П. Вакулович, И. Р. Кричевский, Термодинамические свойства воды и водяного пара, 1951. <sup>13</sup> В. А. Криллин, И. Зубарев, Теплоэнергетика, № 11, 19 (1955). <sup>14</sup> И. Р. Кричевский, Е. Хазанова, ЖФХ, 29, 1087, (1955).

Д. П. ДОБЫЧИН И Н. Н. КИСЕЛЕВА

О ПРИРОДЕ ТЕРМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ  
В ЩЕЛОЧНОБОРОСИЛИКАТНЫХ СТЕКЛАХ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 18 IX 1956)

Как известно, структура пористых стекол, получаемых обработкой щелочноборосиликатных стекол растворами кислот (<sup>1-4</sup>), зависит как от состава исходного стекла, так и от термической его обработки и условий выщелачивания (<sup>5, 6</sup>). Имея в виду решение задач управления структурой пористых стекол и изучение строения натровоборосиликатных стекол, мы предприняли исследование кинетики процессов, протекающих в натровоборосиликатном стекле при его термической обработке.

Исследование велось посредством сорбционного изучения структуры пористых стекол, получаемых из термообработанного стекла Na-7/23\* помощью спиральных кварцевых весов. В качестве сорбтива использовалась вода. Нами сообщалось (<sup>7</sup>), что радиусы пор пористого стекла, полученного выщелачиванием образцов стекла Na-7/23, подвергнутых длительной термообработке при 530°, растут по мере увеличения времени термической обработки. Напротив, величины радиуса и объема пор пористого стекла, полученного выщелачиванием образцов, термообработывавшихся при 650°, уже за 1/2 часа термообработки принимают постоянные значения, не меняющиеся при дальнейшем увеличении времени термообработки стекла.

Независимость величины радиуса и общего объема пор пористого стекла от условий выщелачивания в кислоте стекла, термообработанного при 780°, указывает на то, что вымываемая щелочью из «высокотемпературного» пористого стекла мелкопористая кремнеземистая сетка не является «вторичной кремнекислотой» скоагулировавшей в порах в процессе выщелачивания стекла в кислоте (<sup>8, 9</sup>).

В 1956 г. Е. А. Порай-Кошиц, Д. И. Левин и Н. С. Андреев (<sup>10</sup>), показали, что размеры пор пористых стекол, полученных двойным выщелачиванием (в кислоте и затем в щелочи), увеличиваются с удлинением времени термической обработки исходного стекла Na-7/23, подтвердили этот факт, принципиально важный для понимания процессов, протекающих в натровоборосиликатных стеклах при их термической обработке.

Настоящее сообщение посвящено изложению полученных нами результатов изучения кинетики и природы этих процессов.

Термической обработке подвергалось стекло Na - 7/23 одной и той же варки двух исходных состояний: А — закаленное от 850°, Б — прошедшее грубый отжиг от высоких температур при постепенном охлаждении.

Выщелачивание проводилось при 50° в 3 н растворе HCl, взятом в количестве 15 см<sup>3</sup> на 1 г выщелачиваемого стекла (порошок, фракция 100-150 м).

Результаты опытов приведены на рис. 1 и 2 в виде кривых изменения радиуса и объема пор в зависимости от длительности термообработки при различных температурах исходных стекол А и Б соответственно.

\* Здесь и далее: 7 мол.% Na<sub>2</sub>O, 23 мол.% B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 70 мол.% SiO<sub>2</sub>.

Из закаленного от  $850^\circ$  стекла А получается наиболее мелкопористое стекло ( $\sim 8 \text{ \AA}$ ) с наименьшим общим объемом пор ( $V_s = 0,160 \text{ см}^3/\text{г}$ ). По мере увеличения продолжительности термообработки этого стекла при температурах до  $580^\circ$  величина радиуса пор получающихся из него пористых стекол растет непрерывно, а величина общего объема пор вплоть до некоторого постоянного значения (рис. 1). Пористое стекло, получающееся из исходного стекла Б обладает несколько большим размером радиуса ( $\sim 48 \text{ \AA}$ ) и величины общего объема ( $0,197 \text{ см}^3/\text{г}$ ), а также несколько более широкой функцией распределения объема пор по радиусам, нежели пористое стекло, полученное из стекла А. Стекло типа Б медленно остывает после высоких температур; его структура отражает процессы укрупнения областей химической неоднородности, протекавшие во время охлаждения.

Кинетические кривые, полученные на образцах типа Б, проходят вначале через минимум (рис. 2). Величина радиуса пор пористого стекла в зависимости от времени термообработки одного стекла Б сперва быстро падает до некоторого минимального значения, а затем увеличивается. Величина общего объема пор при этом также сперва падает, а затем растет и, видимо, стремится к некоторому постоянному при данной температуре значению. Таким образом, при термической обработке стекла Na-7/23 происходит по крайней мере два структурных процесса: первый — более быстрый, проявляющийся в уменьшении величины радиуса и общего объема

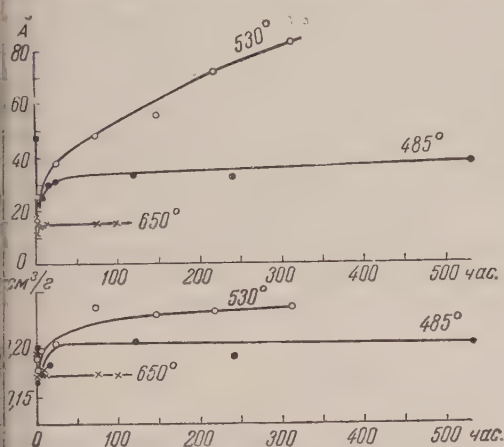


Рис. 2. Зависимость радиуса и объема пор пористого стекла от времени и температуры термообработки исходного стекла Б

связанным с диффузионным переносом вещества в стекле.

Около  $585^\circ$  мы обнаружили критическое значение (или узкую критическую область) температуры, выше которой достаточно непродолжительная термообработка исходного стекла (при  $650^\circ - 1/2$  часа), чтобы величина

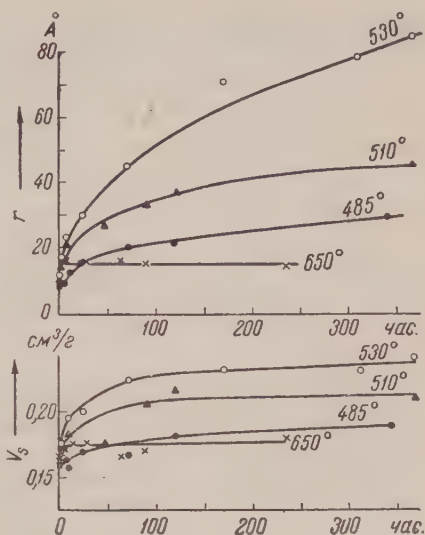


Рис. 1. Зависимость радиуса и объема пор пористого стекла от времени и температуры термообработки исходного стекла А

радиуса пор, и второй — более медленный, вызывающий непрерывный рост радиуса пор и увеличение общего объема пор до некоторого значения. Скорость обоих процессов сильно растет с температурой. Поскольку процесс первого рода не наблюдается на образцах типа А, мы полагаем, что первый (быстрый) процесс связан с разрушением имевшихся областей химической неоднородности, перестройкой пространственной сетки стекла и переориентировкой химических связей. Напротив, медленный процесс, вызывающий непрерывный рост размера пор пористого стекла, пред-



на радиуса пор получаемого из него кислотным выщелачиванием пористого стекла приняла постоянное и, притом, небольшое значение, не зависящее от длительности термообработки исходного стекла (табл. 1).

Таблица 1

Влияние длительности термообработки закаленного от 850° стекла Na-7/23 (обр. А) на величину объема ( $V_s$ ) и радиуса ( $r$ ) пор пористого стекла, получаемого из него выщелачиванием при 50° в 3 н HCl

	Термообработка при температуре									
	580°					590°		600°		620°
Время, час	0	1	5	48	120	480	48	240	120	264
$V_s$ , см <sup>3</sup> /г	0,160	0,171	0,180	0,213	0,244	0,291	0,180	0,177	0,174	0,162
$r$ , Å	~8	15	34	39	170	200	19	20	24	18
										15

По нашим представлениям, при этой температуре в борнонатриевых областях начинает строиться непрерывный кремнеземистый скелет, не разрушающийся кислотой (7).

Величина радиуса пор пористого стекла уменьшается при повышении температуры термообработки исходного стекла в области свыше 585°.

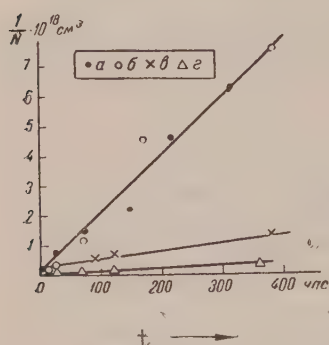


Рис. 3. Зависимость величины единичного объема  $\frac{1}{N}$  от времени

термообработки  $t \left( \frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + kt \right)$ .

а — исходное 530°, б — закаленное 530°, в — закаленное 510°, г — закаленное 485°

ского для коагуляции коллоидных частиц, но отличающимся от него значением константы скорости.

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_0} + k \cdot t. \quad (1)$$

Здесь  $N$  — число частиц в единице объема системы в момент времени,  $N_0$  — число частиц в единице объема в начальный момент времени,  $k$  — константа скорости процесса.

Формула (1) носит статистический характер и является строгой лишь по истечении некоторого промежутка времени, в течение которого система приходит к стационарному виду распределения. Период этот тем короче, чем выше температура.

Полагая форму пор близкой к сферической, число пор (а следовательно, и число выщелоченных областей химической неоднородности) в 1 см<sup>3</sup>

стого стекла мы вычисляли по формуле:

$$N = \frac{v_s}{\frac{4}{3}\pi r^3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\Delta} + v_s}, \quad (2)$$

$v_s$  — общий объем,  $r$  — радиус пор исследуемого пористого стекла,  $1,18 \text{ см}^3/\text{г}$  — удельный вес «спеченного» пористого стекла (кварцоида).

Результаты вычислений представлены на рис. 3 в координатах  $\frac{1}{N}-t$ ,

$V$  — величина единичного объема.

Как видно на рис. 3, кинетика процесса укрупнения выщелачиваемых пористой областей химической неоднородности вполне удовлетворительно описывается уравнением (1) О. М. Тодеса.

В табл. 2 приведены значения величины константы скорости переконденсации при различных температурах, определенные по тангенсу

наклона прямых  $\frac{1}{N}(t)$ .

Среднее значение величины кажущейся энергии активации процесса переконденсации в стекле Na-7/23 оказывается равным 10 ккал/моль, что, видимо, свидетельствует о сходстве процессов вязкого течения в стекле

Таблица 2

Стекло	$t, ^\circ\text{C}$	$k, \text{см}^3/\text{час} \cdot 10^{10}$
А	485	0,0965
	510	0,27
	530	2,04
Б	485	0,0667
	530	1,99

расшифровка природы и кинетики процессов, протекающих в натрово-силикатном стекле при его термообработке, обеспечивает возможность целенаправленного получения пористых стекол с желаемой структурой, в том числе бидисперсных и широкопористых (радиусом порядка сотен — тысяч Å).

[Посупило  
10 IX 1956]

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- И. В. Гребенщиков, Т. А. Фаворская, Тр. ГОИ, 7, № 72 (1931).  
 В. Гребенщиков, Мат. совещ. по стеклообразному состоянию, Л., 1939.  
 В. Гребенщиков, О. С. Молчанова, ЖОХ, 12, 588 (1942).  
 О. С. Молчанова, Диссертация, Л., 1943.  
 Л. А. Качур, Диссертация, Л., 1946.  
 П. Жданов, Диссертация, Л., 1949.  
 Д. П. Добычин, Строение стекла, Тр. ГОИ, по строению стекла, 1953 г., Изд. АН СССР, 1955, стр. 176.  
 С. П. Жданов, Строение стекла Тр. совещ. по строению стекла, 1953 г., Изд. АН СССР, 1955, стр. 162.  
 А. Порай-Кошиц, С. П. Жданов, Д. И. Левин, Изв. АН СССР, ОХН, № 3, 395.  
 Е. А. Порай-Кошиц, Д. И. Левин, Н. С. Андреев, Изв. АН СССР, ОХН, 1956, № 3, 287.  
 Д. И. Левин, С. П. Жданов, Е. А. Порай-Кошиц, Изв. АН СССР, ОХН, 1955, № 1, 31.  
 О. М. Тодес, Диссертация, М., Проблемы кинетики и катализа, 7, 137 (1949); Колл. журн., 15, 391 (1953).  
 А. Флоринская, Тр. ГОИ, 19, № 131 (1950).

И. Ю. КОЖЕВНИКОВ и Л. А. ШВАРЦМАН

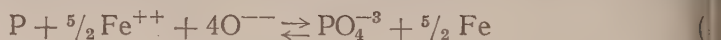
## К ТЕРМОДИНАМИКЕ РЕАКЦИИ ДЕФССФОРАЦИИ ЖЕЛЕЗА

(Представлено академиком Г. В. Курдюмовым 5 XI 1956)

Исследованию распределения фосфора в системе металл — шлак посвящено большое число работ (1-4). Однако вследствие экспериментальных трудностей не были получены точные значения термодинамических функций реакции дефосфорации железа шлаками различного состава.

В настоящей работе применен новый метод исследования равновесия распределения фосфора (5), идея которого заключается в последовательном насыщении металла при постоянной температуре радиоактивным фосфором, предварительно вводимым в шлак. Этот метод позволяет по температурной зависимости показателя распределения фосфора  $L_P$  вычислить величину как теплового эффекта, так и энтропии реакции дефосфорации для шлака определенного состава.

При любых предположениях о молекулярном составе расплавленного шлака константа равновесия реакции



может быть представлена в общем виде:

$$K_a = L_P \varphi \left( \sum C_i \right) f \left( \sum \gamma_i \right), \quad (2)$$

где  $\varphi \left( \sum C_i \right)$  — отношение равновесных концентраций участников реакции кроме фосфора;  $f \left( \sum \gamma_i \right)$  — отношение коэффициентов активности всех участников реакции. Вид этих функций неизвестен. Однако, по условиям опыта,  $\varphi \left( \sum C_i \right)$  не зависит от температуры. Поэтому

$$\frac{d \ln K_a}{dT} = \frac{d \ln L_P}{dT} + \frac{d \ln \left( \sum \gamma_i \right)}{dT}, \quad (3)$$

откуда

$$\frac{d \ln L_P}{dT} = \frac{\Delta H^0 - \sum \Delta H_{см}}{RT^2} = \frac{\Delta H}{RT^2}.$$

Величина  $\Delta H$ , определявшаяся по уравнению

$$\lg L_P = - \frac{\Delta H}{4,573 T} + B, \quad (4)$$

представляет собой сумму теплоты реакции  $\Delta H^0$  между чистыми веществами и теплот смешения  $\sum \Delta H_{см}$ .

В качестве стандартного состояния принимаются 1%-е растворы фосфора в металле и шлаке. Тогда величина  $B = \Delta S^0 / 4,573$ , где  $\Delta S^0$  — изменение энтропии при переходе фосфора из 1%-го раствора в железе в 1%-й раствор в шлаке. Величины  $\Delta H$  и  $\Delta S^0$  зависят от состава шлака.

Опытные плавки проводились в индукционной печи в установившейся схеме которой изображена на рис. 1. Около 50 г электролитической

железа помещалось в магнетитовый тигель 1, который магнетитовой пылью 2 укреплялся в стакане 3. Через кварцевую трубку 4 в металлическом водоохлаждаемом колпаке 5 производилась подача очищенного газа и посредством призмы 6 измерение температуры расплавленного железа оптическим пирометром МОПТ-48. На поверхность расплавленного железа 8 при постоянной температуре подавался через воронку 9 шлак, содержащий радиоактивный фосфор  $P^{32}$ . Шлак быстро плавился и уходил через стенки тигля 1 в засыпку. При этом некоторое количество  $P^{32}$  переходило из шлака в железо. О достижении равновесия распределения фосфора или по постоянству активности в 3—4 пробы металла, отбираемых насосом в кварцевую трубку 10 диаметром 2 мм.

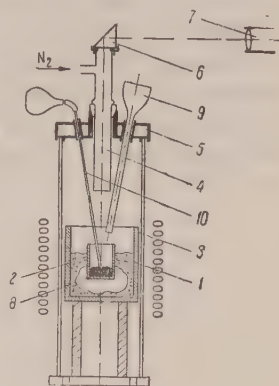


Рис. 1. Схема установки

Величина  $L_P$  вычислялась как отношение потерь порошков шлака и проб металлов из «тонких слоев». Величина ошибки в определении  $L_P$  составляла  $\pm 1,8\%$ , а  $\Delta H$   $2,7\%$ . Опыты проводились в интервале температур  $1560\text{—}1810^\circ$ .

В качестве простейшей стандартной системы был выбран железистый шлак, в который вводились в виде окислов катионы, значительно отличающиеся по величине радиусов:  $Ca^{++}$ ,  $Sr^{++}$  и  $Ba^{++}$ .

Полученные данные по распределению фосфора между железом и железистым шлаком описываются уравнением

$$\lg L_P = \frac{10900}{T} - 6,41, \quad (6)$$

где величина  $\Delta H$  равна  $-50\,000$  кал/г-ат. В данном случае

$$K_a = AL_P \frac{\gamma_{PO_4}^{-3}}{\gamma_P}, \quad (7)$$

А — коэффициент перехода от весовых процентов к молярным долям.

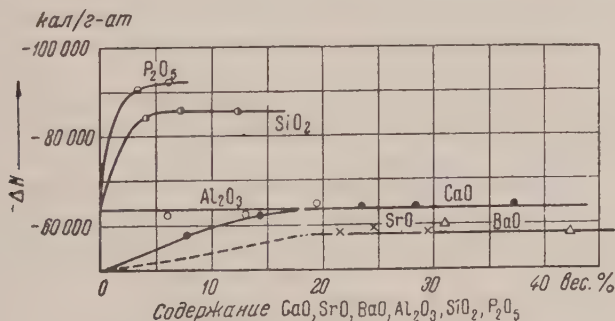


Рис. 2. Зависимость  $\Delta H$  реакции дефосфорации от добавок  $CaO$ ,  $SrO$  и  $BaO$  в железистый шлак и  $SiO_2$ ,  $P_2O_5$  и  $Al_2O_3$  в железисто-кальциевый шлак

Из температурной зависимости  $K_a$  находим

$$\Delta H^0 = \Delta H + \Delta H_{CM}^{PO_4^{-3}} - \Delta H_{CM}^P. \quad (8)$$

Для шлаков более сложного состава  $\Delta H_{CM}^P$  остается неизменной, так как раствор фосфора в железе при малых концентрациях является



идеальным разбавленным. Поэтому изменения в значении  $\Delta H$ , определяемого для шлаков более сложного состава, отражают лишь изменения в величинах теплот смешения  $P_2O_5$  с шлаковым расплавом.

Катион  $Ca^{++}$ , а также  $Sr^{++}$  и  $Ba^{++}$ , обладающие большими радиусами, чем  $Fe^{++}$ , увеличивают теплоту реакции (1) на 14 000 и 9 000 кал/г-ат соответственно (рис. 2). Это не подтверждает предположений об образовании при дефосфорации фосфатов  $Ca$ ,  $Sr$  и  $Ba$ , а указывает скорее на увеличение стабильности иона  $PO_4^{-3}$ . Постепенная замена мест  $Fe^{++}$  в координационной сфере  $PO_4^{-3}$  на  $Ca^{++}$ ,  $Sr^{++}$  или  $Ba^{++}$  возможна до определенного предела, после которого ее состав остается постоянным. При этом  $\Delta H$  реакции (1), постепенно возрастая, достигнув определенной

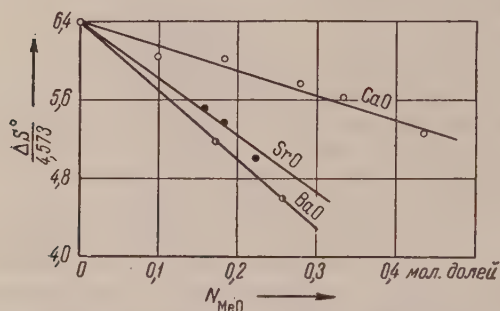


Рис. 3. Влияние добавок  $CaO$ ,  $SrO$  и  $BaO$  в железистый шлак на изменение энтропии реакции дефосфорации

с кубической решеткой, когда отношение  $R_{\text{катион}}/R_{\text{анион}}$  менее 0,414<sup>(6)</sup>. В рассматриваемом ряду оно менее 0,39 и составляет, соответственно  $R_{Fe^{++}}/R_{PO_4^{-3}} = 0,303$  и  $R_{Ca^{++}}/R_{PO_4^{-3}} = 0,387$ . При наличии «закрытой» структуры ослабление электростатической силы катионов приводит к усилению ковалентной связи  $P-O$  в фосфат-ионе, что и является причиной увеличения  $\Delta H$  реакции (1).

При введении в железистый шлак более крупных, чем  $Ca^{++}$ , катионов  $Sr^{++}$  и  $Ba^{++}$  квазикристаллические структуры указанных микрообластей расплава, по-видимому, раскрываются, так как отношения  $R_{\text{катион}}/R_{\text{анион}}$  в этом случае превышают 0,414 и составляют 0,465 и 0,523. Вследствие этого в расплаве возникают силы отталкивания катион—катион, анион—анион, повышающие энергию расплава и тем самым компенсирующие выигрыш энергии при взаимодействии относительно слабых катионов  $Sr^{++}$  и  $Ba^{++}$  с анионами.

Найдено, что увеличение концентрации  $CaO$  или  $SrO$  и  $BaO$  в железистом шлаке приводит к монотонному увеличению энтропии реакции (1) (рис. 3). При этом с увеличением радиусов катионов в ряду  $Fe^{++}$ ,  $Ca^{++}$ ,  $Sr^{++}$ ,  $Ba^{++}$  энтропия реакции (1) возрастает, что соответствует разрыхлению «структуры» шлакового расплава, т. е. увеличению «свободного объема», в котором могут размещаться относительно крупные ионы  $PO_4^{-3}$ . Анализ экспериментальных данных также показывает, что при одинаковых молярных концентрациях  $CaO$ ,  $SrO$  и  $BaO$  в железистом шлаке дефосфорирующая способность этих оксидов увеличивается с ростом радиуса катиона.

Количественное влияние  $CaO$  на  $L_P$  может быть выражено уравнением справедливым при  $N_{Ca^{++}}$  больших 0,18,

$$\lg L_P = \frac{14\,000}{T} - 6,41 + 2,5 N_{Ca^{++}} \quad (9)$$

$N_{Ca^{++}}$  — ионная доля кальция (по М. И. Темкину <sup>(7)</sup>); 6,41 — энтропийный член уравнения (6).

Таким образом, катионы  $Ca^{++}$ ,  $Sr^{++}$ ,  $Ba^{++}$  способствуют дефосфорации в силу увеличения  $\Delta H$ , так и  $\Delta S^0$ . Однако для относительно слабых катионов  $Sr^{++}$  и  $Ba^{++}$  влияние энтропийного фактора по сравнению с энергетическим значительно меньше, чем для более сильного катиона  $Ca^{++}$ . Кислые окислы  $SiO_2$  и  $P_2O_5$  оказывают существенное влияние как на тепловой эффект, так и на энтропию реакции (1). Добавки  $SiO_2$ , а также в шлаки системы  $FeO-CaO$  при  $N_{Ca^{++}} > 0,18$  приводят к увеличению  $\Delta H$  реакции дефосфорации (см. рис. 2). Это можно интерпретировать, исходя из предположения о том, что образующиеся при реакции (1) ионы  $PO_4^{-3}$  присоединяются в шлаке либо к группам  $SiO_4^{-4}$  и  $P_2O_7^{-4}$ , либо к более сложным кремний-фосфорно-кислородным комплексам. Процесс полимеризации, очевидно, сопровождается выделением тепла, которое и является причиной увеличения  $\Delta H$  реакции (1). Подтверждением этого является факт резкого уменьшения энтропии реакции (1) при увеличении в  $FeO-Al_2O_3$ -шлаках концентрации  $SiO_2$  или  $P_2O_5$  (рис. 4).

Важно отметить, что соотношение энергетического и энтропийного факторов реакции дефосфорации при добавлении в  $FeO-Al_2O_3$ -шлаки  $SiO_2$  или  $P_2O_5$  таково, что с увеличением их концентрации в первом члене значение  $L_p$  уменьшается, а во втором увеличивается.

Данные о влиянии глинозема показывают, что  $\Delta H$  реакции дефосфорации не меняется при введении  $Al_2O_3$  в шлаки системы  $FeO-CaO$  (см. рис. 2). Однако с возрастанием концентрации  $Al_2O_3$  наблюдается монотонное, без каких-либо резких концентрационных изменений, уменьшение энтропии (см. рис. 4). Это соответствует более слабым кислотным свойствам  $Al_2O_3$  по сравнению с  $SiO_2$  и  $P_2O_5$  и вместе с тем вызывает на то, что в исследованных расплавах алюминий находится в ионной форме.

Результаты исследования показывают, что важное влияние на равновесие реакции дефосфорации, являющееся анионным <sup>(8)</sup>, оказывает энтропия составляющая свободной энергии, зависящая от размеров зарядов взаимного расположения ионов в шлаковом расплаве.

Институт металловедения и физики металлов  
Центрального научно-исследовательского  
института черной металлургии

Поступило  
25 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. T. W. Winkler, I. Chipman, Met. Technol., april (1946). 2. K. B. A. V. A. Quarell, P. Vajragupta, J. Iron Steel Inst., 153, 115 (1946). 3. А. Каменский, Е. В. Абрисомов, Сборн. тр. Моск. инст. стали, 12 (1939). 4. Fischer, H. Ende, Stahl u. Eisen, 72 (23), 1398 (1952). 5. В. Ф. Суров, Травин, Л. А. Шварцман, Проблемы металловедения и физики металлов, ч. 4 (1955). 6. Л. Паулинг, Природа химической связи, 1947. 7. М. И. Темкин, ЖФХ, 20, 105 (1946). 8. H. Flood, K. Grjotheim, J. Iron Steel Inst., 171(1), 952.

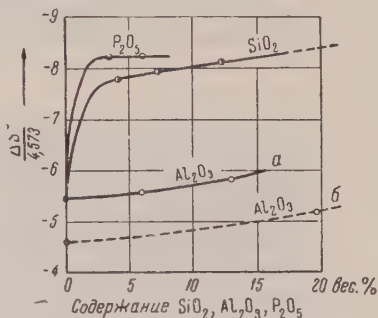


Рис. 4. Влияние добавок  $SiO_2$ ,  $P_2O_5$  и  $Al_2O_3$  в железистокальциевый шлак на изменение энтропии реакции дефосфорации:

$$a - \frac{\% CaO}{\% FeO + \% Fe_2O_3} = 0,4;$$

$$b - \frac{\% CaO}{\% FeO + \% Fe_2O_3} = 2,05$$

Б. Л. ЦЕТЛИН, Н. Г. ЗАЙЦЕВА и академик В. А. КАРГИН

О ДРЕВОВИДНЫХ ТРЕЩИНАХ, РАЗВИВАЮЩИХСЯ  
В ПЛЕКСИГЛАСЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРОННОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ\*

При исследовании превращений, которые претерпевают под действием излучения большой энергии образцы полиметилметакрилата (испытывались образцы плексигласа — технического органического стекла на основе полиметилметакрилата), нами было обнаружено, что в ряде случаев в этих образцах возникают и развиваются трещины, имеющие оригинальную древовидную форму.

Это явление привлекло наше внимание, поскольку выяснение закономерностей и причин растрескивания конструкционных материалов под действием такого рода излучений может представить большое значение для точки зрения решения вопроса о пригодности этих материалов для эксплуатации в условиях воздействия радиоактивных излучений. В процессе дальнейшего исследования был установлен ряд особенностей развития древовидных трещин, говорящих о том, что здесь наблюдается действительно новое явление, не похожее ни на один из известных процессов трещинообразования в пластмассах.

Это явление характеризуется следующим:

1. Древовидные трещины возникают и растут лишь в случае наличия на образце дефекта — искусственно «нанесенного» или независимо существовавшего, связанного с технологической историей образца (например с механической обработкой).

2. Развитие древовидных трещин в образцах органического стекла протекает во времени с некоторой скоростью, пропорциональной мощности дозы. Беря свое начало от механического дефекта, древовидные трещины постепенно и равномерно охватывают всю облучаемую площадь образца. Внешний вид и процесс развития трещин в образце плексигласа во времени показаны на рис. 1 а, б и в (механический дефект был предварительно нанесен на образец с помощью керн).

3. При наличии на образце нескольких дефектов одновременно развивается несколько «деревьев», ветви которых взаимно не перекрещиваются и не прорастают. Между растущими навстречу друг другу ветвями различных «деревьев» образуется четкая граница (рис. 1 г).

4. Трещины развиваются лишь в облучаемой части образца. Это показано на рис. 1 д (не затронутый трещинами кольцообразный участок образца был закрыт при экспозиции металлическим кольцом; в процессе своего развития трещины обошли этот участок как своего рода препятствие).

5. Возникновение и развитие древовидных трещин наблюдались только при действии на плексиглас быстрых электронов. Под влиянием рентгеновского излучения трещины не появляются.

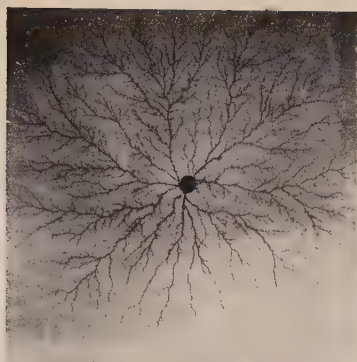
6. Древовидные трещины возникают лишь в достаточно толстых образцах, толщина которых превышает толщину материала, пробиваемого

\* Работа выполнена в 1950 — 1951 гг., ее результаты изложены в отчете Института физической химии Академии наук СССР № 676 (апрель 1953 г.).

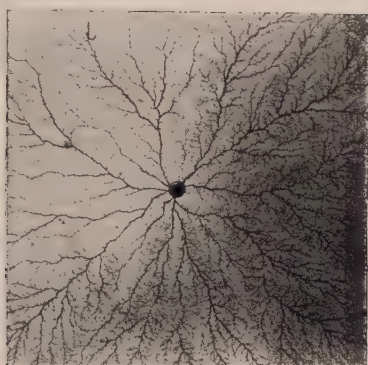




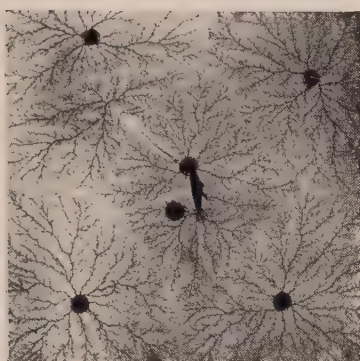
*a*



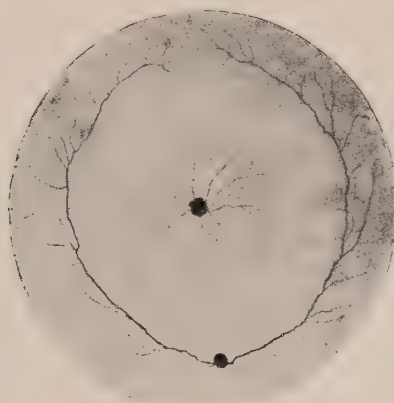
*б*



*в*



*г*



*д*

Рис. 1. Характер развития древовидных трещин в плексигласе (мощность дозы  $1,9 \cdot 10^{18}$  эв/см<sup>3</sup>·сек; фотографирование образцов производилось в проходящем свете): *a, б, в* — распространение трещин в образце с одним «дефектом» (соответственно, 10 сек., 1 мин. и 15 мин. облучения), *г* — система трещин в образце с несколькими «дефектами» (15 мин. облучения); *д* — трещины в образце, кольцеобразный участок которого был закрыт при экспозиции экраном (5 мин. облучения)





тронным пучком. При применявшемся в наших опытах режиме работы ирритательной установки, являвшейся источником быстрых электронов (напряжение 700 кВ), минимально достаточная для развития трещин толщина образцов составляла 1,7—2 мм.

4. Характер и скорость процесса развития древовидных трещин однозначно определяются расположением дефектов и мощностью дозы, но не зависят от внутренних напряжений, которые могут существовать в стеклообразном полимере. Так, при облучении образца плексигласа, который предварительно был отожжен путем многочасового прогрева при температуре

130°С, развивалась (конечно, после нанесения на него механического дефекта) такая же сеть древовидных трещин, как и при облучении неотожженных образцов. Такая же сеть трещин развивалась и в образце, который был предварительно сильно растянут при температуре 130° и затем резко охлажден; тенденция к «ориентации» трещин в направлении внутренних напряжений (наличие таких напряжений анализировалось путем рассмотрения образца между скрещенными поляроидными пластинками) совершенно отсутствовала.

5. Древовидные трещины являются трещинами внутренними, на поверхность образца они не выходят. Это было установлено в результате непосредственного микроскопического исследования образцов.

6. Трещины являются «пустыми», они не представляют собой «каналов», через которые осуществляется выход в окружающую атмосферу газов, образующихся при облучении плексигласа. Это следует из того, что трещины в процессе своего роста легко прокрашиваются, т. е. заполняются раствором красителя, — в том случае, если последний при облучении образца находится в контакте с дефектом, от которого трещины берут свое начало. Это явление наблюдалось в опытах, при проведении которых облучаемый образец помещался в плоскую кювету (глубиной немного меньше толщины образца), наполненную водным раствором метилвиолета (дефекты в этом случае наносились на боковую поверхность образца).

7. С ростом температуры, при которой облучаются образцы, скорость развития трещин снижается, что показано на рис. 2. Это свидетельствует о том, что в процессе развития древовидных трещин определенную роль играют релаксационные явления.

8. Далее было установлено, что процесс развития древовидных трещин под действием быстрых электронов является общим для всех органических полимеров\*, что подчеркивает интерес описываемого здесь явления.

Полученных экспериментальных данных явно недостаточно для того, чтобы сделать какие-либо определенные выводы относительно механизма рассматриваемого процесса. Однако, произведенные наблюдения позволяют уже сделать некоторые предварительные заключения относительно вероятных причин этого явления.

Очевидно, что трещины возникают вследствие появления в облучаемом материале внутренних напряжений, которые вызывают разрушение образца в его наиболее слабых местах, а именно, в устьях микротрещин, возникающих при нанесении механического дефекта. Древовидный характер развивающихся трещин связан с тем, что напряжения, возникающие под действием излучения, равномерно распределяются по всему се-

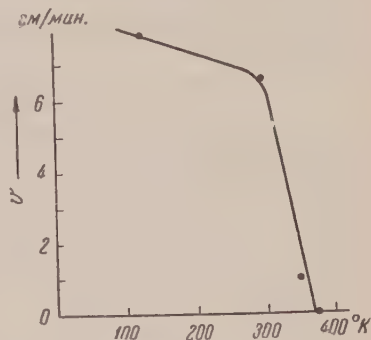


Рис. 2. Зависимость скорости распространения древовидных трещин в плексигласе от температуры. Мощность дозы  $1,9 \cdot 10^{18}$  эв/см<sup>2</sup>·сек

\* Данные по развитию трещин в различных органических стеклах будут описаны отдельно.

чению образца, перпендикулярного к направлению электронного пучка. Это определяет равенство при полностью развитой сети трещин сумм площадей трещинок в каждом элементе площади образца, независимо от расстояния этого элемента от дефекта. Неравномерность же роста трещин в разных частях образца во времени определяется тем, что рост трещины может начаться лишь от дефектного места. Развиваясь, таким образом, начиная с дефекта, трещина распространяется затем постепенно по всему образцу и в процессе своего развития, будучи сама неоднородной («дефектной»), разветвляется. Поэтому в тех элементарных участках, где трещин по абсолютному числу мало, они крупнее, а там, где их много (вследствие разветвлений), поперечные размеры их меньше, что и определяет древовидную форму трещин.

Для выяснения возможных причин рассматриваемого явления важно отметить, что развитие трещин тесно связано с наличием четкой границы между облучаемым и необлучаемым слоями образца; это непосредственно следует из приведенных выше особенностей развития трещин. Очевидно, на этой границе, отчасти за счет объемной усадки плексигласа в результате его радиационно-химической деструкции (известно, что при этом выделяется большое количество газообразных продуктов, см., например, (1,2)), отчасти за счет накопления избыточного электрического заряда, возникающих механических напряжений. В возникновении этих напряжений большую роль играют, вероятно, низкомолекулярные продукты радиационно-химического разрушения полимера, образующие во всем объеме образца пересыщенные растворы. Эти низкомолекулярные продукты могут адсорбироваться в устьях микротрещин, имеющих в «дефектном» образце. Молекулы таких продуктов, адсорбированные вблизи границы проливаемого быстрыми электронами слоя материала, могут иметь избыточные одноименные заряды (за счет захвата заторможенных в образце электронов). Электростатическое взаимодействие этих зарядов и обуславливает, вероятно, дальнейший рост микротрещин, в результате которого снова образуются «свежие» для адсорбции поверхности, и т. д. В результате такого непрерывно протекающего при действии излучения процесса и получается разветвленная система трещин древовидной формы.

Институт физической химии  
Академии наук СССР

Поступило  
16 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. Л. Карпов, Сессия Академии наук СССР по мирному использованию атомной энергии 1 — 5 VII 1955 г., заседание Отд. хим. наук, Изд. АН СССР, 1955, стр. 3.  
<sup>2</sup> P. Alexander, A. Charlesby, M. Ross, Proc. Roy. Soc., 223, 392 (1954).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

И. Л. ЭТТИНГЕР, Е. Г. ЛАМБА и В. Г. АДАМОВ

**РОЛЬ ГАЗОВОЙ СРЕДЫ В ПРОЦЕССАХ РАЗРУШЕНИЯ УГЛЯ**

(Представлено академиком А. А. Скочинским 6 VI 1956)

Вопрос о влиянии газовой среды, в которой находится уголь большинства угольных пластов, на его прочностные свойства представляет большой практический интерес. Это соображение вызвало постановку работы по выяснению роли газовой среды в процессах разрушения угля. Принятая в работе методика была описана в предыдущем сообщении (<sup>1</sup>). В данной работе устанавливалась связь между эффектом воздействия газовой среды на прочность ископаемых углей и природной нарушенностью их структуры, степенью их аморфизма, а также эффект воздействия различных газов.

На прочностные свойства твердых тел заметно влияют разнообразные дефекты, сосредоточенные по слабым местам твердых тел. Эти дефекты могут иметь самые различные размеры — от дефектов в кристаллической решетке до видимых щелей или трещин. Особое значение для такого сильно нарушенного тела, как уголь, имеют поверхностные дефекты, так как уголь в пласте находится в среде газа, способного хорошо адсорбироваться на его поверхности.

Как показали работы П. А. Ребиндера и сотр. (<sup>2, 3</sup>), адсорбируемые молекулы проникают путем двумерной миграции в глубь твердого тела по местам ослабленных связей, по тонким, не вполне развившимся щелям. Вследствие понижения поверхностного натяжения адсорбируемые молекулы облегчают развитие новых поверхностных дефектов — микрощелей и препятствуют их обратному смыканию. Эти представления, разработанные на примере системы твердое тело — жидкость, могут быть распространены на систему уголь — газ. В процессе деформации угля образуются новые поверхности раздела, пронизывающие уголь в виде клинообразных трещин. В условиях, когда уголь хорошо адсорбирующегося газа вновь возникшие поверхности покрываются адсорбционными слоями. Проникновение таких слоев ограничено стерическим фактором в тех случаях, когда ширина трещин меньше размеров адсорбируемых молекул.

Дефектами, участвующими в понижении прочности ископаемых углей в пласте вследствие наличия процессов адсорбции газа, являются природные микротрещины. Первичные условия образования угольных пластов и последующие тектонические процессы приводят к образованию в пластах отдельных пачек с высокой степенью нарушенности структуры (<sup>1, 4</sup>). По мере роста степени нарушенности углей увеличивается сеть микротрещин и уменьшается среднее расстояние между ними.

Мы провели исследование крепости угля для группы углей (более 100 образцов) пяти типов нарушенности строения. Крепость угля определялась в среде воздуха,  $\text{CO}_2$  и  $\text{CH}_4$  при давлении 40 атм. Для уголекислого газа, как и для метана, характерно наличие физической адсорбции. В воздушной среде образцы углей испытывались, когда они были дегазированы от метана после изъятия из пласта.

На рис. 1 по оси абсцисс отложено количество пыли, образовавшейся при дроблении угля в воздушной среде (в процентах от взятой навески



угля), по оси ординат — количество пыли, образовавшейся при дроблении угля в среде  $\text{CO}_2$ .

В случае отсутствия эффекта действия на уголь углекислого газа количество пыли в обоих опытах должно быть одинаковым, т. е. точки

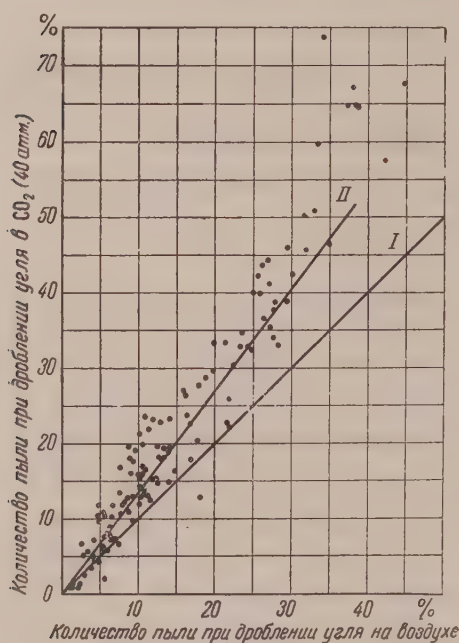


Рис. 1. Зависимость между дробимостью угля в системах уголь — воздух и уголь —  $\text{CO}_2$

выходами пыли в воздушной среде ( $Q_v$ ) и в углекислотной среде ( $Q_{\text{CO}_2}$ ) располагаются около прямой II. По способу наименьших квадратов можно найти величину коэффициента  $k$  в уравнении этой прямой

$$Q_{\text{CO}_2} = kQ_v \quad (1)$$

При этом получается  $k = 1,34$ .

На рис. 2 в полулогарифмических координатах отложены среднее расстояние между трещинами (как показатель нарушенности углей) и выход пыли в атмосфере  $\text{CO}_2$ . Зависимость между нарушенностью углей и выходом пыли здесь вполне наглядна.

Вследствие понижения свободной поверхностной энергии при адсорбции газ проникает в зародышевые микротрещины тектонического и эндогенного происхождения и производит там дополнительную деформацию расклинивающим действием адсорбционных слоев. Поэтому при механическом воздействии на уголь, происходящем в газовой среде, кроме больших плоскостей, по которым происходит разрушение угля, участвуют также и микротрещины. В случаях, когда такого предразрушения в угле нет, сам газ не в состоянии вызвать появление новых поверхностей раздела

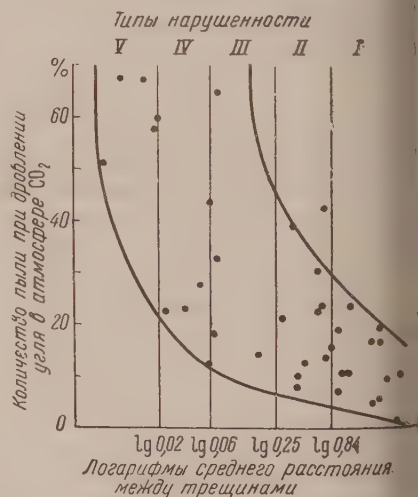


Рис. 2. Зависимость между природной нарушенностью угля и дробимостью его в системе уголь —  $\text{CO}_2$

Б — газ и тем облегчить разрушение угля по новым плоскостям. В аналогичных опытах, проведенных в системе уголь — метан наблюдается такой же эффект, что и в системе уголь —  $\text{CO}_2$ , но в меньшей степени. Более увеличение выхода пыли в метановой среде по сравнению с воздухом равно 1,25.

В угольном пласте, где уголь в природных условиях насыщен газом, изменение газовой среды на прочностные свойства угля сказывается следующим образом: описанные случаи размягчения угля при загазовывании сводятся не к раз-

рушению угля, а к тому, что он не твердеет. На поверхности угольного пласта образуется очень тонкая пленка, состоящая почти из 90-го метана. При активной вентиляции эта пленка все время как бы обновляется. Газоотдача из уголя, ближайших к забою, при этом значительно усиливается, а скорость диффузии газа из угольной породы к кромке забоя отстает от скорости отдачи в выработку. С увеличением давления в призабойной зоне пласта при вентиляции несколько падает, рас-

ширяющее действие адсорбированного газа в микрощелях уменьшает и забойщик субъективно ощущает эффект покрепчения угля. При прекращении же вентиляции ее сдвигающее действие прекращается, и уголь перестает твердеть.

Интересен вопрос о том, можно ли добиться в лабораторном испытании разрушения микротрещин при всестороннем сжатии угля. Уничтожение микротрещин должно уменьшить эффект действия газовой среды. Опыты проводились на установке высокого давления, уголь помещался в масляную среду. Для того чтобы масло не проникало в уголь, образцы обертывались тонкой резиной. Всестороннее сжатие образцов осуществлялось в давлениях 1000, 2000, 3000 и 4000 кг/см<sup>2</sup>. Однако никаких различий в действии газовой среды на сжатые и несжатые образцы не было отмечено. Разница в результатах их дробления лежит в пределах обычного разброса данных. Очевидно, что адсорбированные слои газов, остающиеся в микрощелях, не дают им возможности смыкаться при всестороннем сжатии.

В пределах одного петрографического типа наименее прочными углями являются угли средней степени метаморфизма (К и ПС). Более молодые и более зрелые угли обладают большей стойкостью при механических воздействиях (5).

Для того чтобы проследить связь между эффектом воздействия газовой среды на прочностные свойства угля и степенью их метаморфизма, сравнивались угли одинаковой степени нарушенности, но с разным выходом летучих веществ.

На рис. 3 (угли IV и V типов нарушенности) наибольший выход пыли наблюдался для углей средней степени метаморфизма, что совпадает с результатами других авторов. Природная нарушенность ископаемых углей является основным фактором в размягчающем действии газа на уголь. Степень метаморфизма при одинаковой степени нарушенности сказывается на

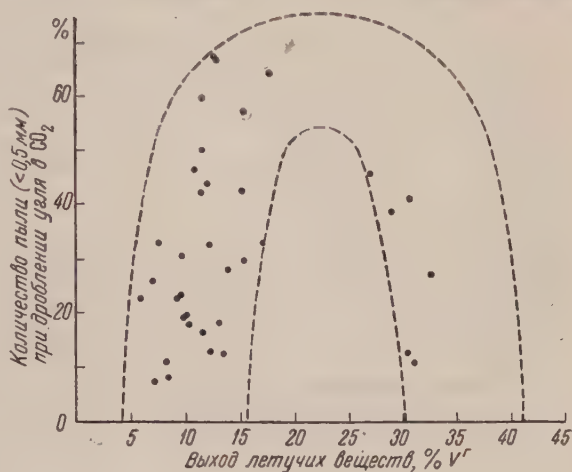


Рис. 3. Влияние степени метаморфизма на дробимость нарушенных углей (IV и V типов нарушенности) в среде  $\text{CO}_2$

прочностных свойствах углей одинаково в системе уголь — воздух и в системе уголь — хорошо адсорбирующийся газ.

Адсорбционные слои распространяются по поверхности твердого тела путем двухмерной миграции поверхностно-активных молекул. Когда газ подходит к устьям микротрещин молекулы, наиболее сильно адсорбирующиеся на поверхности угля, будут опережать все другие молекулы, обеспечивать наибольший эффект действия газовой среды. В таком случае наибольшим действием должен обладать газ, наилучше сорбирующийся. Если бы отсутствовал адсорбционный эффект, то наибольшее действие оказал бы газ с наименьшим размером молекул.

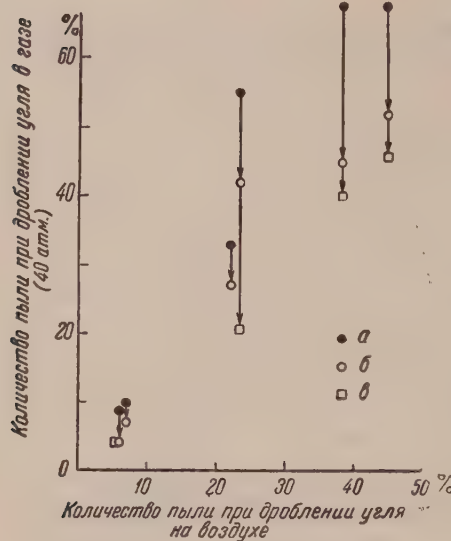


Рис. 4. Уменьшение прочности каменных углей при насыщении их различными газами. Опыты: а — с углекислым газом, б — с метаном, в — с водородом

На рис. 4 показан результат понижения прочностных свойств ископаемых углей при действии различных газов. Наибольшее действие оказывал углекислый газ, затем метан, а водород практически не оказал действия, хотя эффективный диаметр молекулы  $H_2$  равен 2,74 Å;  $CH_4$  4,14 Å и  $CO_2$  4,59 Å. Сорбционная же способность угля по отношению к этим газам убывает в ряду  $CO_2$  —  $CH_4$  —  $H_2$ . Это подтверждает, что полученная картина сорбционного воздействия газов на прочностные свойства углей правдива.

В заключение считаем своим приятным долгом принести благодарность Л. Е. Штеренбергу за помощь при отборе проб угля и их классификации и В. С. Вобликову за помощь при проведении опытов по всестороннему изучению углей.

Поступило  
5 VI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. Л. Эттингер, Е. Г. Ламба, В. Г. Адамов, ДАН, **49**, № 6, 1057 (1956).
- <sup>2</sup> П. А. Ребиндер, Л. А. Шрейнер, К. Ф. Жигач, Понизители твердости в бурении. Изд. АН СССР, 1944.
- <sup>3</sup> Л. А. Шрейнер, Твердость хрупких тел, Изд. АН СССР, 1944.
- <sup>4</sup> И. Л. Эттингер, Е. С. Жупахина, Л. Е. Штеренберг, В. С. Яблоков, Тр. Совещ. по разработке угольных месторождений на больших глубинах, 1948.
- <sup>5</sup> Е. М. Тайц, В. Е. Койфман, З. С. Тябина, Тр. Геол.-исслед. бюро Министерства угольн. пром., в. 4 (1948).



С. В. БРУЕВИЧ

## СОЛЕННОСТЬ ГРУНТОВЫХ РАСТВОРОВ ОХОТСКОГО МОРЯ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 X 1956)

Горизонтальное и вертикальное распределение солёности вод, пропитанных морские осадки («грунтовых растворов»), явилось предметом математического изучения на Каспийском море (<sup>1,2</sup>) и частично на Черномозовском (<sup>4</sup>), Балтийском (<sup>7-9</sup>), Средиземном море (<sup>8</sup>) и в Калифорнийском районе Тихого океана (<sup>6</sup>). Общие соображения по этому вопросу были изложены нами ранее (<sup>1-3</sup>). В 1949 г. нами были произведены систематические наблюдения над распределением солёности в Охотском море — как в донном (дночерпательном) слое, так и в толще осадков по вертикали. В предыдущих наших работах солёность определялась титрованием грунтовых растворов, отжатых в прессформах и в дальнейшем высушеная в виде хлорности (Cl, г/кг).

В исследовании распределения хлорности в верхнем слое осадков особый интерес представляет сопоставление хлорности верхнего слоя осадков с хлорностью нижних горизонтов морской воды, имея в виду, что морские осадки являются всегда «ловушками» придонных вод наибольшей солёности года. В одних условиях такими водами максимальной солёности являются летние воды — вследствие усиленного испарения в тёплые прогреваемых мелководьях (например, Каспийское море), в других — зимние воды — вследствие вымораживания (северные и полярные). Таким образом, нормальным случаем является превышение хлорности грунтового раствора над хлорностью придонной воды. Разница хлорности грунтового раствора и придонной воды  $\Delta Cl$  и является величиной, характеризующей для северных районов вариации в интенсивности зимнего вымораживания вод, для южных — изменения водного баланса (Каспийское море).

На рис. 1 показано пространственное распределение величин  $\Delta Cl$  в Охотском море. Как видим, хлорность грунтовых растворов в преобладающей части центрального района моря в настоящее время ниже хлорности прилегающих морских вод. Это аномальное явление обуславливается тем, что в течение недавнего отрезка времени хлорность придонных вод была повышена вследствие усилившихся процессов вымораживания вод. Мы связываем это явление с климатическими изменениями. Для Охотского и Берингового морей, в котором обнаружена такая же аномалия хлорностей грунтовых растворов и придонных вод, усиление вымораживания связано с экстремально суровыми зимами 1943—1949 гг. Такая же аномалия хлорностей в северном Каспии, обнаруженная в 1940 г., связана с сильным осоложением его вод в связи с резким падением его уровня в период 1934—1940 гг. Вдоль берега резко выраженных положительных величин  $\Delta Cl$  в Охотском море является залив Шелехова, где все значения  $\Delta Cl$  представлены высокими положительными величинами (на станциях №№ 38, 39, 40, 41, 44 величины  $\Delta Cl$  равны соответственно +0,22, +1,67, +1,11, +2,12, +0,73).



Это резко выраженное превышение хлорности грунтовых вод над хлорностью придонных морских вод является следствием того, что придонные воды зимой должны иметь сильно повышенные величины хлорности. Последнее является следствием мощного зимнего ледообразования в Заливе Шелехова — самом северном и самом отчлененном из всех районов Охотского моря.

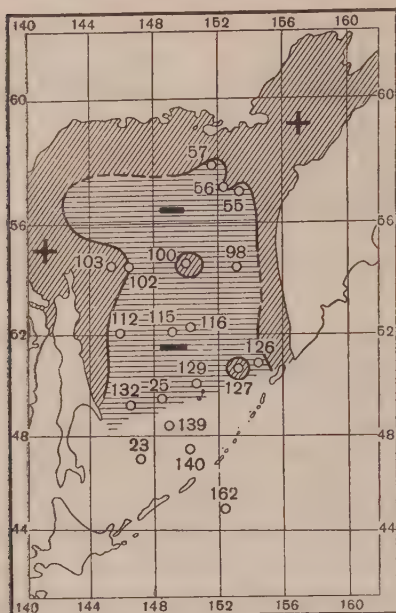


Рис. 1. Схема расположения станций, на которых брались монолиты осадков. Косой штриховкой показаны районы с положительными величинами  $\Delta\sigma$ , горизонтальной — с отрицательными

Изменения хлорности по вертикали в региональном разрезе имеют дуговой характер (табл. 1).

В самой северной части моря, приблизительно на  $57^\circ$  северной широты, в области значительно опресненных придонных вод на ст. №№ 55, 57 хлорность грунтовых растворов значительно понижена — ниже  $19\text{‰}$ . На ст. №№ 55 и 56 хлорности грунтовых растворов планомерно повышаются книзу в пределах 3-метровой толщи осадков. Тот же характер в этом районе носит и ст. № 100.

Таким образом, для этой северной части характерно весьма закономерное понижение солёности придонных вод в течение долгого времени (толщина осадков 3 м) от низа колонки кверху. На параллели северной оконечности Сахалина в западной и центральной части (ст. №№ 102, 103 и 100) хлорности по всей вертикали изменяются сравнительно мало, оставаясь в пределах  $19,0\text{‰}$ — $19,2\text{‰}$ .

На параллели середины о. Сахалина хлорности грунтовых растворов по вертикали значительно выше современных придонных вод\* и хлорности грунтовых растворов заметно возрастает по сравнению с северо-сахалинским разрезом — до  $\sim 19,5\text{‰}$  на ст. №№ 112 и 115 и до  $19,7\text{‰}$ — $19,8\text{‰}$  на ст. № 116 (центральная часть моря). В нижних частях монолита отмечается тенденция к уменьшению хлорности до  $19,2\text{‰}$ — $19,3\text{‰}$  на ст. №№ 112 и 115 и до  $19,4\text{‰}$  на ст. № 116.

На разрезе Мыс Терпения — Залив Камбалый на ст. № 132 и № 126 хлорности по вертикали в пределах верхних трех метров заметно ниже, чем на центральных станциях разреза №№ 127 и 129, что, очевидно, связано со стоком с суши.

На ст. № 132, находящейся в зоне сахалинского течения, идущего с севера на юг, хлорности грунтового раствора закономерно понижаются от геологического прошлого к современным условиям, напоминая ход хлорности на ст. №№ 55 и 56. Однако на ст. № 112, лежащей к северу от ст. № 132, хлорности по вертикали весьма однородны.

Уменьшение хлорности в пределах верхнего полуметра толщи осадков к современным осадкам отмечается на многих станциях. В то же время хлорности на этих станциях на отдельных горизонтах повышаются в отдельных случаях даже свыше  $20\text{‰}$  (ст. №№ 127, 132). В области южной гряды в водной впадине хлорность по вертикали на ст. № 139 в пределах верхних двух метров преимущественно около  $19,1\text{‰}$ , на более южной и глубоководной станции № 140 — в верхних двух метрах около  $19,2\text{‰}$ — $19,3\text{‰}$  и до  $19,6\text{‰}$  на горизонтах 2,5 — 3,2 — в монолитах трубки Снежинского.

\* Следует иметь в виду, что мы не знаем современного максимального значения хлорности в этом районе.

Таблица 1

альное распределение хлорности грунтовых растворов (Cl, г/кг) в донных отложениях Охотского моря\*

Горизонт в грунте, см	Cl, г/кг	Горизонт в грунте, см	Cl, г/кг	Горизонт в грунте, см	Cl, г/кг	Горизонт в грунте, см	Cl, г/кг
Ст. 57. Глуб. 225 м							
$\Delta Cl = -0,87$							
0-10	17,60	0-10	17,60	20-30	19,31	20-30	19,31
10-20	19,10	10-20	19,10	75-80	19,67	75-80	19,67
70-80	18,69	70-80	18,69	110-120	19,32	110-120	19,32
130-140	18,69	130-140	18,69	180-185	19,78	180-185	19,78
177-190	18,84	177-190	18,84	245-255	19,71	245-255	19,71
Ст. 98. Глуб. 460 м							
$\Delta Cl = -0,11$							
20-30	18,54	20-30	18,54	315-320	19,73	315-320	19,73
80-90	18,99	80-90	18,99	380-390	19,41	380-390	19,41
120-130	18,77	120-130	18,77	450-460	19,49	450-460	19,49
190-200	19,48	190-200	19,48	533-543	19,39	533-543	19,39
250-260	19,05	250-260	19,05	Ст. 126. Глуб. 790 м			
Ст. 100. Глуб. 570 м							
$\Delta Cl = +0,37$							
10-20	19,24	10-20	19,24	10-20	19,20	10-20	19,20
100-110	18,98	100-110	18,98	60-70	18,93	60-70	18,93
180-190	18,35	180-190	18,35	110-120	19,27	110-120	19,27
240-250	18,97	240-250	18,97	170-163	19,56	170-163	19,56
Ст. 102. Глуб. 1425 м							
Впадина Дериюгина							
$\Delta Cl = +0,06$							
10-20	19,28	10-20	19,28	Ст. 127. Глуб. 860 м			
45-55	19,38	45-55	19,38	$\Delta Cl = +0,18$			
95-105	19,06	95-105	19,06	0-10	19,11	0-10	19,11
170-180	19,20	170-180	19,20	10-20	19,77	10-20	19,77
260-270	19,20	260-270	19,20	50-60	20,15	50-60	20,15
360-370	19,20	360-370	19,20	110-120	19,35	110-120	19,35
450-460	19,20	450-460	19,20	180-190	19,32	180-190	19,32
Ст. 103. Глуб. 1580 м							
Впадина Дериюгина							
$\Delta Cl = +0,49$							
0-10	19,60	0-10	19,60	240-250	19,67	240-250	19,67
300-310 (20,54?)	19,61	300-310	19,61	300-310	19,64	300-310	19,64
400-410	19,61	400-410	19,61	435-440	19,56	435-440	19,56
450-460	19,17	450-460	19,17	Ст. 129. Глуб. 1150 м			
Ст. 112. Глуб. 1503 м							
Юг впадины Дериюгина							
$\Delta Cl = -0,59$							
13-17	19,52	13-17	19,52	0-10	18,88	0-10	18,88
30-40	19,47	30-40	19,47	20-30	19,66	20-30	19,66
100-110	19,45	100-110	19,45	80-90	19,41	80-90	19,41
180-190	19,48	180-190	19,48	140-150	19,71	140-150	19,71
260-270	19,21	260-270	19,21	290-295	19,56	290-295	19,56
350-360	19,28	350-360	19,28	Ст. 132. Глуб. 900 м			
Ст. 115. Глуб. 920 м							
$\Delta Cl = -0,20$							
20-30	18,87	20-30	18,87	0-10	18,74	0-10	18,74
90-95	19,54	90-95	19,54	20-30	19,50	20-30	19,50
150-158	19,56	150-158	19,56	30-40	19,29	30-40	19,29
210-220 (18,64?)	19,30	210-220	19,30	90-100	19,19	90-100	19,19
290-300	19,30	290-300	19,30	120-130	19,21	120-130	19,21
355-360	19,30	355-360	19,30	150-163	19,38	150-163	19,38
413-418	19,48	413-418	19,48	180-190	19,42	180-190	19,42
Ст. 139. Глуб. 1613 м							
$\Delta Cl = +0,02$							
0-10	19,13	0-10	19,13	210-220	19,39	210-220	19,39
20-30	18,99	20-30	18,99	260-270	19,62	260-270	19,62
40-50	19,08	40-50	19,08	310-315	19,89	310-315	19,89
70-80	19,11	70-80	19,11	360-370 (20,73?)	19,76	360-370	19,76
140-150	19,11	140-150	19,11	380-390	19,76	380-390	19,76
243-253	19,45	243-253	19,45	Ст. 140. Глуб. 3427 м			
Ст. 116. Глуб. 1040 м							
$\Delta Cl = -0,87$							
20-30	19,31	20-30	19,31	Трубка Снежинского			
75-80	19,67	75-80	19,67	$\Delta Cl = +0,01$			
110-120	19,32	110-120	19,32	20-30	19,23	20-30	19,23
180-185	19,78	180-185	19,78	50-60	19,23	50-60	19,23
245-255	19,71	245-255	19,71	80-90	19,23	80-90	19,23
315-320	19,73	315-320	19,73	110-120	19,34	110-120	19,34
380-390	19,41	380-390	19,41	190-200	19,33	190-200	19,33
450-460	19,49	450-460	19,49	250-260	19,68	250-260	19,68
533-543	19,39	533-543	19,39	317-325	19,62	317-325	19,62
Ст. 140. Глуб. 3427 м							
Гидростатическая трубка							
0-10 (Дночерп.) 19,13							
110-120 19,20							
190-200 19,26							
310-320 20,36							
410-420 20,21							
587-607 20,09							
883-900 19,98							
1342-1352 21,56							
2150-2160 20,61							
2350-2360 20,21							
2650-2660 20,93							
Ст. 162. Глуб. 8513 м							
Тихий океан.							
Курильская впадина „Тускарора“							
$\Delta Cl = +0,32$							
9-11,5 19,54							
28-33 19,40							
48-53 19,50							
83-88 19,52							
103-108 19,67							
119-129 19,29							
Ст. 167. Глуб. 5554 м							
Тихий океан, 400 миль к ю.-в. от пролива							
Буссоль							
$\Delta Cl = +0,41$							
0-10 (Дночерп.) 19,44							
39-43 19,25							
110-120 19,68							
186-193 19,44							
253-261 19,35							
326-333 19,74							
400-409 19,49							
470-474 19,52							
542-551 19,59							
610-620 19,49							
685-695 19,54							
755-765 19,68							
825-835 19,83							
893-900 19,74							

Пояснения к названиям форм рельефа см. (5).

В монолитах, полученных гидростатическими трубками длиной в 18—27 м, мы имеем возможность проследить хлорность в течение очень больших периодов геологического времени, не выходящих, однако, за пределы четвертичного периода.

На ст. № 25 в 18-метровом монолите хлорности осадков в большинстве случаев лежат в пределах 19,5—19,6‰, в отдельных случаях опускаются до 19,2‰ или поднимаясь до величины выше 20‰ (центральная часть моря).

На ст. № 140 в области южной котловины, в 27-метровом монолите, полученном гидростатической трубкой, хлорность в верхнем 2-метровом слое 19,2—19,3‰, а ниже возрастает до величины выше 20‰.

Ход хлорности по вертикали на станциях №№ 127, 132 и в трубке Свиньинского на ст. № 140 не внушает сомнений в правильности взятия проб. В верхнем 2-метровом слое на этих станциях хлорности грунтовых растворов близки к современным. Ниже горизонта 2—2,5 м обнаруживается явное повышение хлорности на несколько десятых промилле, а в отдельных случаях и до 1‰ и даже выше. Данные по ст. № 25 (гидростатическая трубка) где хлорность заметно повышена уже в первых дециметрах, заставляют предположить, что верхняя часть монолита срезана и что проба отвечает более низким горизонтам, чем это показано в табл. 1.

Данные по ст. №№ 25 и 140 (гидростатические трубки) вместе с данными по ст. №№ 23, 127, 129, 132, 139 не оставляют сомнения в том, что в геологическом прошлом (немного десятков тысяч лет назад) южная котловина моря и примыкающий к ней с севера район были заполнены водой значительно большей солености, чем теперь. Это превышение для различных этапов осолонения составляет от нескольких десятков до 1‰ хлорности. Отсутствие более длинных монолитов по северной части моря не позволяет с уверенностью распространить этот вывод и на эту часть моря. Однако большая скорость осадкообразования в северных более мелководных районах и тенденция к повышению хлорности в нижних горизонтах позволяют высказать предположение, что это повышение солености захватило также и северную часть моря.

Для открытой прилегающей части Тихого океана мы имеем данные для ст. № 167, лежащей приблизительно на 400 миль к юго-востоку от Курильской гряды. Скорость осадкообразования здесь несомненно ниже, чем в Охотском море и поэтому 9-метровый монолит этой станции обнимает промежуток времени вероятно по крайней мере соизмеримый с временем отложения 18-метрового монолита ст. № 25 и 27-метрового монолита ст. № 140.

Как видно из табл. 1, осадки верхнего метра ст. № 167 имеют хлорность близкую к современной, а хлорность толщи 1—7 м заключена в пределах 19,4—19,7‰, и в среднем близка к 19,5—19,6‰. Таким образом, очевидно, что сильное повышение хлорности осадков Охотского моря в геологическом прошлом связано не с осолонением Тихого океана, а с физико-географическими условиями самого Охотского моря. Наиболее естественной причиной осолонения является значительно более суровый климат и резко выраженные процессы зимнего вымораживания вод.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
15 VIII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. В. Бруевич, Е. Г. Виноградова, ДАН, 27, № 6 (1940). <sup>2</sup> С. В. Бруевич, Е. Г. Виноградова, Гидрохим. матер., Изд. АН СССР, 13 (1947). <sup>3</sup> С. В. Бруевич, ДАН, 84, № 3 (1952). <sup>4</sup> Т. И. Горшкова, Тр. ВНИРО, 31 (1955). <sup>5</sup> Г. Удинцев, Тр. Инст. океанол. АН СССР, 13 (1955). <sup>6</sup> K. O. Emery, S. C. Rittenberg, Bull. Am. Assoc. Petrol. Geol., 36, № 5 (1952). <sup>7</sup> St. Grippenbergh, 5th. Hydrological Conference of the Baltic States, Comm. № 12-A, Helsinki, 1934. <sup>8</sup> B. Kullenberg, Med. del. Oceanogr. Inst. Göteborg, 21 (1952). <sup>9</sup> B. Kullenberg, Tellus, 6, № 3 (1954).



В. П. КОЗЛОВ и Л. В. ТОКАРЕВ

**ГЕОХИМИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОРГАНИЧЕСКОГО  
ВЕЩЕСТВА И БИТУМОВ, РАССЕЯННЫХ В ОТЛОЖЕНИЯХ  
УГЛЕНОСНОГО ГОРИЗОНТА НИЖНЕГО КАРБОНА  
КУЙБЫШЕВСКОГО ПОВОЛЖЬЯ**

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 X 1956)

Отложения угленосного (сталиногорского) горизонта нижнего карбона в основных границах от кровли известняков с турнейской фауной до подошвы первого снизу прослоя известняка с тульской фауной представлены в основном терригенными породами — песчаниками (нередко нефтенасыщенными), алевролитами и глинами (часто углистыми) с прослоями и линзами углистых сланцев и углей. Мощность горизонта изменяется от нескольких метров до трех-четыре сотен метров. Наибольшие мощности его приурочены к полосе, проходящей в восточной половине территории, где выделяются две толщи: глинистая и существенно песчаная. Первая (нижняя) отлагалась в опреснявшемся времени морском заливе, причем существенно-восстановительная граница проходила в осадке у самой его поверхности. Нижняя часть песчаной толщи в полосе повышенных мощностей формировалась при смене обстановки от опреснявшегося морского залива до континентальных приморских болот, а верхняя ее часть, как и отложения горизонта в остальных районах, представляет собою в основном континентальные — озерные, болотные и речные накопления, тесно возможно приуроченные к дельтам.

Здесь излагаются результаты геохимического изучения рассеянных в основном песчаной толще (в том числе из района Сулеево, Татария), органического вещества и битумов, проведенного в лабораториях Всесоюзно-научно-исследовательского нефтяного геологического института.

Битумы экстрагировались сначала хлороформом, а затем спирто-бензолом (1:1). Органический углерод определялся методом сухого сжигания; путем умножения его содержания на коэффициент  $\frac{4}{3}$  вычислялось его количество органического вещества. Содержание гуминовых кислот определялось колориметрическим методом.

Содержание органического углерода составляет в песчаниках с углистыми включениями 1,4—2,5% (2 образца), в алевролитах 1,03—3,12% (4 образца), в глинах и аргиллитах 1,28—2,71% (2 образца), в углистых глинах и аргиллитах 5,11—13,02% (10 образцов), в сильно углистом алевролите 18% (1 образец), в углистых сланцах 16,8—32,3% (4 образца) и в углях 35—65,58% (4 образца). Таким образом, даже те разности пород, в которых не наблюдается макроскопически заметной примеси углистого вещества (глины и аргиллиты, алевролиты), отличаются повышенным содержанием органического углерода. Изучение шлифов этих пород показало, что в них присутствует углистый материал, в том числе споры.

Содержание свободного битума А и суммарное содержание битума (А + С) в органическом веществе, в общем уменьшается от песчаников к глинам и далее к углям, т. е. с увеличением количества органического вещества (табл. 1). Гуминовых кислот в органическом веществе очень мало, чем в некоторых породах, в том числе существенно обогащенных



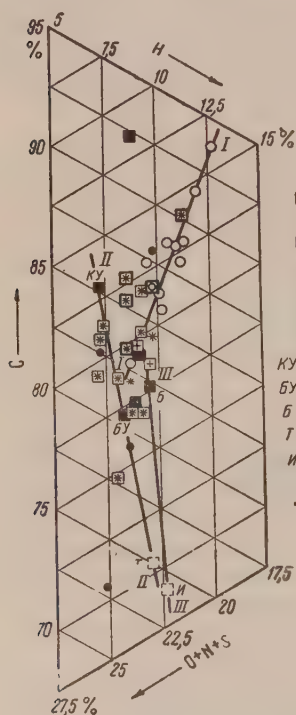
углистым материалом, их присутствие вовсе не обнаружено. Содержание же нерастворимого остаточного органического вещества, наоборот, очень высокое и несколько повышается от алевролитов к углям.

Иная картина получается, если рассматривать содержание битума в расчете на породу: количество его в породах увеличивается с увеличением заключенного в них органического вещества (табл. 1).

Таблица 1

Породы	Средние содержания %									Число образцов
	органиче- ское ве- щество	на породу			на органическое вещество					
		битумы			битумы			гумино- вые кис- лоты	нераство- римый остаток	
		А	С	А+С	А	С	А+С			
Песчаники с угли- стыми вклю- чениями	2,60	0,29	?	?	10,96	?	?	0	?	2
Алевролиты слабо углистые	4,09	0,403	0,033	0,436	9,80	0,80	10,60	2,23	87,17	2
Глины и аргиллиты	2,66	0,15	0,016	0,166	6,48	0,97	7,45	0	92,55	2
Глины и аргиллиты углистые	11,21	0,51	0,124	0,634	4,66	1,20	5,86	2,65	91,49	9
Алевролит сильно углистый	31,56	1,85	0,17	2,02	5,86	0,53	6,39	0	93,61	1
Углистые сланцы	39,16	1,84	0,29	2,13	4,74	0,73	5,47	1,54	92,98	3
Угли	70,67	2,48	0,488	2,968	3,41	0,68	4,09	1,26	94,65	4

Выход хлороформного экстракта свободного битума А по отношению к общему количеству этого битума в общем растет по мере увеличения со-



держания в породах углистого органического материала (табл. 2). Элементарный состав хлороформного экстракта битума А (табл. 2, рис. 1) показывает, что наиболее восстановленными являются экстракты из высокоуглистых пород. Хлороформный экстракт битума С также является относительно более восстановленным у высокоуглистых пород: содержание в нем углерода составляет (в процентах) у углистых глин и аргиллитов 72,73, у сильно углистого алевролита 75,24, у углистых сланцев 77,15, у углей 77,80; соответственно для  $O + N + S$ : 18,45; 15,75; 14,07; 13,16; содержание водорода колеблется от 8,7 до 9,04%, отношение  $C/H$  — от 8,25 до 8,77.

Рис. 1. Элементарный состав хлороформного экстракта битума А из пород угленосного горизонта Куйбышевского Поволжья. Битумы: 1—из песчаников с углистыми включениями, 2—из алевролитов, 3—из алевролитов сильно углистого, 4—из глин и аргиллитов, 5—из глин и аргиллитов углистых, 6—из углистых сланцев, 7—из углей; битумы по О. А. Радченко и др. (1), 8—из каменных углей, 9—из бурых углей, 10—из богеходов, 11—из торфов, 12—из илов; 13—нефтяные битумы по В. А. Успенскому и др. (2), 14—линии средних значений битумов: I—I—нефтяных, II—II—торфов и гумусовых углей, III—III—илов и углей-сапропелитов

Рассмотрение компонентного состава хлороформного экстракта битума А показывает, что битумы из глин и аргиллитов (включая углистые и

сти) и сильно углистого алевролита являются относительно более восстановленными, а битумы из слабо углистого алевролита, из углистых сланцев и особенно из углей менее восстановлены (табл. 2, рис. 2).

Таблица 2

Породы	Выход хлороформного экстракта на весь битум А, %	Состав хлороформного экстракта в %									
		элементарный					компонентный				
		С	Н	O+N+S	C/H	число образцов	масла + петролейно-эфирные смолы	бензол-ные смолы	спирто-бензол-ные смолы	асфальтены	число образцов
глины с углистыми включениями	19,6	79,19	9,23	11,58	8,60	2	—	—	—	—	—
алевролиты (в том числе слабо углистые)	30,5	77,45	8,24	14,32	9,40	4	28,79	11,54	42,23	17,44	1
и аргиллиты	23,3	79,01	9,25	11,74	8,55	2	50,19	15,70	25,47	8,64	1
и аргиллиты углистые	41,5	79,16	8,18	12,66	9,7	9	46,59	16,96	23,50	12,94	7
алевролит сильно углистый	38,4	81,85	9,81	8,34	8,3	1	55,87	9,06	26,57	8,50	1
углистые сланцы	43,6	82,13	9,13	8,74	9,0	4	33,73	15,65	34,32	16,30	2
	48,0	81,71	8,90	9,39	9,2	3	26,07	15,21	30,02	28,70	3

Таким образом оказывается, что хлороформный экстракт битума А в глинах и углистых сланцах по элементарному составу относится к наиболее восстановленным, а по компонентному — к наименее восстановленным, в углистых же глинах и аргиллитах наблюдается обратная картина.

Элементарный состав выделенных из хлороформного экстракта битума масел и петролейно-эфирных смол колеблется у различных типов пород незначительно (табл. 3).

При этом наиболее восстановленными являются масла из наименее углистой породы.

Таблица 3

Породы	С	Н	Н	O+S	C/H	Число анализов
	в процентах					

#### Масла

алевролит слабо углистая	86,37	10,35	1,77	1,51	8,34	1
--------------------------	-------	-------	------	------	------	---

#### Масла + петролейно-эфирные смолы

алевролит слабо углистый	86,36	10,38	0,82	2,44	8,32	1
алевролит и аргиллит углистые	83,23	9,34	0,56	6,87	8,91	2
углистый сланец	83,64	10,53	0,56	5,27	7,95	1
	85,97	9,67	0,38	3,97	8,87	2

Элементарный состав выделенных из хлороформного экстракта битума бензолных смол изменяется у различных типов пород в еще меньшей степени, чем у масел: содержание в нем углерода составляет 79,29—83,14%, водорода 8,08—8,91%, суммы O + N + S 8,78—12,22%, а отношение C/H изменяется от 8,90 до 10,30.

На диаграмме (см. рис. 1) видно, что хлороформные экстракты битума А по элементарному составу в большинстве случаев тяготеют к линиям углистых битумов, и потому можно предполагать, что эти вещества принадлежат к битумам угольного ряда. Лишь для отдельных образцов можно

высказать предположение, что они сближаются с нефтяными битумами. Наибольшую неуверенность вызывают в данном случае битумы, которые располагаются на участке сближения линий нефтяных и угольно-сапропелевых битумов и вероятного пересечения их продолжений.

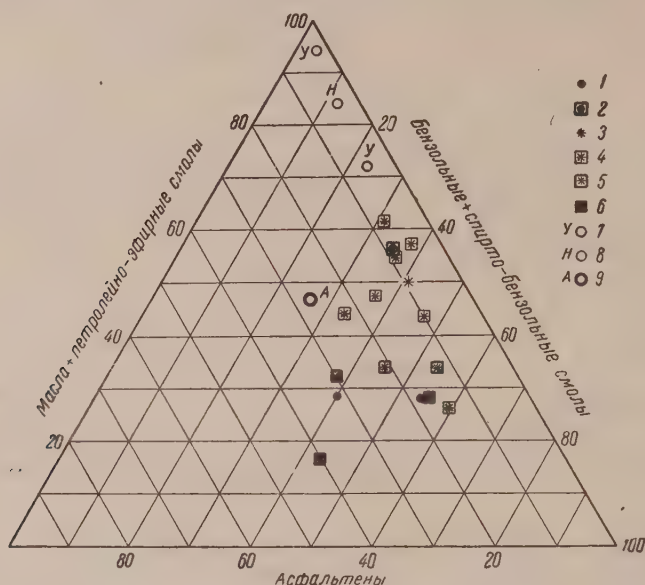


Рис. 2. Компонентный состав хлороформного экстракта битума А из пород угленосного горизонта Куйбышевского Поволжья. Битумы: 1 — из алевролитов, 2 — из алевролита сильно углистого, 3 — из глины, 4 — из глин и аргиллитов углистых, 5 — из углистых сланцев, 6 — из углей; 7 — нефти из угленосного горизонта Куйбышевского Поволжья: средний состав, по К. Ф. Родионовой и др.<sup>(3)</sup>; 8 — нефтей, 9 — асфальтов

Из диаграммы (см. рис. 2) видно, что по компонентному составу хлороформного экстракта битумы из углей и алевролитов наиболее удалены от нефтей; несколько ближе к последним располагаются битумы из углистых сланцев, и еще ближе — значительная часть битумов из углистых глин и аргиллитов. Ближе всего к нефтям располагаются некоторые битумы из углистых глин и аргиллитов, из сильно углистого алевролита и из глин, которые на этом основании предположительно можно сближать с битумами нефтяного ряда. Остальные же перечисленные выше битумы, учитывая в основном углистый характер органического вещества, с которым они связаны, видимо приближаются к угольным битумам.

Сообразуясь с данными палеогеографической обстановки и учитывая все охарактеризованные выше свойства битумов и особенно их элементарный и компонентный состав, можно предполагать, что если в существенно песчаной толще угленосного горизонта Куйбышевского Поволжья и происходило нефтеобразование, то оно имело весьма ограниченные масштабы.

Всесоюзный научно-исследовательский  
геолого-разведочный нефтяной институт

Поступило  
22 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> О. А. Радченко, И. П. Карпова, А. С. Чернышева, Тр. ВНИГРИ, в. 57 (1951). <sup>2</sup> В. А. Успенский, А. П. Шишкова, Н. А. Антоновская, Тр. ВНИГРИ, в. 28 (1949). <sup>3</sup> К. Ф. Родионова, А. Ф. Старовойтова, Н. В. Каперская, Тр. Всесоюз. нефтегаз. инст. (ВНИИ), в. IV (1954).



В. А. ТОЛМАЧЕВ

**О СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЯХ РАСТВОРЕННОГО КИСЛОРОДА  
НА БОЛЬШИХ ГЛУБИНАХ БАЙКАЛА**

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 3 III 1956)

Давно установлено <sup>(1)</sup>, что воды на больших глубинах Байкала богаты растворенным кислородом. Однако о сезонных колебаниях концентрации кислорода в этих слоях ничего, или почти ничего не было известно. Обычная схема сезонных изменений содержания растворенного кислорода в нижних слоях вод озера — с осенним и весенним максимумами и большим или меньшим дефицитом зимой и летом — свойственна почти всем известным озерам с устойчивой прямой термической стратификацией летом и с обратной — зимой. Однако огромные глубины Байкала и представление о значительной застойности его глубинных вод позволяли рассчитывать на обнаружение известного своеобразия Байкала и в этом отношении.

Начиная с 1948 г., Байкальской лимнологической станцией, входящей в состав Лаборатории озероведения АН СССР, было проведено планомерное исследование гидрохимии Байкала. Среди материалов, собранных автором при участии сотрудников названных учреждений, имеется ряд серий, относящихся к пунктам в двух наиболее глубоких впадинах Байкала: в среднем Байкале, в 11 км к ЮВ от м. Ухан (глубина более 1000 м) и в южном Байкале, в 11 км к ЮЮВ от м. Лиственничного (глубина более 1400 м) (табл. 1).

Г. Ю. Верещагин <sup>(2)</sup> выделяет в Байкале глубже 1000 м «подзону глубинного застоя», хотя и с оговоркой, что подзона глубинного застоя характеризуется абсолютным застоєм ее водных масс и полной динамической разобщенностью с вышележащими слоями. Особенно значительные перемещения водных масс, по Верещагину, приурочены к поздней осени, когда охлажденные поверхностные воды озера имеют возможность попасть на любые глубины Байкала. О степени застойности глубинных вод Байкала можно судить, в частности, по характеру режима растворенного в этих водах кислорода. На рис. 1 мы приводим построенные на кривые изменений во времени концентраций  $O_2$  по данным за 1948—1951 гг. График убедительно свидетельствует о наличии закономерных сезонных изменений концентрации растворенного  $O_2$  в водах больших глубин Байкала. Естественно, что в разные годы степень развития процессов, разделяющих изменения этих концентраций, различна.

Проникновение растворенного  $O_2$  на глубины Байкала возможно путем диффузии из вышележащих слоев, путем механического захватывания воздуха (обволакивание, поры) оседающими твердыми частицами и, наконец, с относительно богатыми растворенным  $O_2$  водами, проникающими с меньших глубин. При этом роль конвекционных токов, связанных с температурными изменениями в верхних слоях, а равно и погружающихся с питанием озеро (притоки) для больших глубин Байкала вероятно невелика.



Таблица 1

Температура воды и количество растворенного кислорода в двух наиболее глубоких впадинах Байкала  
Средний Байкал, в 11 км от м. Ухан

Глубина, м	8 XII 1948		31 VIII 1949		8 X 1949		28 XI 1949		19 VI 1950		16 VIII 1950***		28 X 1950		9 III 1951	
	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л
0,5	3,35	12,5	10,95	11,1	8,60	11,4	3,81	12,4	2,94	13,4	12,68	10,9	5,72	11,9	0,38	13,7
10	—	—	10,22	11,8	8,49	11,3	3,81	12,5	2,79	13,2	12,18	11,3	5,51	11,9	0,38	14,0
25	3,38	12,4	9,66	12,4	8,46	11,4	3,81	12,1	2,78	13,2	3,66	12,3	5,32	11,8	0,55	13,5
50	3,43	12,4	12,2	12,4	7,67	11,4	3,81	12,1	2,77	13,1	3,66	12,4	5,32	11,9	1,19	13,2
100	3,59	12,4	3,71	12,4	5,74	11,9	3,80	12,4	2,81	13,1	3,76	12,3	4,98	11,9	4,19	13,2
200	—	—	12,4	12,5	4,00	12,2	3,80	12,2	2,81	13,1	3,68	12,1	3,71	12,3	3,55	11,8
300	3,45	11,9	3,70	12,0	3,67	12,0	3,76	12,0	3,51	11,6	3,43	11,8	3,54	11,8	3,46	11,7
500	3,41	11,8	3,43	11,6	3,62	11,6	3,54	11,8	3,41	11,3	3,36	11,2	3,42	11,3	3,36	11,5
700	3,46	11,6	3,39	11,3	3,34	11,2	3,41	11,2	3,30	11,0	3,36	10,8	3,27	11,5	3,31	10,8
1000	3,37	11,3	3,31	10,6	3,25	10,6	3,38	11,0	3,23	10,2	3,24	10,3	3,24	10,2	3,21	10,3
1250	—	—	3,28	10,6**	—	—	—	—	3,20	10,2	3,18	10,1	3,16	10,3	3,09	10,2
1500	3,24	10,7*	—	—	3,15	9,9	3,22	10,8	3,19	10,5	3,17	9,5	3,18	10,1	3,12	10,0
1700	—	—	—	—	3,15	9,2	3,19	10,5	3,17	10,0	3,17	9,5	3,18	10,1	3,12	10,0

\* На глубине 1470 м.

\*\* На глубине 1298 м.

\*\*\* До глубины 1000 м 25 VIII 1950 г.; с глубины 1250 м 16 VIII 1950 г.

## Южный Байкал, в 11 км от м. Лиственничного

Глубина, м	15 XII 1948		23 VIII 1949		6 X 1949		23 XI 1949****		20 VI 1950		17 VII 1950		29 VIII 1950		25 X 1950		24 II 1951		20 III 1951	
	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л	т-ра воды, °C	O <sub>2</sub> мг/л
0,5	4,96	12,8	12,09	11,1	5,86	12,2	4,02	12,0	3,21	13,3	9,51	12,4	11,54	11,0	6,91	11,5	0,08	14,3	0,44	14,6
10	3,30	12,8	—	—	5,90	12,1	3,95	12,0	3,27	13,3	5,36	12,6	7,99	11,7	6,92	11,3	0,28	14,6	0,55	14,5
25	3,28	11,9	5,60	12,3	5,39	12,1	3,95	12,1	3,29	13,3	4,41	12,7	6,20	12,0	6,88	11,4	0,40	13,9	0,58	14,5
50	3,22	12,2	5,23	12,0	4,79	12,1	4,01	12,1	3,25	13,4	4,18	13,0	4,85	12,1	6,38	11,5	1,70	12,7	1,68	12,8
100	3,63	11,5	3,91	12,2	3,89	11,9	3,91	12,0	3,42	13,3	3,87	12,7	3,95	12,0	4,53	11,9	3,32	11,9	1,42	12,1
200	3,89	12,0	3,56	—	3,89	12,0	3,81	12,1	3,44	11,8	3,57	11,8	3,64	11,6	3,76	12,0	3,50	11,6	1,42	12,1
300	3,63	11,8	3,53	11,7	3,55	11,6	3,65	11,8	3,48	11,5	3,46	11,6	3,53	11,4	3,64	11,7	3,49	11,6	3,55	11,7
500	3,35	11,4	3,58	11,4	3,64	11,1	3,64	11,0	3,52	11,3	3,44	11,4	3,48	10,9	3,48	11,3	3,43	10,9	3,44	11,5
700	3,38	11,0	3,47	11,1	3,43	10,6	3,46	11,3	3,45	10,7	3,42	11,0	3,42	10,7	3,40	10,6	3,39	10,7	3,41	10,5
1000	3,33	10,45	3,31	10,6	3,40	10,3	3,42	10,5	3,40	10,4	3,38	10,6	3,37	10,1	3,37	10,3	3,34	10,3	3,34	10,3
1250	—	—	—	—	—	—	3,41	10,4*	3,36	10,1	3,5	10,4	3,30	10,0	3,38	9,8	3,35	10,25	3,35	10,1
1400	3,34	10,4	—	—	3,42	9,2	3,40	10,3**	3,37	9,8***	3,38	9,8	3,28	9,3	3,36	9,0	3,40	10,1	3,37	9,8

\* На глубине 1300 м.

\*\* На глубине 1350 м.

\*\*\* На глубине 1375 м.

\*\*\*\* Серия 23 XI 1949 г. в нескольких экземплярах к западу от пункта всех остальных наблюдений.

Итак, за несколько месяцев на больших глубинах потребляется более 1 мг/л. содержащегося там растворенного кислорода, т. е. более 1 мг/л. Восстановление же потребленного кислорода происходит за 1—2 месяца. Объяснить такой темп восстановления диффузией невозможно — так как коэффициент диффузии  $O_2$  в воде составляет по Нйфег'у <sup>(4)</sup> 1,62, на это потребовалось бы много лет. Совершенно незначительное присутствие в водах Байкала оседающих твердых частиц <sup>(5)</sup> заставляет отбросить мысль о практическом значении поступления кислорода и этим путем. В то же время диффузия, и механический принос с твердыми частицами в какой-то незначительной степени компенсирует часть потребления растворенного кислорода на больших глубинах Байкала.

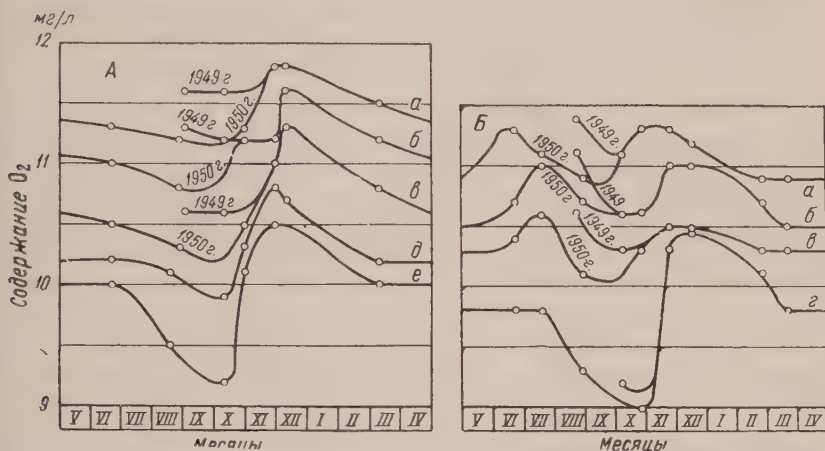


Рис. 1. Сезонные колебания содержания растворенного кислорода на больших глубинах Байкала. А — Средний Байкал; даты наблюдений: 8 XII 1948 г., 31 VIII 1949 г., 28 XI 1949 г., 19 VI 1949 г., 16 VIII 1950 г., 28 X 1950 г., 9 III 1951 г.; Б — Южный Байкал: а — на глубине 500 м, б — 700 м, в — 1000 м, г — 1400 м, д — 1500 м, е — 1700 м; даты наблюдений: 15 XII 1948 г., 23 VIII 1949 г., 6 X 1949 г., 23 XI 1949 г., 20 VI 1950 г., 17 VII 1950 г., 29 VIII 1950 г., 25 X 1950 г., 14 II 1951 г., 20 III 1951 г.

Таким образом, мы приходим к выводу, что основным источником обогащения глубинных вод Байкала растворенным кислородом должно являться перемешивание их с водами, поступающими с меньших глубин, в сложном процессе внутреннего водообмена в озере. График наглядно показывает, что этот процесс приурочивается к месяцам поздней осени, когда особенно сильны и часты ветры на Байкале и когда верхние сотни метров вод озера охлаждены и более или менее гомотермичны.

Позднеосенний период является единственным в году, когда в глубинных водах впадины среднего Байкала, т. е. глубже 500 м, происходит восстановление потребленного кислорода. В южном же Байкале, кроме того, сказывается влияние второго — весеннего — периода усиления внутреннего водообмена. Этот период приходится на глубину 500 м на июнь, а на глубине 700 м — несколько позже. На Байкале июнь — первый месяц, когда озеро полностью открыто от льда. Верхние слои вод озера прогреваются медленно, и именно к этому времени приурочен второй период усиления внутренних перемещений водных масс в озере. К глубине более 250 м влияние этого второго, весеннего перемешивания вод затухает. Возможно, впрочем, допустить, что влияние это проникает и глубже, однако в этом случае оно не выходит за пределы компенсации развития дефицита растворенного кислорода\*.

\* На большое значение осенней и весенней циркуляций вод среди процессов, доставляющих кислород на большие глубины Байкала, Г. Ю. Верещагин указывал еще в 1927 г. <sup>(3)</sup>

Потребление растворенного кислорода в больших глубинах Байкала на дыхание живых организмов и окислительные процессы протекает в условиях практически неизменных в году температур воды, в отсутствие освещенности и при вероятном отсутствии существенных сезонных изменений в количестве обитающих организмов. Из всей группы этих процессов сезонный характер может иметь лишь разложение органических веществ, опускающихся на глубину в разных количествах в разные месяцы года. Это относится к отмершему планктону, а также к тем, по преимуществу растительным, остаткам, которые, особенно в паводки, вносятся в Байкал его многочисленными притоками и непосредственно смываются с берегов.

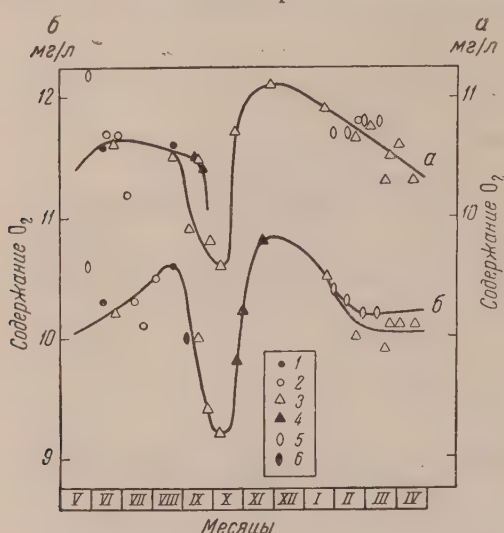


Рис. 2. Сезонные колебания содержания растворенного кислорода в районе Маритуга; а — на глубине 700 м, б — 1000 м; 1—1925 г., 2—1926 г., 3—1927 г., 4—1928 г.; 5—1929 г., 6—1933 г.

Известная роль принадлежит здесь талым и ливневым водам. Ни скорости погружения этих частиц, ни степень их разложения, в которой они доходят до больших глубин пока не известны. Если судить по кривым для глубин 1400, 1500 и 1700 м, максимум потребления растворенного кислорода приходится на период с июля по сентябрь и, возможно, на январь и февраль. Сопоставляя данные трех серий до глубин 200, 790 и 900 м Г. Ю. Верещагин<sup>(3)</sup> устанавливал существование в глубинной зоне зимнего минимума растворенного кислорода. Таким образом, несомненно, что превышение потребления кислорода в водах больших глубин Байкала над его проникновением туда усиливает-

ся в отдельные периоды года, что накладывает свой отпечаток на характер и размах сезонных колебаний содержания растворенного в этих водах кислорода.

В материалах Байкальской лимнологической станции за прежние годы лишь для одного пункта, расположенного в 3 км от берега, в Маритуге (южный Байкал), имеется достаточное количество данных о содержании растворенного кислорода в глубинных водах Байкала за ряд лет, позволяющих построить график (рис. 2). Разброс точек здесь значительно больше чем на рис. 1. Это объясняется тем, что сам пункт наблюдений находится в области крутого подводного склона вблизи берега, а также тем, что данные относятся к разным годам. График подтверждает установленную выше закономерность сезонных колебаний растворенного кислорода. Различие заключается лишь в большей глубине проникновения влияния второго, весеннего периода усиления процессов внутреннего водообмена, что и естественно в области берегового склона. К сожалению, построить кривую для глубины более 1000 м не удалось за отсутствием данных.

Лаборатория озерадения  
Академии наук СССР

Поступило  
2 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. Ю. Верещагин, ДАН, А, 20, 327 (1927). <sup>2</sup> Г. Ю. Верещагин, Сборн. акад. В. И. Вернадскому к пятидесятилетию деятельн., 1936, стр. 1207 — 1230. <sup>3</sup> Г. Ю. Верещагин, Тр. Ком. по изуч. оз. Байкал, 2, 77 (1927). <sup>4</sup> С. Нүфнер, Ann. d. Phys. u. Chem., N. F., 60, 134 (1867). <sup>5</sup> Г. Ю. Верещагин, Байкал, 1947.



Л. В. СЛОЖЕНИКИНА и член-корреспондент АН СССР С. Е. СЕВЕРИН

# ВЛИЯНИЕ ДЕАФФЕРЕНТАЦИИ И ДЕЭФФЕРЕНТАЦИИ МЫШЦ НА СОДЕРЖАНИЕ В НИХ ДИПЕПТИДОВ КАРНОЗИНА И АНСЕРИНА

Проведенные нами исследования по изучению влияния десимпатизации, ферментации и деэфферентации мышцы на протекающие в ней процессы углеводно-фосфорного и окислительного обмена показали, что нарушение углеводно-фосфорного обмена наблюдается после выключения двигательных волокон седалищного нерва и частично после выключения чувствительных волокон его. Нарушение дыхательного фосфорилирования (в той или иной степени) имело место только в деэфферентированных мышцах. Привлекая во внимание установленное ранее влияние дипептидов карнозина и ансерина на углеводно-фосфорный и окислительный обмен (<sup>1-4</sup>), можно было полагать, что нарушение этих процессов сопровождается изменением содержания названных дипептидов в мышцах. В связи с этим было проведено изучение содержания карнозина и ансерина в деафферентированных и деэфферентированных мышцах.

Из литературных данных известно, что перерезка смешанного ствола седалищного нерва на ранних сроках после операции не вызывает изменений в содержании карнозина в оперированной мышце (<sup>5</sup>). На более поздних сроках наблюдалось закономерное и прогрессирующее уменьшение содержания карнозина; содержание ансерина в первый период полагалось, а после длительных сроков (более 36 дней) — уменьшалось (<sup>6</sup>). Выключение каких волокон седалищного нерва вызывает наблюдаемые изменения в содержании карнозина и ансерина денервированной мышцы, оставалось неясным.

Объектом исследования служили крысы, которые предварительно подвергались операции деафферентации путем односторонней перерезки задних спинномозговых корешков и удаления спинномозговых ганглиев от L<sub>5</sub> до S<sub>2</sub>, иногда L<sub>4</sub> и деэфферентации путем односторонней перерезки передних корешков от L<sub>5</sub> до S<sub>2</sub>, иногда и L<sub>4</sub>. Для исследования использовались икроножные мышцы оперированной конечности, симметричные икроножные мышцы служили в качестве контроля.

Навеска мышечной кашицы растиралась с 2-кратным объемом 5%-го раствора трихлоруксусной кислоты. После первого centrifугирования следовало промывание мышечного осадка 2,5% раствором трихлоруксусной кислоты 3—4 раза. В трихлоруксусном экстракте проводилось определение

Таблица 1

Содержание дипептидов карнозина и ансерина в икроножной мышце кошки (в мг %)

Дата опыта	Карнозин (I)	Ансерин (II)	Дипептиды (I + II)
30 VI 1955	259	468	727
13 X 1955	95	400	495
21 X 1955	171,5	389	560,5
28 X 1955	194	300	494
1 XI 1955	194	227	421
1 II 1956	184,8	405	589,8
10 II 1956	259,3	480	739,3
25 II 1956	153,4	750	903,4
Средние значения	188,9	427,4	616,3



ние содержания карнозина и ансерина методом распределительной хроматографии на бумаге. В качестве растворителя служил насыщенный водный фенол в присутствии паров соляной кислоты. Хроматограмма проявлялась диазореактивом или нингидрином (в зависимости от цели исследования) после тщательной экстракции из бумаги фенола горячим ацетоном. Нингидриновые хроматограммы фиксировались 0,1% раствором азотной кислоты меди, приготовленной на ацетоне. Кроме того, проводилось колориметрическое определение карнозина с диазореактивом (7).

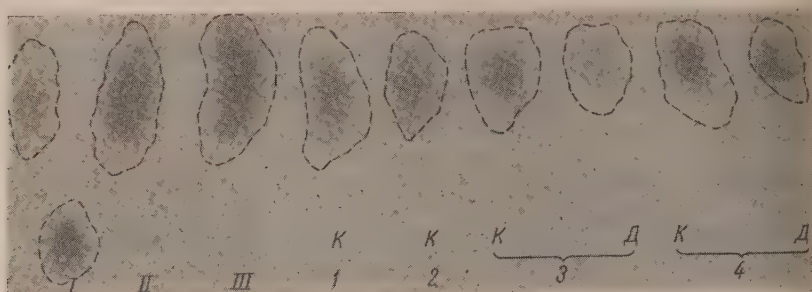


Рис. 1. Содержание карнозина в контрольных и деафферентированных икроножных мышцах кошки. I—III — стандартные пятна карнозина (верхний ряд пятен: 5, 10 и 15  $\mu$ ) и гистидина (нижнее пятно 5  $\mu$ ); 1—4 — трихлоруксусные экстракты из икроножных мышц: 1 и 2 — здоровая кошка, 3 и 4 — спустя 36 дней после операции односторонней деафферентации; К — контрольная мышца, Д — деафферентированная мышца.

В табл. 1 приводятся результаты по определению содержания карнозина и ансерина в контрольной икроножной мышце кошки. Согласно полученным данным, в икроножной мышце кошки в норме суммарное содержание дипептидов карнозина и ансерина составляет в среднем 616 мг% на влажный вес мышцы. На долю карнозина приходится 189 мг%, и ансерина — 427 мг%. Эти величины близки к приведенным в работе Цапа и Вильсона (8).

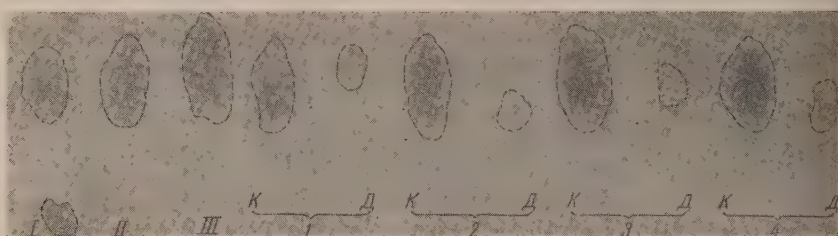


Рис. 2. Содержание карнозина в контрольных и деафферентированных икроножных мышцах кошки. I—III — стандартные пятна карнозина (верхний ряд пятен: 5, 10 и 15  $\mu$ ) и гистидина (нижнее пятно 5  $\mu$ ); 1—4 — трихлоруксусные экстракты из икроножных мышц: 1 — спустя 14 дней после операции односторонней деафферентации (количество экстракта соответствует 10 мг ткани); 2 — спустя 20 дней после операции (количество экстракта соответствует 4,4 мг ткани); 3 — спустя 23 дня после операции (количество экстракта соответствует 46 мг ткани); 4 — спустя 29 дней после операции (количество экстракта соответствует 5 мг ткани); К — контрольная мышца, Д — деафферентированная мышца.

Деафферентация мышцы приводит к небольшому уменьшению содержания карнозина — различие не превышает 18% (рис. 1). Содержание ансерина, по-видимому, подвержено меньшим изменениям.

На рис. 2 и 3 видно содержание карнозина в контрольных и деафферентированных мышцах. Как видно, уже спустя 14 дней после операции содержание карнозина в деафферентированных мышцах резко уменьшается.

спустя 36 дней карнозин совсем исчезает. Несмотря на это, гистидин в дифференцированных мышцах не обнаруживается.

Противоположные результаты были получены при определении содержания ансерина в дифференцированных мышцах (рис. 4). Через 14 дней после операции содержание ансерина в дифференцированных мышцах увеличилось и оставалось повышенным даже спустя 60 дней после опера-

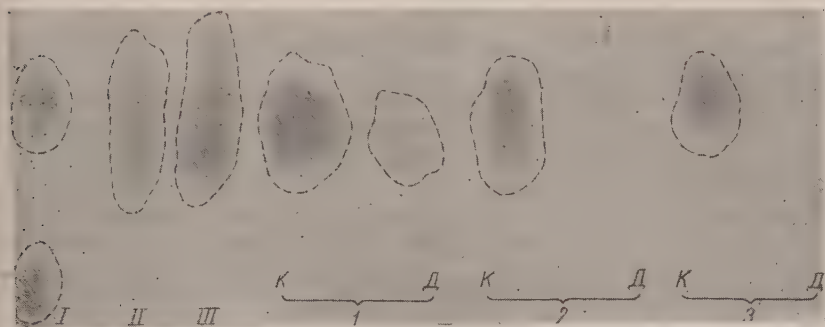


Рис. 3. Содержание карнозина в контрольных и дифференцированных икроножных мышцах кошки. I—III — стандартные пятна карнозина (верхний ряд пятен: 5, 10 и 15 γ) и гистидина (нижнее пятно 5 γ); 1—3 — трихлоруксусные экстракты из икроножных мышц: 1 — спустя 36 дней после операции односторонней дифференциации (количество экстракта из К-мышц соответствует 5 мг ткани, а из Д-мышц — 13,3 мг); 2 — спустя 45 дней после операции (количество экстракта из К-мышц соответствует 4 мг ткани, а из Д-мышц — 10,6 мг); 3 — спустя 60 дней после операции (количество экстракта из К-мышц соответствует 4 мг ткани, а из Д-мышц — 10,6 мг); К — контрольная мышца, Д — дифференцированная мышца.

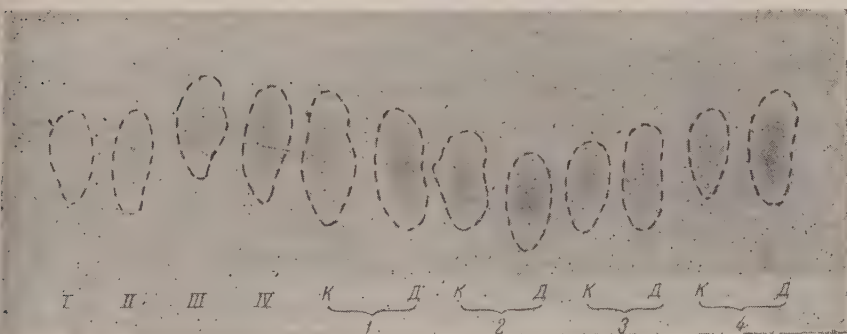


Рис. 4. Содержание ансерина в контрольных и дифференцированных икроножных мышцах кошки. I—IV — стандартные пятна ансерина: 10, 20, 30 и 40 γ. 1—4 — трихлоруксусные экстракты из икроножных мышц: 1 — спустя 14 дней после операции односторонней дифференциации (количество экстракта соответствует 10 мг ткани); 2 — спустя 23 дня после операции (количество экстракта соответствует 6,4 мг ткани); 3 — спустя 29 дней после операции (количество экстракта соответствует 5 мг ткани); 4 — спустя 20 дней после операции (количество экстракта соответствует 4,4 мг ткани); К — контрольная мышца, Д — дифференцированная мышца

Из сопоставления полученных нами результатов с литературными данными становится очевидным, что имеющие место при денервации мышечные изменения в содержании дипептидов карнозина и ансерина практически касаются только от выключения моторных волокон седалищного нерва. Тот факт, что несмотря на уменьшение, а потом и исчезновение карнозина в

мышцах при их деэфферентации гистидина не обнаруживается, свидетельствует, по-видимому, не о повышенном расщеплении карнозина, а о нарушении синтеза его в деэфферентированных мышцах. С другой стороны, увеличение содержания ансерина в деэфферентированных мышцах и одновременное уменьшение содержания карнозина наводит на мысль о повышенном синтезе ансерина, быть может — за счет метилирования карнозина.

Наблюдаемые изменения в содержании ансерина в мышцах находятся в согласии с полученными нами ранее результатами. Согласно данным С. Е. Северина и Н. П. Мешковой<sup>(9)</sup>, ансерин ускоряет образование богатых энергией фосфорных соединений главным образом при дыхательном фосфорилировании. В деафферентированных мышцах дыхательное фосфорилирование не подвергается нарушению, наряду с этим не наблюдаются существенных изменений и в содержании в них ансерина. При деэфферентации мышцы, несмотря на резкое нарушение гликогенолиза, дыхательное фосфорилирование, как наиболее эффективный путь образования богатых энергией фосфорных соединений, оставалось на довольно высоком уровне лишь слегка сниженном по сравнению с контролем. Быть может известную роль в этом играет ансерин, содержание которого в деэфферентированных мышцах не уменьшалось, но увеличивалось.

Что же касается анаэробных превращений углеводов, то, наряду с их нарушением в деафферентированных и деэфферентированных мышцах имело место и уменьшение содержания карнозина. Особенно отчетливо это проявилось при деэфферентации мышцы. Установлено, что карнозин стимулирует главным образом течение реакции гликолитической оксидоредукции, сопряженной с фосфорилированием<sup>(1,2)</sup>. Последняя же в деэфферентированных икроножных мышцах кошки нарушается несущественно, в то же время значительным нарушениям подвергается фосфорилиз гликогена, т. е. реакции, на которую добавление карнозина, по-видимому, влияния не оказывает.

Таким образом, перерезка задних спинномозговых корешков и удаление спинномозговых ганглиев приводит у кошек к несущественному уменьшению содержания карнозина; содержание ансерина практически не изменяется.

Перерезка передних корешков спинного мозга вызывает уменьшение а на более поздних сроках и исчезновение карнозина. Содержание же ансерина увеличивается и остается повышенным спустя даже 60 дней после операции.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило  
29 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Е. Северин, В. И. Иванов, Н. П. Карузина, Р. Я. Юделович, Биохимия, 13, 158 (1948). <sup>2</sup> Н. К. Наградова, Биохимия, 21, 17 (1956). <sup>3</sup> С. Е. Северин, Усп. биол. хим., 2, 355 (1954). <sup>4</sup> С. Е. Северин, Н. П. Мешкова, ДАН, 92, 807 (1953). <sup>5</sup> Б. Колдаев, П. Бутков, Укр. біохім. журн., 7, 63 (1934). <sup>6</sup> Н. А. Юдаев, ДАН, 67, 1069 (1949). <sup>7</sup> Н. П. Мешкова, Физиол. журн., 20, 89 (1936). <sup>8</sup> I. A. Zapp, D. W. Wilson, J. Biol. Chem., 126, 19 (1938). <sup>9</sup> С. Е. Северин, Н. П. Мешкова, Вопросы биохимии мышц, Изд. АН УССР, Киев, 1954, стр. 193.



А. Р. АНАНЬЕВ и Э. А. ЕГАНОВ

О ВОЗРАСТЕ БЫСТРЯНСКОЙ СВИТЫ НА ЮГО-ВОСТОКЕ  
ЗАПАДНОЙ СИБИРИ В СВЯЗИ С ОТКРЫТИЕМ В НЕЙ  
*CYCLOSTIGMA KILTORKENSE* HAUGHTON В РАЙОНЕ УЖУРА

(Представлено академиком Н. М. Страховым 24 X 1956)

Возраст быстрянской свиты, залегающей в основании минусинской (наиболее минусинская свита) и широко развитой во всех впадинах Минусинского прогиба, до сих пор дискутируется. Одними исследователями минусинская свита относится к верхнему девону (<sup>5</sup>), другими — к нижнекарбону (<sup>4</sup>), третьими — к переходным верхнедевонско - нижнекарбонным слоям (<sup>3,4</sup>).

В 1953 г. в отложениях быстрянской свиты Назаровской впадины (наиболее северная из герцинских межгорных Минусинских впадин) Э. А. Егановым было обнаружено местонахождение ископаемых растений, изученных А. Р. Ананьевым и оказавшихся чрезвычайно интересными для суждения о геологическом возрасте этой свиты. Это местонахождение расположено в правом склоне оврага, тянущегося от железнодорожной выемки д. Усть-Сосновку, примерно 8,5 км к востоку от последней, в Ужурском районе Красноярского края (рис. 1, 2). Детальными исследованиями установлено, что слои с ископаемыми растениями залегают примерно в средней части Быстрянской свиты, имеющей следующий разрез снизу вверх: зеленый доломитовый горизонт, залегающий на красноцветной толще верхнего девона, 3—4 м; 2 — нижняя пачка желто-серых массивных и тонкоистых песчаников, 20—30 м; 3 — изыкчульский рыбный горизонт из тонкослоистых карбонатно-глинистых серых пород, мощностью несколько метров, переполненных ихтиофауной: *Acanthodes lopatini* Rohon, *Lepis gracilis* Woodw., *Gyrolepidotus Schmidt* Rohon (определения Обручева); 4 — верхняя толща преимущественно песчаников и конгломератов желто-серых и зеленоватых цветов с прослоями известняков и доломитов, 70—80 м. Общая мощность свиты в окрестностях д. Усть-Сосновки по данным бурения не превышает 100—120 м. Быстрянская свита, согласно подстилающим ее верхнедевонским красноцветным породам, на участке железнодорожная выемка — д. Усть-Сосновка образует пологую синклиналь, прорезаемую на всем этом протяжении оврагом. Контакт между красноцветными отложениями верхнего девона и быстрянской свитой хорошо вскрывается в железнодорожной выемке и вблизи д. Усть-Сосновки (рис. 2).

Ископаемые растения, найденные в изобилии в обнажении 1028 на южной части 4 горизонта, представляют собою отпечатки в светло-серых известняках, сильно известковистых на выветрелых поверхностях. Органическое вещество на них не сохранилось, за исключением редких образцов с сохранением изломом. Несмотря на это, отпечатки оказались достаточно четкими и позволили определить без каких-либо сомнений. *Cyclostigma kiltorkense* Haughton, *C. Carneggianum* (Hr.) Nathorst и *Sphenophyllum mirabile* Nathorst.



Наибольший интерес представляют отпечатки, по-видимому, наружной поверхности коры, стволов и ветвей *C. kiltorkense* (рис. 3). Все они по-зывают мелкие, круглые, отдаленные листовые рубцы, располагающиеся правильными поперечными мутовками или косными рядами. В смежных мутовках листовые рубцы всегда чередуются. Расстояние между соседними мутовками на одних образцах небольшое и одинаковое (рис. 3, 3, 4), на других (рис. 3, 1) оно меняется.



Рис. 1. Местонахождения ископаемой флоры в быстринской свите: 1 — между железнодорожной выемкой и д. Усть-Сосновкой в Ужурском районе; 2 — на правом берегу р. Чулым в Новоселовском районе

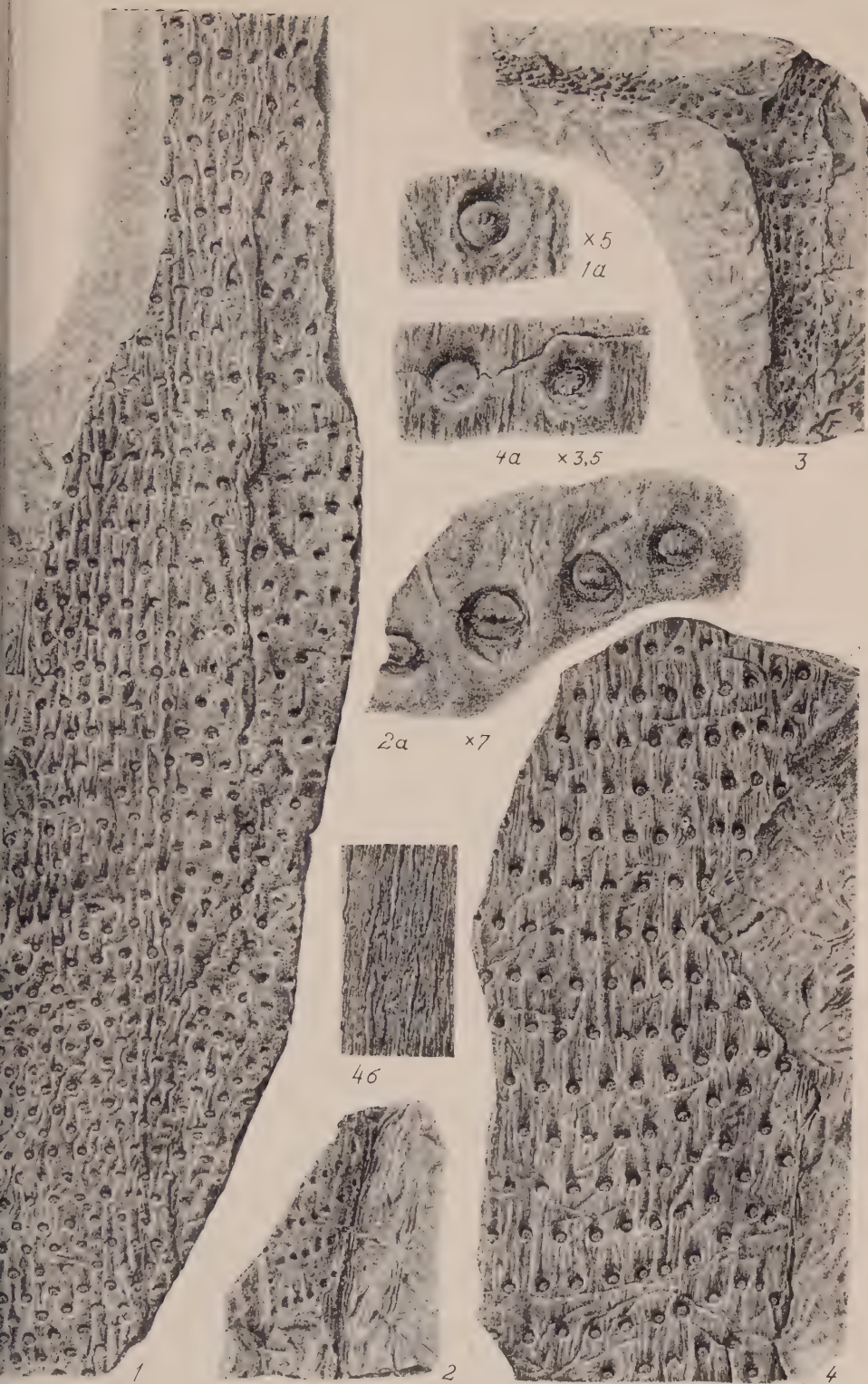
Открытие в быстринской свите вблизи Ужура настоящей *C. kiltorkense* заставляет считать ошибочным ранее сделанное определение этого вида более высоких горизонтов минусинской свиты, в составе типично кульм-



Рис. 2. Геологический разрез отложений быстринской свиты от железнодорожной выемки до д. Усть-Сосновки: 0 — красноцветный верхний девон; 1 — доломитовый горизонт; 2 — нижняя па-чка песчаников; 3 — изычульский рыбный горизонт; 4 — верхняя толща песчаников и алевролитов; 5 — местонахождение ископаемых растений; 6 — выходы изычульского рыбного горизонта

флоры, ошибочно отнесенной к медвежьему ярусу (6-8). Подтверждением этому служит описание одного и того же растения как *C. kiltorkense* (табл. 1, фиг. 78), *C. distans* Chachlov (?) и *Lepidodendron wijkianum* ((9), табл. 1, фиг. 8). Остатки этого растения вообще пока что не могут быть точно определены и по крайней мере к *L. wijkianum* не относятся, так имеют листовые подушки с ясно выраженной лигулой, ошибочно принятой за листовой рубец.

Не изображенные здесь образцы *Cyclostigma Carneggianum* полностью совпадают с образцами этого вида из верхнего девона Медвежьего острова (13, 18), однако принадлежность указанного растения к роду *Cyclostigma* кажется сомнительной, так как оно гораздо ближе стоит к верхнедевонному роду *Prolepidodendron* Arnold (10) и к роду *Lepidodendropsis* Lutz из нижнего карбона, соответствующих, по-видимому, ярусу этрэн-



3. *Cyclostigma kiltorkense* Haughton из района Ужура: 1 — отпечаток коры, нат. вел.; 2 — отпечаток коры тонкой ветви, 5x; 3 — отпечаток коры тонкой разветвленной ветви, 7x; 4 — отпечаток коры крупного ствола, нат. вел.; 4a — часть того же образца, 3,5x — 4b — часть того же образца, показывающая междубцовую скульптуру, 3,5x





только моложе его <sup>(15)</sup>. Имеется мнение, что последние два рода следует свести в один род *Lepidodendropsis* <sup>(14)</sup>. Образцы *Sphenophyllum subtenerrimum* Nath. неотличимы от образцов этого вида из верхнего девона Медвежьего острова <sup>(16)</sup>. Это растение является самым близким предшественником вида *Sph. tenerrimum* из культуры).

Если бы перечисленные выше виды были встречены в толще неизвестного возраста, то пришлось бы такую толщу сопоставить только с верхним ирландским и Медвежьим островами. Но мы знаем, что по ископаемым для быстрианской свиты устанавливается нижнекарбонный возраст, связанный на исчезновении девонских родов и появлении верхнепалеозойских родов <sup>(4)</sup>. Кроме того, в быстрианской свите, примерно на том же стратиграфическом уровне как в районе Ужура (выше изыкчульского рыбного горизонта), но в другом — Игрышинском местонахождении (рис. 1, 1) кратко описаны и изображены <sup>(3)</sup>: *Asterocalamites scrobiculatus* (Nath.) Zeiller, *Rhacophyton incertum* (Dn.) Kr. et W., *Sphenophyllum subtenerrimum* Nath., *Heleniella Theodori* Zal., *Aneimites acadica* Dn., носящий смешанный девон-карбонный характер. В этом же местонахождении найдено несколько новых специфических видов, которые будут описаны в другом месте. Имеется указание <sup>(5)</sup> на наличие в быстрианской свите *Archaeopteris* cf. *intermedia* Nath., *A. sp.*, и *Moresnetia* Stockm. по определению М. Криштофовича, но отсутствие указания на их точное местонахождение обесценивает это сообщение, не могущее пока быть проверенным. В этом случае с низами быстрианской свиты могли быть спутаны самые нижние горизонты красноцветного верхнего девона (тубинской свиты), лежащие, например в Ленном логу Южно-Минусинской впадины, вполне соответствующую археоптерисовую флору с *Archaeopteris hibernica* (Forbes), *Poliopteris* Arnold, *Moresnetia* Zaleskiyi Stockm. и др. Ископаемые растения Ужурского и Игрышинского местонахождений залегают не в низах, а в верхней части быстрианской свиты и наличие здесь *Archaeopteris* и *Moresnetia* еще нужно доказать, хотя их обнаружение не будет сомнительным, так как уже открыта *Cyclostigma kiltorkense*.

Поскольку геологи установили теперь точно стратиграфическое положение быстрианской свиты между красноцветным верхним девонem (тубинской свитой) с флорой *Archaeopteris* и достоверным нижним карбоном (средней частью б. минусинской свиты, теперь выделенной в особую самахвальскую свиту с кульмской флорой лепидодендронов), на территории Минусинской впадины устанавливается самая полная последовательность ископаемых флор от верхнедевонской до нижнекарбонной. Если флора медвежьего яруса Медвежьего острова не оправдала надежд О. Геера <sup>(13)</sup> как промежуточное звено между верхнедевонской флорой и флорой кульма, то флора быстрианской свиты действительно является таковой независимо от того, какой возраст мы ей сейчас припишем: самые верхи верхнего девона, переходный карбон, самые низы нижнего карбона.

Если признать правильным установление нижнекарбонного возраста быстрианской свиты по ихтиофауне, то ископаемые растения не позволяют считать его выше самых низов нижнего карбона. Подтверждением этому является факт доживания многих верхнедевонских видов растений до быстрианского века включительно без ощутимых морфологических изменений. Именно это касается *Cyclostigma kiltorkense* — растения, считающегося в этих пор (в достоверных случаях) самым характерным видом верхнего девона многих стран <sup>(17)</sup>, по которому недавно даже было предложено назвать всю верхнедевонскую флору «Флорой *Cyclostigma* верхнего девона» <sup>(11)</sup>. Отложения быстрианской свиты по геологическим условиям залегания относятся к переходной флоре несомненно заслуживают выделения в самостоятельную быстрианскую ярус, охватывающий в основном самую нижнюю часть континентального нижнего карбона и отчасти, возможно, самый поздний отрезок верхнедевонского времени. Ранее предложенное О. Геером



(<sup>13</sup>) название «медвежий ярус» не может быть здесь применимо, так стратотип этого яруса оказался по флоре и по ихтиофауне верхнедевонским (<sup>16</sup>). В течение быстринского века произошло полное обновление ихтиофауны и только началось преобразование флоры в сторону развития кукушкиных форм. До сих пор считалось, что флора в своем развитии всегда опирается на фауну. В данном же случае мы имеем, по-видимому, редкий случай обратной картины развития.

Установление нового звена в развитии девоно-карбоновых флор несомненно будет иметь большое значение для разгадки возраста многих и других спорных местонахождений ископаемых растений, залегающих на границе девона и карбона.

Томский государственный университет  
им. В. В. Куйбышева

Поступило  
23 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Р. Ананьев, Тр. Томск. гос. ун-в., 132, 17 (1954). <sup>2</sup> Полевой атлас флоры и фауны девонских отложений Минусинской котловины, 1955. <sup>3</sup> Атлас руководящих форм ископаемых фауны и флоры Зап. Сибири, 1, 1955. <sup>4</sup> М. И. Грайзер, Д. В. Ручев, А. Н. Сокольская, ДАН, 98, № 5, 825 (1954). <sup>5</sup> В. С. Мелешенко, Сборн. Палеонтология и стратиграфия, 90 (1953). <sup>6</sup> Н. Смирнов, Тр. СПб. о-ва естествоисп., 35, 137 (1912). <sup>7</sup> В. А. Халлов, Тр. Конфер. по изуч. произв. сил Сибири, 2, 501 (1940). <sup>8</sup> I. Schmalhausen, Bull. Acad. Sci. St.-Petersb., 22, № 2, 278 (1878). <sup>9</sup> I. Schmalhausen, Ibid., 25, № 1, 13 (1878). <sup>10</sup> Ch. A. Arnold, Quebec Contrib. Mus. Pal. Univ. Mich., 5, № 11, 271 (1939). <sup>11</sup> W. Gothan, H. Weyland, Lehrbuch der Paläobotanik, 1951, S. 224. <sup>12</sup> R. S. Houghton, On Cyclostigma a new Genus of Fossil Plants from the Old Red Sandstone of Kiltorkan etc., 1859. <sup>13</sup> O. Heer, Fossile Flora der Baren-Insel, Fl. Foss. Arctica, 2, 1871. <sup>14</sup> R. Kräusel, H. Weyland, Senckenbergiana, 30, № 1/3, 129 (1949). <sup>15</sup> J. Lutz, Palaeontographica, 78, 118 (1933). <sup>16</sup> A. G. Nathorst, Kgl. Svensk. Vet. Akad. Handl., 36, № 3, 1 (1900). <sup>17</sup> H. C. Sze, Acta Scientia Sinica, 1, № 2, 173 (1952). <sup>18</sup> A. G. Nathorst, Kgl. Svensk. Vet. Akad. Handl., 26, № 4, 68 (1894).

А. Г. БАБАЕВ

## О НОВООБРАЗОВАНИЯХ РУТИЛА В МЕЛОВЫХ ОТЛОЖЕНИЯХ СРЕДНЕЙ АЗИИ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 X 1956)

Минеральные новообразования в осадочных породах представляют значительный интерес в первую очередь потому, что они позволяют восстанавливать геохимическую среду возникновения как отдельных компонентов осадочной породы, так и всей ее в целом; следовательно, они являются одним из важнейших исходных критериев в общей задаче выяснения генезиса той или иной осадочной породы.

Долгие годы полагали, что минеральные новообразования в осадочных породах представлены почти исключительно карбонатами, сульфатами, силикатами и гидроокислами железа. Однако проведенное в последние годы углубленное исследование вещественного состава осадочных пород позволило значительно расширить список аутигенных минералов осадочных пород.

И. А. Преображенским, В. П. Батуриным, Д. И. Сердюченко и Л. В. Обротворской, А. Н. Винчеллом, Л. М. Миропольским и рядом других исследователей поднимался вопрос об аутигенной, в некоторых случаях, природе таких, казалось бы, связанных генетически только с магматическими или метаморфическими образованиями минералов, как полевые шпаты, гранаты, турмалины, анатаз, брукит, титанит, лейкоксен, рутин, циркон, ставролит, дистен, хлорит, роговая обманка, биотит, самородное железо, золото, эпидот, цоизит, клиноцоизит, анальцим, кварц, палыгорскит, юморит и некоторые другие минералы.

Имеются, например, описания аутигенных турмалинов из Бредфордского песчаника <sup>(14)</sup>, из третичных отложений Тринидада <sup>(15)</sup>, из брекчий лавных куполов Украины (Питковская). Различные типы аутигенного турмалина (шерл, дравит, эльбаит) изучены автором в меловых отложениях западного Узбекистана <sup>(1)</sup> и совсем недавно М. Я. Тихомировой <sup>(11)</sup> в нижнемеловых отложениях Иркутского амфитеатра. Довольно подробно изучены аутигенные формы проявления полевых шпатов <sup>(4,13)</sup>, эпидота и цоизита <sup>(6)</sup> и титановых минералов <sup>(9)</sup>.

Ф. М. Малиновский <sup>(7)</sup> привел детальное описание проявлений аутигенных сульфидных минералов (галенит, сфалерит, халькопирит), заключенных в фосфоритовых конкрециях ушницкой свиты Подолии. Ф. М. Малиновский приходит к заключению, что сульфиды цветных металлов, заключенные в фосфоритовых конкрециях Подолии «имеют местный источник, образовались в процессе диагенеза осадков и не связаны с какими-либо процессами наложения».

Общеизвестно проявление минеральных новообразований меди. Достоверно осадочный генезис имеет, в частности, Мансфельдское месторождение меди в Германии, где сульфид меди (борнит, халькозин, халькопирит) встречается сланцы и рассеяны в них в виде мельчайших стяжений и палочек, напоминающих форму анаэробных бактерий.

Имеются, наконец, указания об осадочном генезисе некоторых проявлений цинковых, свинцовых, урановых и хромовых минералов.

Таким образом, исследования последних лет не только показали крайне важную роль минеральных новообразований как одного из существенных элементов осадочной породы, но вскрыли также значительное их разнообразие.

Оба эти положения выявились и в процессе выполнения автором литологических исследований меловых отложений юго-восточной части Средней Азии. В одном из участков этой обширной территории нами описан ниже следующий разрез альбских отложений, залегающих на гранитах палеозоя.

1. Песчаник рыхлый, кирпично-красного цвета, мелкозернистый, горизонтально слоистый . . . . . 4
2. Глина слабоуплотненная, светло-серого цвета с густыми темно-сиреневыми пятнами, обогащенная мелким обломочным материалом, обр. № 267 . . . . . 1,2
3. Глина слабоуплотненная, желтого цвета с мелкими сиреневыми пятнами, песчаная . . . . . 0,5
4. Песчаник крепкий, густого вишнево-бурого цвета. Неотсортированный, с примесью мелких галек. Порода сильно ожелезнена и в свежем сколе имеет металлический блеск, обр. 268 . . . . . 0,5
5. Глина плотная, сиреневого цвета, переслаивающаяся со светло-серым крепким доломитом, обр. № 269 . . . . . 27
6. Бурый железняк — песчанистый, крепкий, буровато-черного цвета, обогащенный мелким обломочным материалом, обр. № 270 . . . . . 0,45
7. Мергель плотный, пятнистый, комковатой структуры, тускло-красного цвета, обр. № 271 . . . . . 5,1
8. Пестроцветная пачка светло-серых порошковатых доломитов и крепких, сиреневых или красных известковистых глин, обр. № 272 . . . . . 14
9. Глина плотная, кирпично-красного цвета, чистая, массивнослоистая, обр. № 273 . . . . . 2,1
10. Глина плотная, светло-сиреневого цвета, мелкоосколчатая . . . . . 0,1
11. Конгломерат неоднородной плотности и крупности галек, местами сильно ожелезненный. Гальки угловатоокатанные, по составу кварцевые и кремневые, сцементированные глинисто-железистым веществом, обр. № 274 . . . . . 6,7

Как видим, среди альбских отложений этого участка широко распространены ярко-красные, бурые и фиолетовые песчаники, алевролиты, глины и конгломераты. С морфологической стороны эти образования отличаются непостоянством мощности слоев, частыми переходами горизонтальной слоистости слоев в косослоистую сложного рисунка, с крутыми падениями конусонаслоенных слоев, различной крупностью зерен, неоднородной плотностью и довольно частой пятнистостью окраски.

По величине зерен обломочного материала среди песчаников различают все классификационные группы, от грубозернистых до мелкозернистых. Характерно большое разнообразие степени отсортированности обломочных пород и отсутствие в них фауны. Форма обломочного материала также разнообразна, состав пород то полимиктовый, то олигомиктовый. Следует обратить внимание, что именно здесь автору удалось обнаружить очень редкий для меловых отложений юго-восточной части Средней Азии случай развития олигомиктовых кварцевых песчаников и алевролитов с гидрогетитом и цементом.

Внимательное исследование вещественного состава этих песчаников алевролитов позволило выявить значительное своеобразие их минералогического состава, выражающееся в ощутимом их обогащении магнетитом, гидрогетитом, гематитом, турмалином и рутилом. Содержание последних двух минералов в тяжелой фракции по сравнению с вышележащими частями мелового разреза этого района и синхроничных свит других разрезов резко повышено.

Обращает на себя внимание тот факт, что увеличение содержания рутила сопровождается возрастанием содержания турмалина и обеднением рудными минералами.

Надо отметить, что и турмалин и рутил являются, наряду с цирконом пожалуй наиболее обычными компонентами ассоциации минералов тяжелой фракции меловых отложений Средней Азии. Но два момента заставляют обратить особое внимание на данный случай, это, во-первых, очень высокие содержания турмалина и рутила, и во-вторых, крайне оригиналь-



(рис. 1) формы зерен рутила. Среди последних отчетливо выделяются два типа форм: а) идиоморфные призматические или в той или иной степени деформированные, с типичной для рутила перекрещивающейся штриховкой и яркой красной, оранжево-красной и буровато-красной окраской и б) зернисто-удлиненных очертаний, с разнообразными наростами или же идиоморфно-призматические регенерированные индивиды.

Вторая разновидность зерен рутила имеет окраску более светлых тонов; они отличаются мельчайшими, неопределимыми под микроскопом включениями, ориентированными по удлинению кристалла. Оптический характер зерен рутила обоих типов практически аналогичен. Блеск их алмазный, оптический характер положительный, показатель преломления крайне высокое (0,290). Показатели преломления\* зерен рутила формы второго типа оказались:  $N_g = 2,286$ ,  $N_p = 2,600$ ; они несколько возрастают по мере сгущения штриховки зерен.

Описываемая разновидность зерен рутила, по нашему взгляду, представляет собою либо полноразмерное новообразование, либо новообразование на зернах несомненно аллотигенного рутила. Полагать, что эти зерна также представляют собой полностью аллотигенные образования, нам кажется нет оснований, так как трудно допустить, чтобы сложные и нежные новообразования вкраплениях зерен на подверглись дезинтеграции в процессе переноса обломочного материала от источников питания к месту погребения.

Обычно принято полагать, что рутил представляет собой один из примеров высокотемпературных минералов. Однако нет оснований исключать возможность образования рутила и иными путями. Например, А. Г. Бетехтин<sup>(5)</sup> приводит на редкие примеры новообразований рутила в экзогенных продуктах титановых минералов. Недавно П. Я. Ярош<sup>(12)</sup> обстоя-

тельно описал превращение ильменита в магнетит и рутил или же в гематит рутила без привноса или выноса железа и титана. Им показано, что эти превращения происходили при сравнительно низких температурах, так как уже при 600—700° гематит растворяется в ильмените, между тем как в следованных им образцах рутил встречен в ассоциации с гематитом. По всей вероятности, при благоприятных условиях формирование рутила может происходить и при гораздо более низких температурах.

Геохимическая судьба элементов в литосфере далеко не однообразна и контролируется многими факторами, в первую очередь, химическим составом вод, минералогическим составом осадка, реакцией среды и климатическими условиями. Н. М. Страхов<sup>(10)</sup> показал, что «при переходе из влажной умеренной зоны в засушливую параллельно с убыванием массы воды, омывающей кору выветривания, и повышением pH в ней, подвижность элементов резко убывает; раньше всех приходят в неподвижное состояние растворимые компоненты: Fe, Mn, TiO<sub>2</sub>, позже SiO<sub>2</sub>, CaCO<sub>3</sub>, MgCO<sub>3</sub>, и, наконец, неорганическое вещество, еще позже CaSO<sub>4</sub>».

Следует иметь в виду, что в условиях аридного климата создается большая разница в степени насыщенности влагой между верхними слоями литосферы и слоями, расположенными на некоторой глубине. Вследствие этого нередко имеет место усиленный приток подземных вод к верхним



Рис. 1. Рутил: а — кластический, б — аутигенный

\* Определены сплавами.



слоям и возникают даже так называемые псевдогидротермальные створы.

Можно полагать, что эти растворы могут вымывать  $TiO_2$  из нижележащих слоев и переоткладывать затем  $TiO_2$  в виде минеральных новообразований в верхних горизонтах. Таким образом, возникновение новообразований рутила можно связывать, во-первых, с распадом первичных титанодержащих минералов, а во-вторых, — с выделением их из грунтовых растворов при их быстром испарении.

В обоих этих случаях аллотигенные зерна рутила, присутствующие уже сформировавшемся осадке, могут оказаться благоприятным центром стягивающим  $TiO_2$  из раствора. Интересно, что в нашем случае даже слои альб-сеноманских отложений, в которых рутил вообще отсутствует, как показывают результаты спектральных анализов, постоянно обогащены титаном.

Институт геологических наук  
Академии наук АрмССР

Поступило  
22 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Г. Бабаев, Докл. АН УзбССР, № 1 (1954). <sup>2</sup> В. П. Батурин, Петрографический анализ геологического прошлого по терригенным компонентам, Изд. АН СССР, 1947. <sup>3</sup> А. Г. Бетехтин, Минералогия, М., 1950. <sup>4</sup> Е. П. Ермолова, В кн. Материалы по геологии и нефтеносности Грузии, Изд. АН СССР, 1, 1956. <sup>5</sup> А. Г. Косовская, В. Д. Шутов, ДАН, 108, № 1 (1956). <sup>6</sup> И. Г. Магакьян, Рудные месторождения, М., 1955. <sup>7</sup> Ф. Н. Малиновский, Зап. Минер. общ., № 1, сер. ч. 84 (1955). <sup>8</sup> Л. М. Миропольский, Топогеохимическое исследование пермских отложений в Татарии, Изд. АН СССР, 1956. <sup>9</sup> Н. В. Ренгартен, ДАН, 102, № 1 (1955). <sup>10</sup> Н. М. Страхов, Изв. АН СССР, сер. геол., № 5 (1956). <sup>11</sup> Н. Я. Тхомирова, В кн. Материалы по геологии и полезным ископаемым, 1, М., 1956. <sup>12</sup> П. Я. Ярош, Зап. Минер. общ., сер. 2, ч. 84, в. 4, 434 (1955). <sup>13</sup> Y. Baskin, Geol., 64, № 2 (1955). <sup>14</sup> P. Krynitz, J. Geol., 54, № 2 (1946). <sup>15</sup> M. Stoll, Am. miner., 17, № 4, (1932).

Я. Н. БЕЛЕВЦЕВ и Н. В. ТЕПЛИЦКАЯ

## СЛУЧАЙ ВТОРИЧНОГО ОБОГАЩЕНИЯ ЖЕЛЕЗИСТЫХ КВАРЦИТОВ НА ОЛЕНЕГОРСКОМ МЕСТОРОЖДЕНИИ

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 7 VII 1956)

Железистые кварциты, залегающие среди древних архейских гнейсов, получили широкое распространение во многих местах СССР. Они известны в Украине — в Орехово-Павлоградской, Корсак-Могильской и других областях, на Урале — в Тараташской свите, на Алдане — в Сосновом ойце, на Кольском полуострове и во многих других местах (<sup>1</sup>). Железистые кварциты этих районов отличаются от железистых роговиков и джеспили-тов Кривого Рога и КМА многими особенностями, главнейшими из которых являются: а) крупнокристаллическое сложение и грубая полосчатость, тесная связь их с древнейшими гнейсами Тетерово-Бугской свиты Украины, Свионийской — Кольского полуострова и Тараташской — на Урале, тесная литологическая связь их с метабазами и ультрабазами. В промышленности железистые кварциты используются в качестве сырья для обогащения и получения доменного агломерата. Среди этих кварцитов еще встречаются значительные залежи богатых железных руд.

Вторичное обогащение железистых кварцитов встречено нами на Оленегорском месторождении (Кольский полуостров). Оно выразилось в образовании нескольких жилоподобных мелких рудных тел с мощностью от 5—10 см до 15—25 см, протягивающихся на 10—15 м. По своим размерам рудные залежи не являются промышленными, однако представляют большой научный интерес, так как доказывают наличие процесса вторичного обогащения кварцитов и возможность встречи богатых руд промышленного значения.

Оленегорские железистые кварциты представляют собой полосчатую породу, составленную чередованием рудных и безрудных прослоев. Рудные прослои сложены преимущественно магнетитом с значительным количеством кварца и меньшим — гематита, амфибола и пироксена. Магнетит и гематит в рудных прослоях образуют сростки и идиоморфные кристаллы, омежужки между которыми выполнены нерудными минералами. Толщина рудных прослоев меняется от 0,5 до 12 мм. Безрудные прослои сложены кварцем, иногда с подчиненным количеством амфибола, пироксена и биотита. Зерна кварца имеют неправильные зазубренные очертания. Размер зерен от 0,1 до 2 мм. Толщина прослоев меняется от 0,3 до 15 мм, структура прослоев гранобластовая. Содержание железа в железистых кварцитах колеблется от 23—27% до 36%, среднее 33%.

«Жила» богатой железистой руды (рис. 1) располагается среди амфибо-магнетитовых кварцитов под 25—30° к полосчатости последних, и имеет крутое (60—65°) падение на юг. В обнажении жила прослежена на 8 м. Характерную структурную особенность рудного тела составляет сложная складчатость, которая в большинстве мест прекращается на контакте с кварцитами (рис. 1). Руда состоит, в основном, из магнетита (59%), гематита (12%), пироксена и амфибола (18%) и кварца (8%). Химический состав руд приведен в табл. 1. Магнетит и гематит в руде аналогичны раз-

Компо- ненты	1	2	3	4	5	6
SiO <sub>2</sub>	49,22	9,64	51,78	55,29	0,46	0,40
TiO <sub>2</sub>	сл.	0,06	0,10	0,09	0,02	сл.
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,45	0,56	0,07	4,45	0,20	0,08
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	35,13	65,11	10,92	8,86	97,20	69,99
FeO	12,20	20,96	6,80	3,23	0,14	29,00
MnO	0,07	0,05	0,13	0,08	не обн.	0,10
MgO	1,08	1,81	19,95	9,86	0,25	0,32
CaO	1,40	1,82	8,92	13,40	0,07	0,14
+ Na <sub>2</sub> O } + K <sub>2</sub> O }	0,38	0,06	0,02	4,26 0,16	0,36	0,06
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,08	0,11	0,17	0,17	0,11	0,11
SO <sub>3</sub>	0,24	0,27	—	—	—	—
H <sub>2</sub> O	0,04	0,00	0,00	0,16	0,00	0,00
п. п. п.	0,09	0,22	1,20	0,47	1,26	0,14
Сумма	100,38	100,67	100,06	100,48	100,07	100,34

Примечание. 1 — железистые кварциты, 2 — железная руда. Выделенные из руды минералы: 3 — амфибол, 4 — пироксен, 5 — гематит и 6 — магнетит.

витым в рудных прослоях кварцитов. В руде они образуют резкое расширение рудных прослоев, благодаря чему кварциты сменяются рудой. Размеры рудных зерен не превышает 1 мм.

Амфибол по нашим определениям может быть отнесен к актинолитовому ряду, а пироксен является промежуточным между эгирином и авгитом.

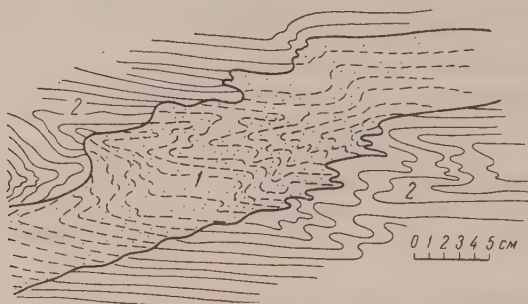


Рис. 1. Жилоподобное рудное тело (1) среди магнетитовых кварцитов (2). Оленегорское месторождение кварцитов

(3,5%), амфибола (5,1%) и пироксена (5%). Химический состав этих кварцитов (в %) приведен в табл. 1. В руде нерудные прослои сложены пироксеном с подчиненным количеством кварца и амфибола. Рудные прослои состоят из крупных сростков магнетита и гематита с редкими образованиями кварца или пироксена. Количество кварца в рудном прослое уменьшается в 4—5 раз. Гематит развивается, преимущественно по краям рудных прослоев. Довольно часто наблюдается слияние соседних рудных прослоев с образованием участков сплошных руд (рис. 2).

Обращает на себя внимание большое сходство минералогического состава и габитуса минералов железистых кварцитов и железистых руд, а также примерное сходство их химического состава (табл. 1, анализ 1 и 2) за исключением различного количества железа и кремнекислоты. Таким образом вторичное обогащение железистых кварцитов состоит в увеличении количества рудных минералов, пироксена и амфибола, заменяющих кварц в рудных и безрудных прослоях. Такой парагенезис минералов мог образо-



тятся в руде при наличии некоторого избыточного количества Fe, Ca, Na, Al (см. табл. 1). Количество же этих элементов в руде, по сравнению с кварцитами, возрастает незначительно, и они могли быть заимствованы из железистых кварцитов, так как рудные участки имеют очень малые размеры по сравнению с общей массой кварцитов. Увеличение железа в руде, по-видимому, также может быть объяснено перемещением его внутри толщи железистых кварцитов.

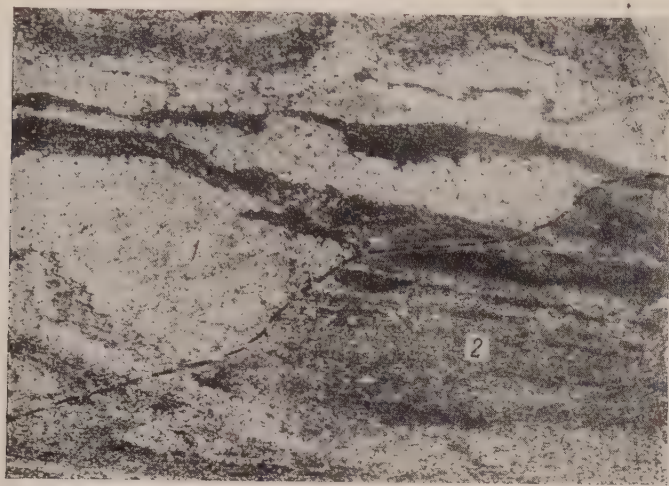


Рис. 2. Контакт пироксено-магнетитовой руды (1) и железистого кварца (2)

Учитывая аналогичный минералогический и химический состав руды и железистых кварцитов, а также тесную связь рудных тел со складчатыми зонами, вторичное обогащение железистых кварцитов, по-видимому, следует отнести к периоду общего метаморфизма осадков и образования этих пород.

Подобные изменения состава пород и образование железных руд, равно как и приуроченность рудных залежей к складчатым участкам, известны на Украине среди железистых роговиков в северном Криворожье, в Белозерской магнитной аномалии и в железистых кварцитах Орехово-Завлоградского района. Аналогичные мелкие рудные залежи в Криворожском бассейне встречаются в некотором удалении от крупных рудных тел, имеющих промышленную ценность. Встреченные на Оленегорском месторождении и других местах мелкие рудные «жилы» могут являться признаком нахождения в этом районе промышленных залежей богатых железных руд.

Институт геологических наук  
Академии наук СССР

Поступило  
16 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Я. Н. Белевцев, ДАН, 97, № 3 (1954). <sup>2</sup> Б. М. Куплетский, Стратиграфия докембрия Кольского полуострова. Стратиграфия СССР, 1, 1939.



В. К. ГАВРИШ

## О ПРИРОДЕ КАНЕВСКИХ «ГОР»

(Представлено академиком Н. С. Шатским 17 X 1956)

Положительные формы рельефа, известные в литературе под названием каневских «гор», располагаются на правом берегу р. Днепр, в районе г. Канева. По сравнению с окружающей поверхностью плато, абсолютные отметки которого колеблются от 140 до 190 м, поверхность каневских «гор» повышается до 230—245 м (см. рис. 1).

В. В. Резниченко<sup>(7)</sup> рассматривал каневские «горы», или дислокации, как складчато-покровную тектонику четвертичного времени. Д. Н. Соболев<sup>(9)</sup> и Б. Л. Личков<sup>(3)</sup> связывали образование каневских дислокаций с действием напора ледника и отрицали всякую тектонику. Ряд авторов<sup>(1, 5, 8)</sup> и др.) высказывались за наличие в районе каневских дислокаций тектонических структур, которые были осложнены движущимся с севера ледником. Л. Лунгерсгаузен<sup>(4)</sup> рассматривал каневские дислокации как поддвиги, образовавшиеся в четвертичное время вследствие крупных горизонтальных перемещений предельно жесткой плиты, неспособной давать надвиги. З. А. Мишунина<sup>(6)</sup>, как и А. Д. Карицкий<sup>(2)</sup> считают, что каневские дислокации образовались благодаря оползням.

Данные бурения, проведенного в последние годы показывают, что ближе всего к действительности были высказывания исследователей, считавших, что при образовании каневских дислокаций имели место как тектонические подвижки, так и давление ледника. Мы предполагаем, что большое значение при образовании дислокаций имел также размыв коренных (вплоть до юрских) пород

Материалы предыдущих исследований и наши наблюдения, проведенные с целью составления геологической карты Днепровско-Донецкой впадины, позволяют высказать новую точку зрения на природу каневских дислокаций. Геолого-геофизические данные последних лет позволяют допускать блоковое строение северного склона Украинского кристаллического щита. Возраст подвижек, обусловивших образование этих блоков, в настоящее время установить трудно. Однако имеются основания предполагать, что в ларамийскую фазу складчатости подвижки этих блоков происходили.

О блоковом строении рассматриваемой территории свидетельствуют следующие геолого-геофизические данные. Скважины, пробуренные в 70 км севернее каневских дислокаций (район Борисполя) вкрест простираения нижеописанного юрского вала, вскрывают кристаллический фундамент на различных глубинах.

По данным скважин, расположенных юго-западнее оси валообразного поднятия, падение поверхности кристаллического фундамента составляет примерно 8,8 м на 1 км. Северо-восточнее оси погружение этой поверхности достигает 16 м на 1 км. Кроме того, превышение поверхности кристаллического фундамента северо-восточного блока над юго-западным, по двум скважинам, расположенным на расстоянии 0,7 км друг от друга, составляет 100 м. Такой резкий подъем жесткого кристаллического фундамента и уве-

ление к северо-востоку угла наклона обусловлено дифференциацией этих осадков, происходящей, вероятнее всего, по дизъюнктивному нарушению. Мощность осадочных пород, залегающих как по одну, так и по другую сторону от предполагаемого нарушения, увеличивается в северо-восточном направлении. Предполагаемое смещение блоков произошло, по-видимому, в конце мелового времени, так как оно не сказывается ни на уменьшении мощности домеловых осадков ни на их литологическом составе. Ощущается только заметный размыв меловых и в верхней части юрских осадков в своде поднятия при наличии белого пишущего мела на обоих его крыльях.

Аналогичное поведение кристаллического фундамента установлено так же электроразведочными работами (П. И. Ливанов). На электроразведочном профиле, проходящем вкост простирания вала через село Еркoвцы северо-восточный блок фундамента приподнят относительно юго-западного на 80 м. Это позволяет считать, что амплитуда предполагаемого нарушения уменьшается в сторону Украинского щита.

Гравитационное поле рассматриваемого района также имеет аномальный характер. К местам стыка блоков приурочена зона интенсивного сгущения изoаномал силы тяжести, что соответствует переходу от максимума к минимуму силы тяжести. При этом минимальные значения силы тяжести располагаются в зоне опущенного блока.

В указанном стыке блоков располагается также полоса интенсивных магнитных максимумов (Ядловско—Трактемировская зона), хорошо совпадающих с простиранием вала до меридиана г. Канева. Юго-восточнее г. Канева ось вала прослеживается вдоль Днепра почти до г. Черкассы, в то время как полоса магнитных максимумов принимает субмеридиональное простирание.

Движения указанных блоков как в вертикальном, так и, возможно, в горизонтальном направлениях способствовали образованию в местах их соприкосновения поднятий и погружений в осадочных породах.

Одним из таких поднятий является установленный (Б. С. Ковалев, А. Совинская и др.) в районе Остра, Борисполя, Золотоноши, Черкассы вал, названный нами Черкасско—Остерским. Этот вал по поверхности юрских отложений имеет асимметричное строение с крутым северо-западным (падение до 20 м на 1 км) и пологим северо-восточным (падение около 3 м на 1 км) крыльями. Амплитуда юго-западного крыла по поверхности юрских отложений колеблется от 25 до 70 м и более. Сводная часть вала сложена породами юрского возраста. На крыльях и северо-западной окраине под третичными осадками залегают более молодые меловые (Г<sub>1</sub>, Сг<sub>2</sub><sup>cm</sup>, Сг<sub>2</sub><sup>t</sup> и т. д.) отложения. Длина вала по выходам юрских пород на третичную поверхность достигает 190 км.

Не исключена возможность, что к нарушению, лежащему в основе описанного вала, примыкают и другие дислокации, влиявшие в той или иной мере на строение осадочного комплекса. Вполне возможно, что одна из них приурочена к меридионально простирающемуся магнитному максимуму, расположенному к югу от г. Канева.

Вопрос о нарушенности юрских и др. осадочных пород пока остается открытым.

Таким образом, Черкасско—Остерский вал, вероятнее всего, образовался в конце мелового времени вследствие относительной приподнятости северо-восточного блока. В предканевский век верхне-меловые и частично юрские отложения на участке вала в районе г. Канева были размывы, и на их размытую поверхность откладывались третичные — каневские, бучакские, киевские, харьковские и, возможно, четвертичные осадки. Есть основание предполагать, что отложения киевского и харьковского ярусов в связи с приподниманием вала могли испытывать некоторые фациальные изменения и даже частичный размыв. Отсутствие этих осадков, вследствие последнего размыва долиной р. Днепр, не дают возможности доказать это предположение.





Днепра по закону Бэра. Севернее с. Трактемирова в предрисское время Днепр, по-видимому, делал некоторый изгиб подобный современному (рис. 1).

Исследование предыдущих лет (Д. М. Коненков и др.) показало, что Днепр в прошлом размывал осадки ниже современного зеркала воды на —70 м, т. е. достигал абсолютной отметки 50—30 м.

Принимая во внимание, что современное залегание поверхности юрских отложений в районе Канева и с. Озерища достигает абсолютной отметки соответственно 60—21 м, можно предполагать, что в пределах древней долины Днепра размывались также осадки юры (см. рис. 1).

Пологий левый склон днепровской долины, образовавшийся вследствие постепенного скатывания Днепра <sup>(10)</sup>, способствовал свободному проникновению рисского ледника в долину этой реки. Крутой правый склон, наоборот, препятствовал продвижению его к югу. Однако это препятствие было очень неустойчивым, так как размыв отшнуровал узкую, наиболее приподнятую часть вала, к юго-востоку от которого юрский прогиб заполнен песчаными образованиями мела и палеогена, менее устойчивыми, чем юрские глины. Кроме того, подземные воды, проникающие в песчаные прослои юрских глин, способствовали образованию скольжения и, следовательно, смещению вышележащей толщи.

Таким образом, подтверждаются предположения Д. Н. Соболева, Ф. Балуховского и др. о том, что на левобережье Днепра тангенциальным давлением ледника была сорвана с цоколя толща пород вплоть до батских глин. Движущийся ледник оказывал влияние также на подстилающую толщу, о чем свидетельствуют данные Н. Ф. Балуховского о перемятости верхней части юрских пород. В результате нагрузки могло происходить также выдавливание по трещинам юрских и, возможно, триасовых глин, образуя «нептунические дайки». Выход пестроцветов среди юрских пород (с. Тростянец Н. Ф. Балуховский рассматривал как дайку такого рода). Сорванные с цоколя юрские и другие породы были передвинуты к юго-востоку от оси юрского вала. В результате движения сорванная толща пород сдвинулась на своем пути встречаемые породы, образуя при этом большое количество складок-взбросов, нормальные антиклинальные и синклинальные складки, взбросы и сбросы.

В складчатости каневских дислокаций принимают участие юрские (бат—алловейские), меловые (сеноман—альбские), третичные (каневские и бучакские), четвертичные (миндельские и моренные рисские) и др. породы. К концу рисского времени смятая и дислоцированная толща морфологически оформлена как поднятое плато с волнистой поверхностью. В последующее время рельеф этой поверхности подвергается энергичному расчленению речной-балочной сети и осложнению оползнями, которые играют здесь многоэтапное значение.

Поступило  
28 V. 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. Г. Бондарчук, Сов. геол., № 1 (1941). <sup>2</sup> А. Д. Карлицкий, Мат. для геол. России, 14 (1890). <sup>3</sup> Б. Л. Личков, Тр. Геоморфол. инст. АН СССР, в. 3 (1932). <sup>4</sup> П. Лунгерсгаузен, Мат. по нефт. Днепровско-Донецкой впадины, в. 1 (1941). <sup>5</sup> Н. Ф. Мирчинк, Тр. сов. секц. INQUA, в. IV, 1939, стр. 22. <sup>6</sup> З. А. Мишунина, Геол. сборн., 2(V) (1953). <sup>7</sup> В. В. Резниченко, В горах и кручах каневских дислокаций, 1956. <sup>8</sup> Г. Е. Рябухин, Бюлл. МОИП, отд. геол., 22, в. 6 (1947). <sup>9</sup> Д. Н. Соболев, Мат. докл. грунт. Укр., в. 2 (1928). <sup>10</sup> И. С. Шаронов, Природа, № 1 (1955).



Р. И. ГРАЧЕВ, Г. Е. ДОНСОВА и П. Т. РЫГИНА

НОВЫЕ ДАННЫЕ О СТРАТИГРАФИИ И РАСПРОСТРАНЕНИИ  
ОТЛОЖЕНИЙ КЕЛЛОВЕЯ И ОКСФОРДА НА ТЕРРИТОРИИ  
ПРИКАСПИЙСКОЙ ВПАДИНЫ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 X 1956)

На большей части площади Прикаспийской впадины под морскими глинисто-карбонатными отложениями нижнего волжского яруса с фауной зон *Virgatites virgatus* и *Pavlovia panderi* залегает мощная (400—600 м), однородная по составу толща переслаивания глин, песков, песчаников и иногда углей. До недавнего времени считалось, что фауна в этой толще, кроме единичных экземпляров *Lingula* sp. *Pseudomonotis* sp. отсутствует; находимые остатки растений определялись широко как «среднеюрские». Поэтому эмбенские геологи относили эту толщу к средней юре, а условия ее образования рассматривали как континентальные: прибрежная полоса моря, заболоченная суша (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>, <sup>6</sup>, <sup>7</sup>).

Проводившееся в ЦНИЛе Казахстаннефти комплексное изучение юрских отложений, залегающих ниже слоев нижневолжского яруса, позволило установить в их составе свиты явно мелководно-морского происхождения и выделить в них отложения келловоя и оксфорда. Большую роль сыграли в данном случае микрофаунистический и споропыльцевой методы.

На крайнем юго-востоке Эмбенского района в разрезе скважины урочища Тугаракчан, на отложениях заведомо средней юры с *Equisetites ferganensis* Sew., *Coniopteris hymenophylloides* Brongn., *Pityophyllum longifolium* Nath. и др. (определения А. И. Кетовой-Турутановой) залегает толща пород, представленных в основном глинами с редкими прослоями песчаников. Нижняя часть толщи сложена известковистыми слоистыми серыми и темно-серыми глинами с микрослойками алевролитов с мелкими растительными остатками; в верхней части появляются прослои серых тонкозернистых известковистых песчаников, и некоторые прослои глины становятся слабоизвестковистыми. В породах толщи были определены *Entolium cf. spathulatum* Roem., *Nucula* sp. indet., *Oxytoma* sp. indet., *Posidonica* sp. (определения Е. И. Соколовой), а также *Cristellaria delicata* Ryg. (in ms), *Cr. limata* Schwager, *Cr. virgata* Brückman, *Cr. pachitella* Ryg. (in ms), *Cr. spatulata* Wisn., *Cr. incrassata* Ryg. (in ms), *Cr. tumida* Mjatliuk, *Cr. subgaleata* Wisn., *Cr. rotulata* Lam. и др. Весь комплекс обнаруженной фауны позволяет без всяких сомнений отнести данную толщу пород к келловейскому ярусу. Мощность 110 м.

На келловейских глинах лежат серые, иногда слабоизвестковистые, песчаные глины с редкими прослоями глинистых мергелей с фауной оксфордского яруса: *Cardioceras cordatum* d'Orb. и фораминиферами *Epistominella volgensis* Mjatliuk, *Ep. stelligeraformis* Mjatliuk, *Cristellaria* ex gr. *deecke* Wins. var. *hamosa* Wisn., *Cr. ex gr. magna* Mjatliuk, *Vaginulina mosquensis* Uhlig и др. Мощность оксфордского яруса 30 м.

В урочище Азнагул в разрезе скважины, под отложениями нижневолжского яруса, в верхней части толщи, относившейся ранее к средней юре

далось также обнаружить отложения всех трех отделов келловейского яруса и оксфордского яруса. Они залегают здесь на отложениях заведомо батского яруса и представлены чередованием песчаников, глини с растительным обугленным детритом и, реже, глинистых мергелей. Литологически отложения бата и келловей идентичны.

Породы келловейского яруса содержат фауну: *Quenstedticeras lamberti* Row., *Pteroperna* sp., *Goniomya* sp., *Pseudomonotis subechinata* Lah., *Pseudomonotis* sp., а также микрофауну — *Darwinulla* aff. *sarytirmensis* Schweier, *Cristellaria varians* Born. aff. *hibrida* Terquem, Cr. ex gr. *limata* Schwager, Cr. *plane* Reuss, *Epistomina* ex gr. *mosquensis* Uhlig и др.

Здесь же встречен очень характерный комплекс спор и пыльцы, не спускающийся ниже в отложениях бата и байоса; преобладающее значение в комплексе занимает безмешковая пыльца условного рода *Aggerella* Mal., представленная новыми видами *Aggerella plicatellaeformis* Donskova (59%) и *Aggerella sphaeraeformis* Donskova (10%). Мощность келловейского яруса — 112 м.

Так же как и на Тугаракчане келловейские отложения покрываются глинами оксфордского яруса с *Cardioceras cordatum* Orb. и фораминиферами *Epistomina* ex gr. *stelligeraformis* Mjatluk, *Epistomina volgaensis* Mjatluk, *Cristellaria* ex gr. *manubrium* Schwager, *Spirophthalmidium sagittum* Bykova и др. Мощность 22 м.

В западной части Прикаспийской впадины, в междуречье Урал — Волга, был изучен разрез ряда скважин Аукитайчагыла (Новоказанка). И здесь верхняя часть разреза, относившегося ранее к средней юре, содержит отложения келловей и оксфорда. На отложениях бата, представленных глинами с прослоями песчаников, без заметного перерыва лежит пачка глин, верхней части известковистых, мощностью в 120 м. В ней были определены: *Cristellaria* ex gr. *variens* Bormen., Cr. ex gr. *hibrida* Terquem, Cr. *tumida* Mjatluk, Cr. *delicata* Ryg., *Darbiella* ex gr. *kutzevi* Dain, *Spirophthalmidium monstrosus* Bykova и Sp. *carinatum* Kübler, характерные для келловей Нижнего и Среднего Поволжья. В этих же отложениях встречен комплекс спор и пыльцы, отсутствующий в подстилающих отложениях батского яруса и представленный преимущественно новыми представителями условных родов *Orbicularia*, *Pododipterella*, *Aliferina*, *Bullulina*, *Dilaterella* и *Spirellina*. Оксфордский ярус на Аукитайчагыле представлен чередованием тонких песчано-известковистых глин и мергелей с обугленным растительным детритом и кристаллами пирита. Здесь встречены типичные для оксфорда фораминиферы: *Spirophthalmidium sagittum* Bykova, *Cristellaria maraensis* Mjatluk, *Epistomina volgaensis* Mjatluk, *Epistomina stelligeraformis* Mjatluk и др. Мощность 35 м.

В центральной части Эмбенского района верхние горизонты пород, залегающих под нижним волжским ярусом, представлены более мелкозернистыми осадками: известковистые глины здесь сравнительно редки, обугленный растительный детрит присутствует в больших количествах, встречаются тонкие прослои углистых глин и углей, морская фауна не обнаружена. Однако комплекс спор и пыльцы этой части разреза, как правило, типично келловейский. В более западных (Макат, Корсак) участках, расположенных ниже к р. Уралу, преобладает комплекс свойственный разрезу келловей Аукитайчагыла, в более восточных (Кырк-Мерген) — смешанный комплекс Аукитайчагыла и Азнагула.

Присутствие отложений оксфорда было установлено Г. О. Айзенштатом и И. И. Соколовой для пунктов Кандаурово, Индера, Койкара, Макат, Абдель, Станция Искине и Сагиз и отложений келловей — для Маката (опорная скважина).

Ко всему этому отложения оксфорда и келловей хорошо выделяются на электрокаротажных диаграммах. Сопоставление электрокаротажных диаграмм Азнагула, Тугаракчана и Аукитайчагыла с каротажными диаграммами других куполов Эмбенского района показывает присутствие отложе-

ний келловей и оксфорда на многих куполах, в частности на Каратоне, Кулсарах, Терень-Узюке, Кызыл-Кудуке и др.

Таким образом, доказывается присутствие отложений келловей и оксфорда по всей территории Эмбенского района, исключая, конечно, сводовые части наиболее активно развивавшихся в это время соляных куполов. На периферийных частях таких куполов, как это показывают материалы опорной скважины Макат, отложения келловей и оксфорда сохранились от размыва.

Учитывая, что отложения келловей и оксфорда были также встречены и в западной части Прикаспийской впадины (<sup>2,8</sup>) и в ее северо-восточной части (<sup>4,6,7</sup>), можно утверждать, что накопление осадков этого возраста шло на всей территории Прикаспийской впадины. Однако на различных участках впадины накапливались фациально различные типы осадков, что определялось палеоструктурой впадины в келловейский и оксфордский века — наличием длительно развивавшихся, унаследованных крупных подморских солевых структур, выраженных пологими прогибами и относительно приподнятыми выступами. В частности, в ряде работ (<sup>1,3,5</sup>) на палеофациальных и палеотектонических картах для среднеюрского времени показано в центральной части Эмбенского района платформенное поднятие или выступ, именуемое Жилкосинским, Танатарским или Макатским. Существование этого поднятия объясняет присутствие на его площади отложений келловей и оксфорда в наиболее мелководных, близких к континентальным фациям, охарактеризованных осадками, лишенными морской фауны, но содержащих типичный для келловей и оксфорда комплекс спор и пыльцы, резко отличающийся от споро-пыльцевого комплекса батского яруса.

Центральная научно-исследовательская  
лаборатория Казахстаннефти

Поступило  
20 I 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Г. Е. Айзенштадт, Тр. ВНИГРИ, в. 55, 5 (1951). <sup>2</sup> Л. А. Болорноева, В. Д. Ильин, ДАН, 78, № 1 (1951). <sup>3</sup> Н. В. Неволин, Геологическое строение Прикаспийской впадины в свете геофизических данных, 1951. <sup>4</sup> Е. И. Соколова, Тр. НГРИ, в. 114 (1939). <sup>5</sup> П. Е. Харитонов, ДАН, 96, № 1 (1954). <sup>6</sup> Н. А. Храмов, Тр. НГРИ, в. 118 (1939). <sup>7</sup> И. А. Юркевич, Сборн. Соляные купола Урало-Эмбенской нефтеносной области, Изд. АН СССР, 1943. <sup>8</sup> Я. С. Эвентов, ДАН, 86, № 2 (1952).



С. М. ТИЛЬМАН и Д. Ф. ЕГОРОВ

**НОВЫЕ ДАННЫЕ ПО СТРАТИГРАФИИ И ТЕКТЕНИКЕ  
ПРАВОБЕРЕЖЬЯ р. КОЛЫМЫ В ЕЕ НИЖНЕМ ТЕЧЕНИИ**

(Представлено академиком Н. С. Шатским 15 X 1956)

Геологическое строение Анюйских хребтов и Олойского прогиба до последнего времени оставалось почти неизученным. Опубликованы только две работы, написанные более 20 лет назад С. В. Обручевым<sup>(3)</sup> и В. А. Вакаром<sup>(4)</sup>. За последние три года геологами Сеймчанского геологического управления Дальстроя здесь были проведены широкие геологические исследования, позволяющие наметить общую схему строения области.

В пределах Анюйской складчатой зоны можно выделить три крупных структурных элемента: Северную и Южную антиклинальные зоны и разделяющую их Центральную синклиналичную зону. В строении разреза этих зон принимают участие отложения докембрия, нижнего палеозоя и мезозоя. Наиболее древние породы выступают в ядре Северной антиклинальной зоны. По данным М. В. Гусарова в основании разреза они представлены хлорито-кордиеритовыми и другими гнейсами, слюдястыми и хлорито-слюдастыми сланцами с подчиненными им прослоями мраморов и кварцитов. Наблюдаемая мощность указанных образований более 1500 м. Гнейсы и кристаллические сланцы, как и в других районах Северо-Востока СССР, относятся к докембрию.

Выше кристаллического комплекса залегают серые и темно-серые мраморизованные известняки мощностью не более 1000 м. В них найдены представители одиночных и колониальных кораллов, датирующие, по предварительному определению А. А. Николаева, вероятно, верхнеордовикский возраст вмещающих пород. Эти породы распространены в пределах Северной антиклинальной зоны на правобережье р. Малого Анюя (междуречье Люп-нем и Алярмаут). Среди мраморизованных известняков встречаются пачки порфиров с шелковистой поверхностью слюдястых графитизированных сланцев мощностью до 150 м и пласты белых сахаровидных мраморов.

Карбонатный комплекс выше по разрезу сменяется мощными терригенными образованиями анюйской серии. В ее нижней части залегает кэпэрвеевская свита, сложенная темно-серыми, черными и зеленовато-серыми филлитами, филлитизированными глинистыми сланцами и зеленоватоглинистыми аркозовыми песчаниками. В основании свиты в породах широко развита пльчатость и гофрировка. По всему разрезу свиты отложения содержат конкреции известковистых, иногда пиритизированных пород. Общая мощность кэпэрвеевской свиты более 1500 м. Возраст этой свиты отвечает, по-видимому, перми — нижнему триасу. Свита слагает центральные части Северной и Южной антиклинальных зон.

На кэпэрвеевской свите согласно залегает пауктуваамская свита, сложенная ритмично чередующимися между собой темно-серыми песчаниками, серолиитами и черными глинистыми и углисто-глинистыми сланцами, содержащими иногда растительный детрит. В основании свиты черные глинистые сланцы содержат структуры Cone-in-Cone. В средней части свиты найдены *Halobia austriaca* Mojs. и *Monotis scutiformis* Tell., указывающие



на карнийский возраст. Нижняя часть разреза этой свиты может отвечать среднему триасу. Общая мощность пауктуваамской свиты составляет 1300—1500 м. Свита складает крылья Северной и Южной антиклинальных зон.

Центральная Анюйская синклиналичная зона выполнена отложениями норийского яруса верхнего триаса. Породы представлены: в нижней части — темно-серыми глинистыми и алевролитовыми сланцами равномерной

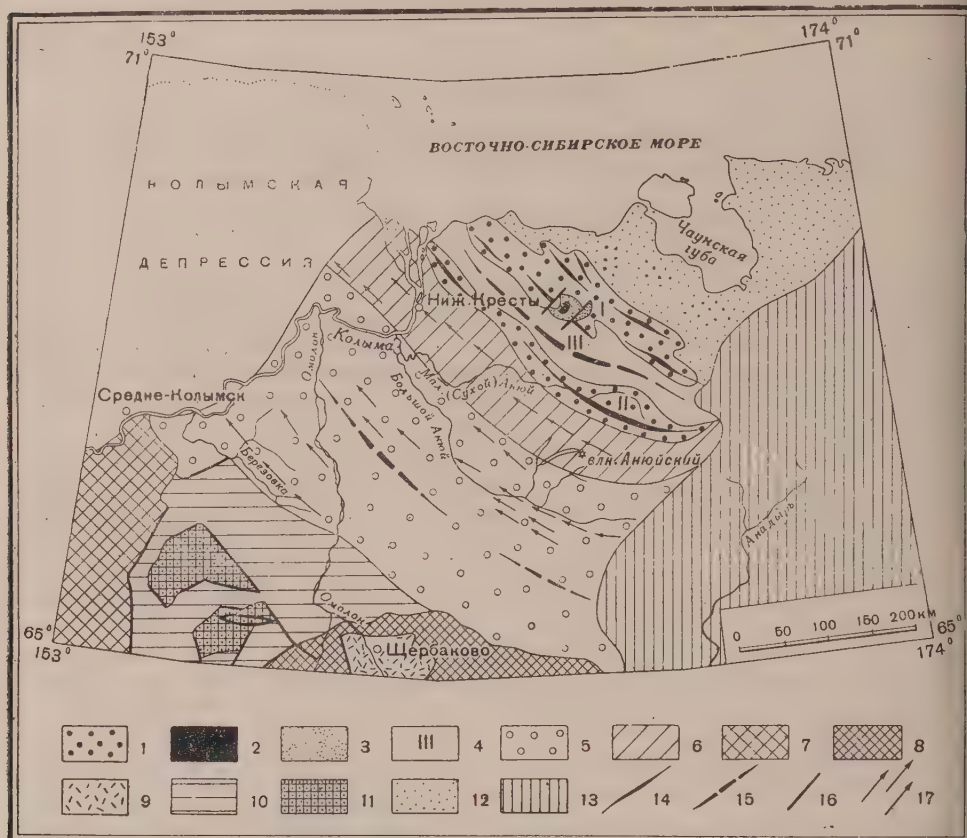


Рис. 1. Анюйская складчатая зона. 1 — антиклинальные зоны: I — северная; II — южная; 2 — выступ докембрия; 3 — нижний структурный ярус ( $Pz_1$ ); 4 — центральная синклиналичная зона. Олойский прогиб. 5 — наиболее прогнутая часть прогиба; 6 — северный борт. Сопредельные тектонические структуры: 7 — Среднеколымский антиклинорий ( $A - Pz$ ); 8 — Оймяконский массив; 9 — Моладжинская впадина; 10 — Приомолонский прогиб; 11 — выступы палеозоя; 12 — Чаунская синклиналичная зона; 13 — наложенные мезокайнозойские вулканогенные образования. Структурные знаки. 14 — оси антиклинальных поднятий; 15 — оси синклиналичных прогибов; 16 — разломы; 17 — оси аномальных значений  $\pm \Delta Z$

чередующимися с серыми среднезернистыми полимиктовыми песчаниками и алевролитами; в верхней — аргиллитами с маломощными прослоями алевролитов.

Возраст свиты датируется многочисленными находками *Monotis ochotica* Keys., *M. ochotica* var. *densistriata* Tell., *M. ochotica* var. *eurhachis* Tell., *M. cf. jakutica* Tell. Мощность свиты 700—800 м.

Особенности тектоники упомянутых выше главных структурных элементов таковы.

Северная антиклинальная зона имеет протяженность 350 км, простираясь в СЗ направлении от верховьев Раучуа до бухты Амбарчик, где срезается берегом моря. Она представляет собой сложную структуру, состоящую из системы крупных антиклинальных поднятий.

В центральной части системы в виде горста выступают породы кристаллического и нижнепалеозойского основания. Они интенсивно дислоцированы крутыми изоклинальными складками, иногда разбитые мелкими сбросами. Доримские кристаллические породы простираются в меридиональном направлении, т. е. поперек простирацию складчатой зоны. Антиклинальные поднятия, составляющие зону, распространены на юго-восток и северо-запад от центрального горста. Они прослеживаются по простиранию на 80—90 км. Это линейные структуры. В поперечном разрезе они представляют собой довольно правильные крупные антиклинальные складки, крылья которых осложнены мелкой складчатостью с ориентировкой форм к оси антиклинали. Значительных разрывных нарушений не наблюдается.

Южная антиклинальная зона характеризуется сходными морфологическими особенностями с тем отличием, что здесь не выступают на поверхность породы древнего основания.

Она прослеживается в СЗ направлении на 400 км от Илirianских озер к устью р. Колымы. Зону составляют два крупных антиклинальных поднятия, разобщенных полосой триасовых образований вследствие погружения литосферы. Особенно четко прослеживается восточное антиклинальное поднятие, протяженностью около 250 км, представляющее собой симметричную структуру с наклоном крыльев  $35 - 40^\circ$ . Северо-западное поднятие Южной антиклинальной зоны характеризуется близкими особенностями строения, но имеет меньшие размеры.

Центральная синклиналильная зона простирается на расстоянии около 100 км, при ширине до 100 км. Выполняющие ее триасовые отложения образуют систему узких линейных складок, прослеживающихся на десятки километров по простиранию. На северном крыле Центральной синклиналильной зоны нами наблюдались небольшие складки с крутыми крыльями, представляющие наклонные и опрокинутые, реже — симметричные формы; местами такие складки нарушены небольшими крутыми сбросами. Вероятно, аналогичные мелкие дислокации имеют место и на южном крыле рассматриваемой зоны.

Образования, слагающие структуру Анюйских хребтов, вмещают интрузии гранодиоритов, диоритов, кварцевых диоритов, различных типов гранитов, возраст которых датируется как верхний мел. С ними связаны жильные и дайковые формации.

Наряду с этим встречаются интрузии габбро, гипербазитов и кварцевых габбро, возраст которых — доверхнеюрский.

По сравнению с другими структурами, где развит верхоянский комплекс, в Анюйской складчатой зоне выявляются следующие особенности. В разрезе анюйской серии отсутствуют пирокластические образования. В центральной части Северной антиклинальной зоны выступают на поверхность породы ее докембрийского и нижнепалеозойского основания, чего не наблюдается, например, в Верхоянском хребте. В рассматриваемой зоне широко развиты интрузии гранодиоритов. Два последних факта указывают на то, что Анюйская складчатая зона располагается в относительно более внутренних частях геосинклиналильной области.

С юга Анюйская складчатая зона ограничена Олойским прогибом верхнеюрского-нижнемелового возраста. Его основание выходит по северному склону прогиба и сложено породами пауктуваамской свиты и норийского члена. В нижней части разреза прогиба развиты верхнеюрские ауцелловые отложения, представленные песчанистыми известняками, известковистыми, помиктовыми и туфогенными песчаниками с *Aucella aff. fischeriana* Orb., *Amosquensis* Buch., *A. cf. rusienensis* Pavl., *Eumorphotis* sp., *Dentalium* sp., сменяющимися кверху темно-серыми алевролитами и черными аргиллитами с редкой фауной ауцелл и отпечатками флоры *Pityoxylon* sp. cf. *gigantea* Witham. Общая мощность свиты 400—500 м. Свита на подстилающих породах лежит несогласно и датируется как оксфорд—верхневолжский ярусы.

Выше залегают породы нижнего мела. Нижняя толща этих пород в северо-западной части прогиба представлена угленосной эффузивно-осадочной свитой, сложенной песчаниками, углистыми сланцами, туфоконгломератами, туфобрекчиями, туфами и туфопесчаниками с отпечатками *Podozamites* sp. indet., *Baiera* (под *Desmiophyllum*), *Cladophlebis browniana* (Dunk.), *Phoenicopsis* sp., *Podocaroxylon dothani* Stapes., *Protocedroxylon araucarioides* Goth. Мощность 300—400 м.

К востоку наблюдается изменение фаций в сторону увеличения пирокластических образований с резким сокращением угленосных отложений. Двухсвиты характерна невыдержанность пластов.

Вышележащая свита состоит из андезитов, андезито-дацитов, дацитов и их туфов. Мощность около 1000 м.

Разрез венчается кислыми лавами, представленными липаритами, кварцевыми порфирами, плагиолипаритами и их туфами, общей мощностью 300—400 м.

Олойский прогиб является крупной структурой с глубоко прогнутым основанием. Его общее простирание в основном соответствует простиранию структур Анюйской складчатой зоны. Южным своим крылом он срезает структуры Среднеколымского антиклинория, Приомолонского прогиба Омолонского массива.

Как северное, так и южное ограничения прогиба подчеркиваются осями аномальных значений  $+\Delta Z$ . В этих местах наблюдается сгущение осей, которые по своему направлению совпадают с главными простираниями структур. Они могут быть вызваны расположением на глубине магматических тел основного или среднего состава, возможно отвечающих зонам разломов. Косвенно на наличие таких зон указывает описанный Е. К. Устиевым Анюйский вулкан, приуроченный к северному борту прогиба.

Выполняющие прогиб породы смяты в пологие прямые складки с широким размахом крыльев, наклоненных под углами 15—30°. Синклинальные структуры имеют мульдобразную форму; разрывные нарушения встречаются редко.

В центральной части прогиба также отмечается сгущение аномальных осей  $+\Delta Z$ , по-видимому обусловленное тектоно-магматическими факторами осложняющими рассматриваемую структуру.

В пределах Олойского прогиба интрузивный магматизм развит сравнительно слабо. По составу и возрасту интрузии соответствуют Анюйской складчатой зоне.

Геологическое строение Олойского прогиба показывает, что он не связан с эпохой развития основных структур в области мезозойской складчатости, а является более молодым образованием.

Поступило  
13 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. А. Вакар, Тр. АНИИ, 90 (1937). <sup>2</sup> Геологическая карта Северо-Востока СССР. <sup>3</sup> С. В. Обручев, М. И. Рохлин, Тр. АНИИ, 112, в. 4 (1938). <sup>4</sup> Ю. М. Пущаровский, ДАН, 105, № 5 (1955). <sup>5</sup> Тектоническая карта СССР, масштаб 1 : 4 000 000, 1953.



В. Д. ИЛЬИН

**ARKHANGELSKICERAS GEN. NOV. ИЗ ВЕРХНЕМЕЛОВЫХ  
ОТЛОЖЕНИЙ ЗАПАДНОГО УЗБЕКИСТАНА**

(Представлено академиком С. И. Мироновым 22 X 1956)

В 1916 г. А. Д. Архангельским<sup>(1)</sup> из нижней части верхнемеловых отложений (турон), обнаженных на холмах Беш-Тюбе, в низовьях реки Аму-дарьи был описан *Acanthoceras amudariense*.

Автор вида, следуя за Первинкьером<sup>(2)</sup>, понимал объем рода *Acanthoceras* широко и, ввиду невозможности, по степени сохранности имевшегося его распоряжении материала, изучить у выделенного вида строение лопастной линии, по внешним признакам отнес его к роду *Acanthoceras* несмотря на отсутствие сифональных бугорков, являющихся одним из диагностических признаков этого рода.

Особого значения А. Д. Архангельский не придавал и тому, что род *Acanthoceras* развит в сеномане (Европа, Крым, Кавказ), описанная же им фауна встречена в более высоком стратиграфическом горизонте.

При геологических исследованиях, проводившихся мною в 1955—1956 гг. по заданию Всесоюзного научно-исследовательского геолого-разведочного нефтяного института на территории Узбекской ССР, собрана оригинальная аммонитовая фауна, среди которой имеется несколько экземпляров хорошей сохранности *Acanthoceras amudariense* (Ark.).

Род *Acanthoceras*<sup>(2)</sup> характеризуется вздутыми оборотами, широким пупом, тремя или более рядами боковых бугорков и бугорками посредине сифональной стороны. Лопастная линия состоит из глубокой сифональной двураздельной лопасти, двух боковых лопастей и широких двураздельных ребел четырехугольного очертания.

При изучении аммонитов вида *Acanthoceras amudariense* (<sup>(1)</sup>), табл. VII, фиг. 8—13) выяснилось, что эти формы отличаются от рода *Acanthoceras* s. s. У них отсутствуют сифональные бугорки, ребра имеют значительный наклон вперед и излом у верхнебоковых бугорков, а строение лопастной линии настолько своеобразно, что не позволяет отнести упомянутые формы к одному из известных в литературе родов.

Это дает нам основание считать, что описанный А. Д. Архангельским вид является представителем нового рода, обоснование которого мы приводим ниже.

Сем. ACANTHOCERATIDAE (?) Crossouvre 1894 г.

Род *Arkhangelskiceras* Iljin gen. nov.

Рис. 1а, б; 2а, б; 3а

Тип рода *Arkhangelskiceras amudariense* (Ark.).

А. Д. Архангельский. Моллюски верхнемеловых отложений Туркменистана. Таблица VII, фиг. 8, 13.

Коллекция № 326, образец № 72, хранится в г. Ленинграде в Геологическом музее им. Чернышева.

Диагноз рода. Раковина плоская, дискоидальная с широким открытым пупком. Сечение оборотов от округленно трапецидального до округлого. Боковые стороны всегда имеют 3 ряда бугорков — пупковые, верхнебоковые и краевые.

Ребра резкие, всегда наклонены вперед. Сифональная сторона гладкая, лишенная на всех оборотах килевых бугорков. Лопастная линия простая.

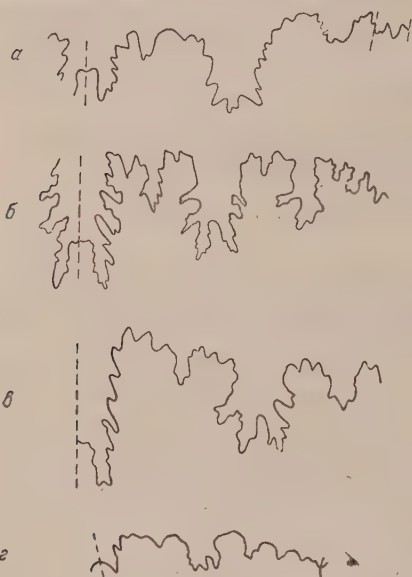


Рис. 3. а — Лопастная линия паратипа *Arkhangelskiceras amudariense* (Ark.), экземпляра, изображенного на рис. 1 а, б, (при диаметре 64 мм; 3×); б — лопастная линия *Mantelliceras mantelli* Sow. ((?), стр. 442, ф. 418); в — лопастная линия *Asaphoceras rhotomagense* Orb. ((?), стр. 442, ф. 419); г — лопастная линия *Metoicoceras swallovi* Shumard ((?), стр. 432, ф. 415)

Сифональная лопасть неглубокая, двураздельная, первая боковая лопасть наиболее развита, вторая лопасть неглубокая. Седла широкие округленные, первое седло несимметричное, слабо двураздельное, второе седло сильно округленное, имеет зазубренные очертания.

Описание рода. Раковина плоская, дискоидальная, с широким открытым пупком. Обороты сравнительно медленно нарастающие, охватывают предыдущие до уровня верхнебоковых бугорков ( $1/3$ — $1/4$  высоты оборота). Сечение оборотов от округленно трапецидального до округлого.

Боковые стороны большей частью плоские, с наибольшей толщиной вблизи пупкового края.

Пупковая стенка крутая, иногда отвесная, почти гладкая. Боковые стороны имеют по три ряда бугорков — пупковые, верхнебоковые и краевые. Наиболее развиты краевые бугорки и пупковые, представляющие резкие утолщения на ребрах, берущих начало у верхнего края пупковой стенки. Ребра относительно частые, резкие, возвышающиеся, большей частью оди-

ночные, но иногда двоящиеся от пупковых бугорков. Ребра всегда значительно наклонены вперед и имеют слабый излом в верхнебоковых бугорках. Через сифональную сторону ребра, как правило, не переходят, заканчиваясь в краевых бугорках.

На последнем обороте, в пределах жилой камеры, наблюдается некоторое ослабление ребер и верхнебоковых бугорков, краевые же бугорки, вытянутые на предыдущих оборотах строго вдоль края боковой стороны, могут несколько менять ориентировку, вытягиваясь вдоль ребер, наклоненных вперед; последние, сильно ослабляясь, переходят через сифональную сторону в виде нечетких дуг, направленных изгибом вперед. Наиболее резко орнаментированные виды имеют, как правило, более округлое сечение оборотов. Сифональная сторона гладкая, лишенная на всех оборотах килевых бугорков.

Лопастная линия (рис. 3а) простая, состоит из неглубокой сифональной лопасти, первой боковой, слабо расчлененной, сравнительно узкой лопасти и слабо развитой, очень неглубокой второй боковой лопасти. Седла широкие, округленные.

Первое боковое седло слабо двураздельное, несимметричное, второе боковое седло сильно округленное, имеет зазубренные очертания.

Сходство и различия. По характеру скульптуры представители нового рода обнаруживают сходство с родом *Mantelliceras* Hyatt <sup>(4)</sup>.

Сближает их округлое сечение оборотов, резкая ребристость и наличие

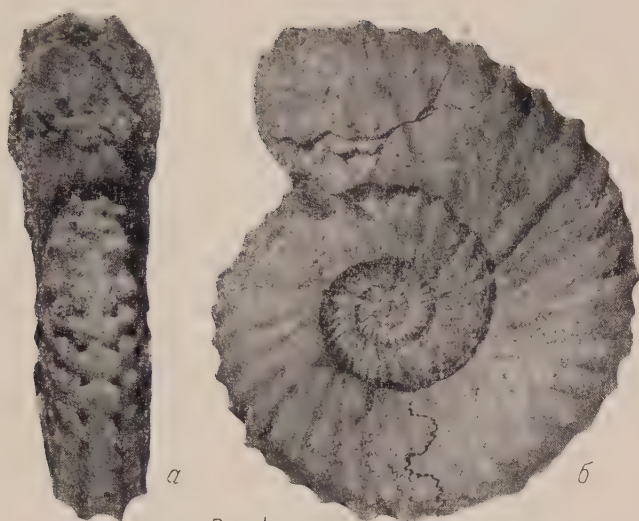


Рис. 1

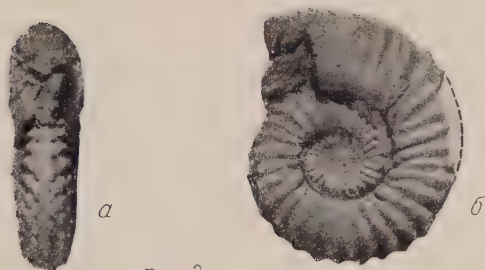


Рис. 2

Рис. 1. *Arkhangelskiceras amudariense* (Arkh.) паратип, — взрослый экземпляр: *a* — вид сбоку; *b* — вид со стороны устья. Река Аму-Дарья, холмы Беш-Тюбе. Турон

Рис. 2. *Arkhangelskiceras amudariense* (Arkh.) — молодой экземпляр: *a* — вид сбоку; *b* — вид со стороны устья. Река Аму-Дарья, холмы Беш-Тюбе. Турон







Ю. К. БОГОЯВЛЕНСКИЙ

## ОБ ОТСУТСТВИИ СУТОЧНОГО РИТМА МИТОЗОВ В ЛИМФАТИЧЕСКИХ УЗЛАХ БЕЛЫХ КРЫС

(Представлено академиком К. И. Скрябиным 4 XII 1956)

В настоящее время вопрос о наличии у животных так называемого суточного ритма митозов решен в положительном смысле (<sup>3-7, 9-10</sup>). Однако только у Беллефа (<sup>7</sup>) есть упоминание, что в лимфатических узлах кишечника мыши суточный ритм митозов обнаружен не был. Каких-либо других данных о суточной периодичности митозов в лимфатических узлах нам найти не удалось. Решение вопроса о наличии этой периодичности и явилось задачей настоящего исследования.

Нами были произведены 3 серии опытов на крысах. В I серии мы определяли число митозов в подколенных лимфатических узлах годовалых крыс. Во II серии нас интересовали митозы в лимфатических узлах крыс одномесячного возраста. Известно, что окончательное формирование лимфатических узлов у крыс заканчивается только лишь в постэмбриональный период. Поэтому лимфатические узлы у одномесячных крысят не вполне сформированы, и в них еще не произошло обособления центров размножения, ввиду чего корковая зона на препаратах кажется однородной.

Для выяснения суточной периодичности митозов в условиях эксперимента мы поставили III серию опытов. В ней мы исследовали подколенные лимфатические узлы, трансплантированные в область подмышечной впадины того же животного, на стадии 7 дней после пересадки. К этому сроку трансплантат обычно уже проходит стадию частичного распада, являющуюся обязательной, и сформировавшееся корковое вещество пересаженного узла напоминает собой нормальный, хотя еще не окончательно развившийся узел без центров размножения.

Всего было использовано 216 крыс, из которых у 72 лимфатические узлы подвергались трансплантации. Материал брался для исследования в течение круглых суток, причем каждый час фиксировались как трансплантированные, так и не трансплантированные узлы по три в каждой серии. Фиксатором служила жидкость Ценкера с уксусной кислотой. Узлы заливались в парафин. Срезы окрашивались гемалаун-эозином. Во всех случаях при подсчете регистрировалось число митозов в 100 полях зрения при об. 40 и ок. 7.

Результаты сведены в табл. 1, в которой каждая цифра представляет собой среднее арифметическое из подсчетов, произведенных на узлах от 3 животных.

Анализ полученных подсчетов позволил нам подтвердить факт отсутствия митотического ритма в лимфатических узлах, как вполне закончивших свое развитие (годовалые животные), так и еще не окончательно дифференцированных (одномесячные животные), а также и в трансплантированных узлах.

При сравнении лимфатических узлов молодых и взрослых животных бросается в глаза, что у взрослых крыс число клеточных делений в тех же 100 полях зрения бывает значительно больше. Последнее мы объясняем



Число митозов в препарате на 100 полей зрения

Время суток, часы	I серия	II серия	III серия	Время суток, часы	I серия	II серия	III серия
12	14	8	6	24	20	8	7
13	22	12	8	1	27	15	9
14	31	8	7	2	21	7	5
15	26	7	5	3	19	8	10
16	21	5	9	4	13	10	3
17	23	6	4	5	17	6	6
18	18	11	10	6	15	7	11
19	20	8	8	7	16	9	5
20	30	4	12	8	19	8	4
21	23	6	4	9	16	11	8
22	20	12	6	10	22	6	9
23	31	8	6	11	19	5	4

с увеличением в узлах взрослых крыс сформированных центров размножения, в которых наблюдается много делящихся клеток.

Мы полностью соглашаемся с точкой зрения С. Я. Залкинда и И. А. Уткина (1, 2, 4), которые считают, что констатированный многими авторами антагонизм между клеточными делениями и функциональной активностью может определяться ограниченностью энергетического баланса клетки. Объясняя причину суточного ритма митозов, они указывают на потерю большого количества энергии при осуществлении такого высокодинамического процесса, как митоз, а также на то, что в периоды энергичного функционирования должны существовать неблагоприятные условия для клеточных делений.

Функциональная активность таких органов, как лимфатические узлы, связана с определенным временем суток. Отсюда можно сделать предположение, что именно этот фактор и обуславливает отсутствие здесь суточного ритма делений.

Институт морфологии животных  
им. А. Н. Северцова  
Академии наук СССР

Поступило  
4 XII 1956

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Я. Залкинд, И. А. Уткин, Усп. совр. биол., 31, № 2, 231 (1951). <sup>2</sup> С. Я. Залкинд, Усп. совр. биол., 38, № 1, 68 (1954). <sup>3</sup> Д. П. Кладиенко, ДАН, 3, № 1, 189 (1954). <sup>4</sup> И. А. Уткин, Зависимость режима клеточных делений от физиологического состояния организма, Кандидатская диссертация, 1952. <sup>5</sup> Ch. Blumenthal, Anat. Rec., 72, 435 (1938). <sup>6</sup> W. Bullough, Phil. Trans. Roy. Soc. London, B, 235, 135 (1946). <sup>7</sup> W. Bullough, Proc. Roy. Soc., B, 135, 212 (1948). <sup>8</sup> Z. Cooper, Invest. Dermat., 2, 289 (1939). <sup>9</sup> J. Wilson, Anat. Rec., 101, № 4, 672 (1948).

О. В. ВОЛКОВА

## РЕАКЦИЯ ЯИЧНИКА НА ДЕАФФЕРЕНТАЦИЮ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 1 XI 1956)

В течение долгого времени в науке господствовало утверждение, что регуляция функции яичника происходит только гормональным путем.

Однако, особенно в последнее время, многие исследователи, не отрицая роли гуморальных факторов, высказывают мнение, что функция яичника находится в прямой зависимости от состояния нервной системы.

Так, срыв высшей нервной деятельности<sup>(1)</sup>, равно как и удаление или травматизация полушарий головного мозга<sup>(2-4)</sup> ведут к нарушению ритма циклических процессов овогенеза и в той или иной степени к дегенеративным изменениям в яичниках. Разрушение серого бугра вызывает необратимую атрофию яичников<sup>(5)</sup>, а двустороннее повреждение ростральной части гипоталамуса дает персистирующий фолликул и постоянную течку<sup>(6)</sup>. Известно, что перерезка спинного мозга также ведет к нарушению ритма основных циклических процессов в яичнике, причем степень изменений зависит от уровня перерезки<sup>(7)</sup>. Перерезка спинного мозга у самки кролика на уровне  $D_{12}-L_2$  препятствует наступлению овуляции<sup>(8, 9)</sup>.

При сопоставлении характера функциональной деятельности денервированного (путем перерезки нервов, идущих к яичнику) и интактного яичников отчетливо видно, что гуморальные факторы в условиях денервации не могут полностью обеспечить нормальную деятельность яичника. Денервация сказывается не только на уменьшении числа созревающих яйцеклеток, но и на их биологической полноценности<sup>(10)</sup>. Но надо сказать, что, хотя авторами для перерезки нервов широкая связка яичника перерезалась двухмоментно, нормальное кровоснабжение яичника все же нарушалось, а это могло отразиться на процессе овогенеза и овуляции, особенно в первое время после оперативного вмешательства.

Таким образом, из кратко изложенных выше литературных данных видно, что состояние яичника изучалось при нарушениях различных отделов нервной системы. Однако роль периферических отделов нервной системы и реакция яичника на их выключение изучены неполно, тогда как экспериментируя именно с периферическими нервными проводниками, как мы полагаем, можно получить результаты, наименее отягощенные побочными влияниями.

Рис. 1. Примордиальные фолликулы в норме. Микрофото. Об. 40, ок. 10X

Рис. 2. Вакуолизация цитоплазмы примордиальных фолликулов после удаления спинномозговых узлов на уровне  $D_{10}-L_3$ . 5 суток после операции. Микрофото, об. 40, ок. 15X

Рис. 3. Гибель примордиальных фолликулов после удаления спинномозговых узлов  $D_{10}-L_3$  (разрыв клеток, сморщивание ядер). 7 суток после операции. Микрофото. Об. 40, ок. 15X

Рис. 4. Уменьшение общего числа примордиальных фолликулов, разрастание стромы яичника после удаления спинномозговых узлов  $L_1-L_4$ . 8 месяцев после операции. Микрофото. Об. 10, ок. 10X

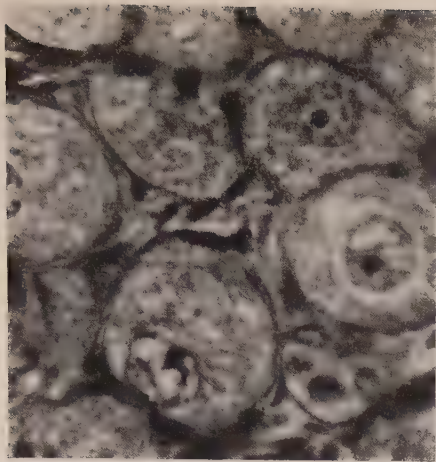


Рис. 1

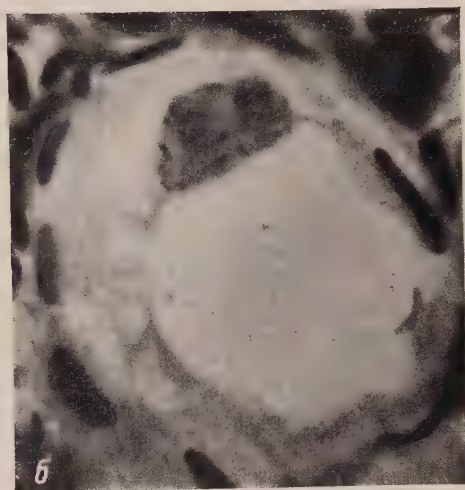
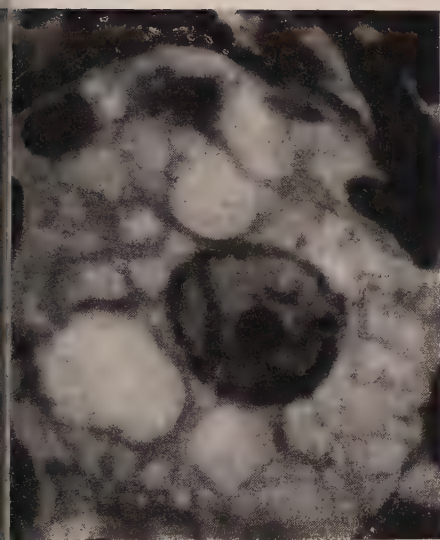


Рис. 2

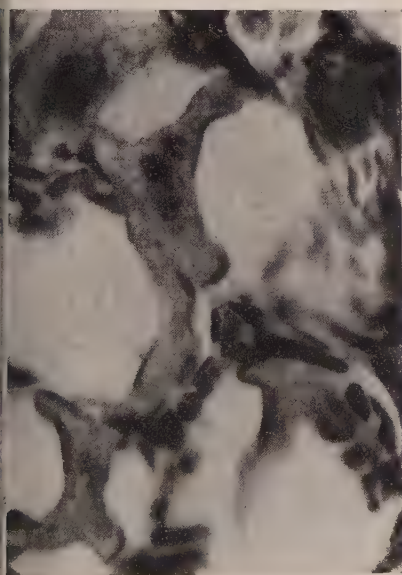


Рис. 3



Рис. 4





В известных нам из литературы экспериментах с перерезкой нервов, ведущих к яичнику, всегда производилась смешанная денервация, т. е. перерезались и двигательные и чувствительные волокна. Несомненный же интерес представляет изучение состояния яичника в условиях изолированного выключения или чувствительного или двигательного звена.

Для изучения функции яичника в условиях выключения его чувствительной иннервации нами производилось удаление спинномозговых узлов, имеющих отношение к иннервации яичника. Это позволило нам деафферентировать яичники и одновременно избежать повреждения их кровеносных сосудов.

Подопытными животными служили взрослые кошки и котята. Последние брались для исключения возможных циклических изменений. Как экспериментальные, так и контрольные котята были одного помета. Оперативные вмешательства производились с двух сторон. Спинномозговые узлы удалялись в области грудных, поясничных и крестцовых сегментов (от  $D_5$  до  $S_2$ ). Одномоментно удалялось по 4—7 узлов с одной и с двух сторон.

Животные забивались в сроки от 1 дня до 8 мес. после операции. Материал фиксировался в 12% нейтральном формалине и в последующем окрашивался гематоксилином и эозином, железным гематоксилином и по методу Ван-Гизона.

Исследование приготовленных препаратов показало, что в структуре яичника (норму см. на рис. 1) возникает ряд отклонений, свидетельствующих о том, что нормальная динамика созревания фолликулов нарушена. Наблюдающиеся изменения в половых клетках могут быть ориентировочно описаны следующим образом. В первые дни после оперативного вмешательства в цитоплазме половой клетки примордиальных фолликулов появляются вакуоли, ядра становятся компактными. Вакуоли, постепенно увеличиваясь и сливаясь, заполняют всю клетку, цитоплазма со сдвинутым ядром фактически представляет ободок вокруг такой вакуоли. В конечном итоге происходит тяжелая деформация клетки (рис. 2 и 3).

Процент таких гибнущих фолликулов варьирует в зависимости от уровня оперативного вмешательства. При удалении верхних грудных узлов ( $D_5$ — $D_{10}$ ) дегенерирует небольшое число фолликулов (надо отметить, однако, что и в норме у кошки бывает некоторое количество гибнущих примордиальных фолликулов). При удалении нижнегрудных спинномозговых узлов число их значительно больше (примерно  $\frac{1}{3}$  общего числа).

Максимальное же количество дегенерирующих примордиальных фолликулов обнаруживается в яичнике при удалении 3 нижнегрудных и 3 верхнепоясничных узлов. В этих случаях дегенеративные изменения обнаруживаются в  $\frac{2}{3}$  примордиальных фолликулов. Это показывает, что не оперативное вмешательство как таковое вызывает сдвиги в структуре яичника, а наступающая в результате его деафферентация. Если проследить состояние половых клеток спустя несколько месяцев после такой операции, то видно, что остается и сохраняется интактным лишь небольшое число примордиальных фолликулов (рис. 4).

Число развивающихся вторичных и третичных фолликулов, а также число желтых тел в этих случаях значительно меньше, чем в норме.

В фолликулярном эпителии наблюдается большое число делящихся клеток, причем можно видеть самые разнообразные фигуры митозов.

При поздних сроках после операции наряду с общим уменьшением фолликулов легко отмечается разрастание соединительной ткани.

Также бросается в глаза факт, уже показанный по отношению ко многим деафферентированным органам (<sup>11</sup>, <sup>12</sup>) — факт лейкоцитарной инфильтрации. В яичнике полиморфно-ядерные лейкоциты скапливаются в большом числе в кровеносных сосудах, преимущественно в тонкостенных венах и капиллярах. Часто можно было наблюдать отмишривание плазмы и краевое расположение лейкоцитов. Иногда лейкоциты в небольшом

числе встречались в соединительной ткани, окружающей фолликулы, но никогда нам не удавалось видеть их в полости последних.

Надо отметить, что в случае односторонней операции на неоперированной стороне также имели место и дегенеративные изменения фолликулов и явления инфильтрации, однако они были значительно менее выражены, чем на оперированной стороне.

Как количество дегенерирующих фолликулов, так и степень инфильтрации стоят в прямой зависимости от уровня удаления спинномозговых узлов. Максимальные изменения видны при удалении 3 нижнегрудных и 3 верхнепоясничных узлов. Несомненно, что степень наблюдаемых изменений связана со степенью деафферентации органа. Чем полнее деафферентирован яичник, тем резче выражены нарушения в его тканевом составе.

Таким образом, изменения в деафферентированном яичнике сводятся к нарушению нормального процесса созревания фолликулов, значительной гибели их и накоплению полиморфно-ядерных лейкоцитов в сосудах яичника. Следовательно, нормальный процесс овогенеза возможен только при сохранности чувствительного звена рефлекторной дуги.

Второй московский государственный  
медицинский институт  
им. И. В. Сталина

Поступило  
7 VII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Е. Б. Павлова, Пробл. эндокринол. и гормонотерапии, 1, № 1, 105 (1955).  
<sup>2</sup> А. М. Хлопков, Сборн. тр. Каф. норм. физиол. Томск. мед. инст., 3, 134 (1940).  
<sup>3</sup> Б. И. Баяндров, Трофическая функция головного мозга, 1949. <sup>4</sup> Н. В. Ромодановская, Тез. докл. Совещ. по проблеме кортикальной регуляции желез внутренней секреции, 1953. <sup>5</sup> P. E. Smith, J. Am. Med. Ass., 88, 3, 158 (1927). <sup>6</sup> N. A. Hilgart, Acta Endocrinol., 2, 1, 11 (1949). <sup>7</sup> W. Bickenbach, G. K. Döring, M. Uhlenhoff, Arch. Gynäkol., 181, 5, 524 (1952). <sup>8</sup> C. M. Brooks, Am. J. Physiol., 120, 544 (1938); 121, 157 (1938). <sup>9</sup> H. Nowakowsky, Acta Neuroveg., 1, 1, 13 (1950).  
<sup>10</sup> М. А. Аракелян, Е. Ф. Павлов, Журн. общ. биол., 14, 6, 424 (1953).  
<sup>11</sup> Т. А. Григорьева, ДАН, 78, № 2, 387 (1951). <sup>12</sup> В. А. Титкова, Изменения в мягких тканях конечности после ее денервации, Диссертация, М., 1955.



Л. С. ГОЛЬДИН и Я. Ю. КОМИССАРЧИК

## ЭЛЕКТРОННАЯ МИКРОСКОПИЯ ОБОЛОЧКИ НЕРВНОГО ВОЛОКНА ПЕРИФЕРИЧЕСКОГО НЕРВА

(Представлено академиком Л. А. Орбели 24 X 1956)

В последние годы опубликован ряд работ, касающийся электронной микроскопии оболочки нервных волокон. Согласно Фернандец-Морану миелиновая оболочка состоит из отдельных слоев, имеющих, в среднем, 80 Å толщину и расположенных концентрически вокруг осевого цилиндра. Эти данные подтвердил ряд других авторов (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>, <sup>9-13</sup>).

Такую точку зрения уже давно высказывал Нажотт (<sup>5</sup>), который утверждал, что миелиновая оболочка построена из микроскопических и субмикроскопических слоев, концентрически расположенных вокруг осевого цилиндра, нейрокератиновый остов рассматривал как артефакт. К этому представлению склоняются также и некоторые современные авторы.

Мы изучали седалищный нерв белой крысы, который вырезался у животного в состоянии эфирного наркоза и тотчас помещался на 2—2½ часа в 1% буферный раствор осмиевой кислоты, рН которого доводился до 7,4—7,6 (<sup>8</sup>). Затем материал проводился через спирты восходящей крепости и закаливался в бутилметакрилат (<sup>7</sup>). Резка производилась стеклянным ножом (<sup>4</sup>) в микротоме Данона и Келленбергера. Метакрилат со срезов удалялся ацетоном. Изучение материала производилось в электронном микроскопе Ц. 13.

Наши данные показывают, что в периферическом нерве имеются два вида нервных волокон. Главное отличие между ними заключается в их толщине и в различном строении оболочки, окружающей осевой цилиндр (рис. 1—3).

Оболочка у волокон первого вида относительно толста, и поперечник ее достигает до 2—3 μ и более, в то время как волокна второго вида имеют оболочку тоньше, чем 0,5 μ, и во многих случаях она находится за пределами разрешения светового микроскопа.

Представление о строении оболочки волокон первого вида дают рис. 1 и 3. Как видно из этих микрофотографий, оболочка здесь построена из перекладин, толщина которых может достигать до 0,2—0,3 μ, и, следовательно, и различимы в световом микроскопе. Эти перекладины, соединяясь между собой, образуют как бы сеть, преимущественно вытянутую вдоль нервного волокна (рис. 3), петли которой ограничивают систему сообщающихся полостей. Фернандец-Моран, который видел эти структуры, ошибочно истолковывал их в согласии с представлениями Нажотта и рассматривал эти перекладины как миелиновые пластинки, располагающиеся вокруг осевого цилиндра, а промежутки между ними как искусственные щели, возникающие между пластинками вследствие высушивания препарата (<sup>1а</sup>). С таким толкованием мы не можем согласиться. Эта система перекладин соответствует известному из светооптической гистологии нейрокератиновому остову мягкотных нервных волокон. Достаточно сравнить наши микрофотографии с рисунками Немилова (<sup>6</sup>) (табл. XXXII), чтобы убедиться в справедливости сказанного. При этом картины, которые видел Немилов с помощью светового микроскопа, лишены многих деталей, которые обнаружи-

ваются с помощью электронного микроскопа. Что же касается полости расположенных между перекладинами, то они могут быть не чем иным, как теми местами, в которых находился миелин мягкотных нервных волокон, растворившийся и удаленный из оболочки вследствие гистологической обработки. Снаружи от нейрокератинового остова к нервному волокну прорезывает неширокое пространство, рыхло заполненное зернистым содержимым и отграниченное снаружи резко контурируемой темной линией неравномерной толщины, поперечник которой колеблется от 0,1 до 0,4  $\mu$ . Это последнее образование представляет, вероятно, неврилемму мягкотного нервного волокна. Отношение мягкотной оболочки к полости, занимаемой остовом цилиндра, на наших препаратах представляется различным. В одних случаях между системой полостей мягкотной оболочки и полостью осевого цилиндра нет никаких отграничивающих образований, и полость осевого цилиндра непосредственно сообщается с полостями мягкотной оболочки, отграниченными перекладинами нейрокератинового остова. В других случаях на поверхности осевого цилиндра образуется сгущенное вещество наподобие мембраны, которое отделяет полость осевого цилиндра от окружающей его оболочки (рис. 1 и 3). Это образование можно сравнивать с аксолеммой, описываемой в светооптической гистологии многими авторами. Из сказанного ясно, что аксолемму нельзя рассматривать как постоянное образование нервного волокна.

Волокна второго вида (рис. 1 и 2) отличаются от волокон первого вида меньшей толщиной и, особенно, строением оболочки. Они полностью соответствуют волокнам, описанным в последнее время в литературе (<sup>2,9</sup>). На наших снимках оболочка этих волокон представляется почти гомогенной. Концентрическую слоистость, описанную в упомянутых работах, мы обнаружить не могли, так как в нашем распоряжении не было высококонтрастной оптики для ультратонких гистологических срезов (<sup>3</sup>). Толщина оболочки этих волокон, как мы уже сообщали, не превышает 0,5  $\mu$ , а в отдельных случаях и у волокон меньшего калибра оболочка может быть значительно тоньше, не выше 0,1—0,3  $\mu$ , т. е. она находится либо на пределах видимости светового микроскопа, либо за пределами его разрешения. Это видно на многих снимках, имеющихся в нашем распоряжении (см. рис. 1 и 2). Об этом можно судить также по снимкам, приводимым в работах упомянутых нами авторов. Наши данные показывают, что между волокнами второго и первого вида имеются все переходные формы, причем по мере увеличения калибра волокон в их оболочке начинают появляться описанные выше пустоты, которые мы рассматриваем как места скопления миелинового вещества. Это можно видеть, рассматривая рис. 1. В этом отношении наши данные находятся в известном согласии с данными поляризационной микроскопии (<sup>11</sup>), согласно которым переход от протеотропного характера двойного лучепреломления к миелотропному наблюдается у волокон имеющих в диаметре около 2  $\mu$ , что объясняется постепенным увеличением количества липоидов в оболочке нервных волокон по мере возрастания калибра последних. Нужно полагать, что если у тонких и тончайших нервных волокон липоидные и протеиновые составные части распределены в оболочке более или менее равномерно, то в более толстых нервных волокнах липоиды начинают образовывать скопления, количество и размеры которых возрастают по мере утолщения самих волокон. Таким образом, у волокон более толстых, как это видно на рис. 1 и 3, элементы, образующие нейрокератиновый остов, занимают лишь небольшую часть миелиновой оболочки, в то время как пространства, заполненные липоидами, составляют часть оболочки, намного превосходящую по объему нейрокератиновый остов. Мы не согласны с мнением Робертсона и других авторов, которые рассматривают описываемые ими волокна как обычные миелиновые волокна и противопоставляют их ремаковским волокнам. В действительности, это есть именно те волокна, которые в светооптической гистологии рассматриваются как ремаковские. Даже у самых толстых волокон, приводимых

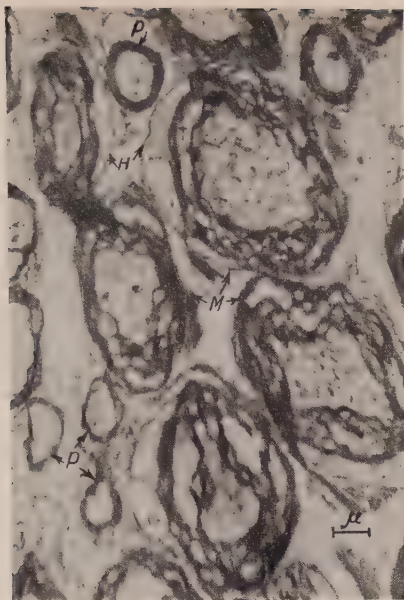


Рис. 1. Поперечный срез через ствол седалищного нерва. 6000 $\times$ : *н* — неврилемма, *м* — мякотное нервное волокно, *р* — ремаковское нервное волокно

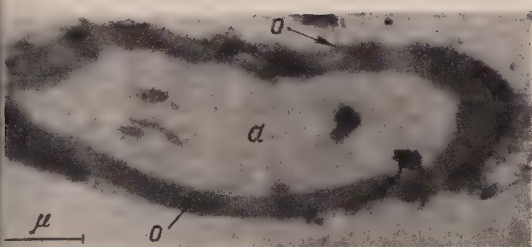


Рис. 2

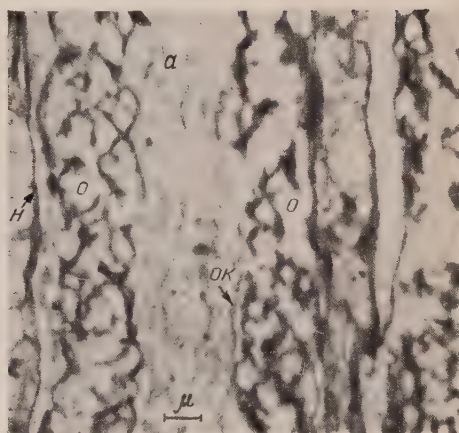


Рис. 3

2. Поперечный срез через волокно ремаковского типа. 14000 $\times$ : *а* — осевой цилиндр, *о* — оболочка нервного волокна  
 3. Продольный срез через мякотное нервное волокно. 6000 $\times$ : *ак* — аксолемма, остальные обозначения см. рис. 1 и 2





работках Робертсона и др. толщина оболочки волокон не превышает 0,3  $\mu$ .  
 е. она находится либо на пределе видимости светового микроскопа, либо  
 этим пределом, что, как известно, является главным характерным при-  
 знаком для ремаковских волокон. Поэтому при обычной гистологической  
 обработке с помощью световой оптики липоидная составная часть оболочки  
 ремаковских волокон не могла быть обнаружена; только более точный по-  
 ларизационно-оптический анализ позволил прийти к заключению, что не-  
 большие количества липоидов должны содержаться и в оболочке у волокон  
 последнего типа. Однако это не дает достаточных оснований для того, чтобы  
 объединять все волокна, входящие в состав периферического нерва, в одну  
 группу. Против такого объединения говорит ясное морфологическое раз-  
 личие строения оболочки у описанных выше двух видов нервных волокон.  
 На основании наших данных мы приходим к заключению, что изоли-  
 рованные скопления липоидов могут существовать в более тонких мякот-  
 ных волокнах; что же касается более толстых мякотных волокон, то в них  
 ограниченных пространств в форме вакуолей, как правило, не существует.  
 Перекладины нейрокератинового остова образуют настоящую сеть, петли  
 которой обычно вытянуты вдоль оси волокна. Осевой цилиндр (см. рис. 3)  
 состоит из субмикроскопических удлинённых нитей (мицелл), находящихся  
 одна от другой на известном расстоянии и образующих сеть.  
 Таким образом, хотя и в оболочке тонких и тончайших нервных волокон  
 периферического нерва может содержаться известное количество липоидов,  
 но же было бы пока преждевременно отказаться от той классификации нерв-  
 ных волокон периферического нерва, которая является в настоящее время  
 общепринятой в светооптической гистологии, тем более, что эта классифика-  
 ция имеет не только морфологические основания, как это видно из вышеиз-  
 ложенного, но и физиологические, так как эти два вида волокон отличаются  
 друг от друга по скорости проведения нервного импульса. За волокнами  
 первого вида можно было бы сохранить обозначение «ремаковские волокна»,  
 как предлагает Фернандец-Моран; либо термин «безмякотные волокна»  
 заменить термином «маломякотные волокна», как предлагается в учебнике  
 гистологии Штера, Меллендорфа, Гертлера (<sup>14</sup>).

Государственный психоневрологический институт  
 им. В. М. Бехтерева

Поступило  
 15 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> H. Fernandez-Moran, a) Exp. Cell. Res., **1**, 309 (1950); б) **3**, 282 (1952);  
 Progr. Biophys. and Bioph. Chem., **4**, 112 (1954). <sup>2</sup> B. Geren, Exp. Cell. Res.,  
**1**, 558 (1954). <sup>3</sup> J. Hillier, J. Appl. Phys., **22**, 1135 (1951). <sup>4</sup> H. Latta,  
 F. Hartmann, Proc. Soc., Exp. Biol. and Med., **74**, 436 (1950). <sup>5</sup> J. Nageot-  
 a) Arch. mikr. Anat., **77**, 245 (1911); б) L'Organisation de la matière, Paris, 1922.  
 Nemilow, Arch. mikr. Anat., **72**, 575 (1908). <sup>7</sup> S. Newman, E. Borisko,  
 Swerdlow, J. Res. Nat. Bur. Stand., **43**, 183 (1949). <sup>8</sup> G. Palade, J. Exp.  
 Biol., **95**, 285 (1952). <sup>9</sup> D. Robertson, J. Biophys. and Biochem. Cytol., **1**, № 4,  
 (1955). <sup>10</sup> W. Schmidt, Zs. f. Zellforsch., **23**, 657 (1936). <sup>11</sup> F. Schmitt,  
 Bear, J. Cell and Comp. Physiol., **9**, 261 (1936). <sup>12</sup> F. Schmitt, R. Bear,  
 Clark, Radiology, **25**, 131 (1935). <sup>13</sup> F. Sjöstrand, Experientia, **9**, № 2, 68  
 (1953). <sup>14</sup> P. H. Stöhr, W. v. Möllendorff, K. Goertle, Lehrbuch der  
 Histologie und der mikroskopischen Anatomie des Menschen, Jena, 1955.

Н. Д. ГРАЧЕВА

АВТОРАДИОГРАФИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
РАДИОАКТИВНОГО ФОСФОРА ( $P^{32}$ ) В НЕКОТОРЫХ  
ОТДЕЛАХ НЕРВНОЙ СИСТЕМЫ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 10 XII 1956)

Радиоактивные изотопы нашли широкое применение в изучении обменных процессов в нервной системе (<sup>1-4</sup>). Однако, определяя общую радиоактивность всей совокупности элементов нервной ткани, невозможно показать включение изотопов в отдельные нервные клетки. Поэтому определенное значение приобретает метод гистоавторадиографии, позволяющий связать включение изотопа с определенной гистоструктурой. Основываясь на этом свойстве метода, мы решили сопоставить морфологические изменения в ряде участков нервной системы с распределением в ней радиоактивного фосфора ( $P^{32}$ ) при экспериментальном воспроизведении острой лучевой болезни.

15 кроликам подкожно был введен радиофосфор в виде натриевой соли фосфорной кислоты по  $7 \mu\text{Ci}$  на 1 г и одному по  $1,35 \mu\text{Ci}$  на 1 г веса. В различные сроки, от 2 час. до 4 сут. после введения изотопа, производилась воздушная эмболия. Три кролика, оставленные на выживание, погибли на 5—7 сутки. Для исследования извлекались головной мозг, различные сегменты спинного мозга с межпозвоночными узлами, гассеров узел тройничного нерва, узловатый узел блуждающего нерва, узлы пограничного симпатического ствола и чревные узлы солнечного сплетения. Материал фиксировался в жидкости Карнуа. Гисторадиография проводилась на жидкой эмульсии НИКФИ типа Р по методике, описанной ранее (<sup>5</sup>). При коротких экспозициях, от 4 час. до 4 суток, получали следовые гистоавтографы (рис. 1), которые окрашивались гемалаун-эозин или эозин-азуром II. Длительные экспозиции (до 41 суток) давали контрастные гистоавтографы, которые оставлялись неокрашенными (рис. 2). Для количественного учета распределения радиофосфора был применен метод подсчета зерен или треков в эмульсии на единицу площади ткани  $100 \mu^2$  (<sup>6</sup>). При подсчете треков условно принимались рядом расположенные три и более зерен эмульсии. Треки или зерна подсчитывались над тканью и в эмульсии вне среза. Фон, составленный треками или зернами вне среза, вычитался из средних значений, полученных на единицу площади ткани. Для определения площади объекта был использован окулярмикрометр с сеткой. Результаты подсчета, обработанные

Рис. 1. V слой коры больших полушарий кролика, убитого через сутки. Гистоавтограф при экспозиции 2 суток; азур II-эозин, ок. 7, об. 90×

Рис. 2. Контрастный гистоавтограф шейного отдела спинного мозга с межпозвоночным узлом кролика, убитого через сутки после введения  $P^{32}$  по  $1,35 \mu\text{Ci}$  на 1 г. Жидкая эмульсия НИКФИ типа К, экспозиция 30 сут. 10×

Рис. 3. Гистоавтографы двигательных клеток поясничного сегмента спинного мозга (а), межпозвоночного узла грудного отдела (б), звездчатого (в) и чревного (г) узлов кролика, убитого через 3 суток; экспозиция 4 суток; азур II-эозин, ок. 10, об. 60×

Рис. 4. Контрастные гистоавтографы гассерова узла кроликов, убитых через 2 часа (а), 3 суток (б) и погибшего через 7 суток (в); экспозиция 41 сутки, ок. 6, об. 8×



методом вариационной статистики, не рассматривались как абсолютная активность, а использовались для сравнения относительной интенсивности включения изотопа в различные отделы нервной системы.

В Радиоактивный фосфор распределялся в нервной ткани неравномерно. Замечалось большое различие в интенсивности включения изотопа в серое и белое вещество головного и спинного мозга. На контрастном гистоавтографе поперечного среза шейного отдела спинного мозга с межпозвоночным узлом (рис. 2) отчетливо видна большая плотность почернения над межпозвоночным узлом, несколько меньшая над серым веществом и еле заметное почернение над белым веществом спинного мозга. Различие в степени почернения можно объяснить тем, что плотность расположения нервных клеток в сером веществе спинного мозга меньшая, чем в межпозвоночном узле. Однако эта особенность структуры не исчерпывает всего различия. Оказывается, что чувствительные нервные клетки межпозвоночного узла включают изотопа много больше, чем двигательные клетки спинного мозга (рис. 3, а, б). Число зерен серебра в эмульсии на  $100 \mu^2$  площади клеток межпозвоночного узла грудного отдела равно  $16,2 \pm 0,91$ , двигательных клеток переднего рога спинного мозга  $2,3 \pm 0,25$  и белого вещества  $1,5 \pm 0,36$ . При этом над двигательными клетками спинного мозга было от 0 до 6,5 зерен, над чувствительными клетками межпозвоночного узла — от 8 до 25,5. Обнаруженные различия во включении радиоизотопа в спинной мозг и межпозвоночный узел могут быть обусловлены либо меньшим функционированием фосфора в центральную нервную систему, благодаря наличию барьера (<sup>7-9</sup>), либо функциональными особенностями исследованных отделов.

Найдены различия и в интенсивности включения изотопа в головной мозг. В качестве примера приведены подсчеты количества зерен эмульсии на единицу площади различных отделов головного мозга кролика, убитого через 3 суток после введения  $P^{32}$  (табл. 1). Белое вещество головного мозга

Таблица 1

Подсчет зерен эмульсии в следовых автографах головного мозга (кролик убит через 3 суток после введения  $P^{32}$ ; экспозиция 4 суток)

	Большие полушария							Кора мозжечка			
	кора				гангли. слой аммон. рога	ядро поводка зрительн. бугра	эпителий со- судистого сплетения	белое веще- ство	молекуляр- ный слой	клетки Пур- кинье	зернистый слой
	молеку- лярный слой	II—III слои	IV—V слои	VI—VII слои							
число зерен на 100 $\mu^2$	2,2±0,4	3,2±0,4	5,2±0,5	3,2±0,3	4,2±0,4	8,2±0,6	13,2±0,5	2,2±0,3	2,3±0,4	5,8±0,4	4,3±0,6
то же в % к белому веществу головного мозга	100	145	236	145	190	272	600	100	104	263	195

при подсчете давало наименее варьирующие результаты, поэтому мы принимали число зерен в эмульсии над белым веществом за 100%. Введенный изотоп включался в максимальном количестве в эпителий сосудистого сплетения, что согласуется с некоторыми данными (<sup>9,10</sup>). В мозговой ткани интенсивность почернения эмульсией, а следовательно, и характер распределения изотопа находится в некоторой зависимости от плотности расположения нервных клеток. Много фосфора включилось в зрительные бугры, ганглиозные слои аммонова рога и коры больших полушарий, в зернистый слой и клетки Пуркинье коры мозжечка. Однако, как и в спинном мозгу, одной плотностью расположения клеток объяснить обнаруженные различия невозможно. Так, в ганглиозном слое коры больших полушарий нервные клет-

ки расположены более редко, чем в других слоях, а интенсивность включения изотопа в этом слое была выше. Ядро поводка зрительного бугра по интенсивности включения изотопа превосходило остальные исследованные отделы головного мозга.

Распределение радиофосфора в чувствительных и вегетативных узлах показано на табл. 2. Подсчет числа зерен эмульсии проводился на общую площадь нервной клетки с последующим перечислением на единицу площади  $100 \mu^2$ . В каждом узле подсчитано от 25 до 50 нервных клеток.

При сравнении табл. 1 и 2 видно, что вегетативные и чувствительные узлы включают радиофосфора значительно больше, чем центральная нервная система, причем преимущественно изотоп включается в нервные клетки.

Найдены были различия и в степени включения изотопа мякотными и безмякотными нервными волокнами. Нервный ствол тройничного нерва включает изотопа больше, чем нервный ствол пограничной симпатической цепочки; но в обоих этих случаях радиоактивного изотопа включалось больше, чем это имело место в белом веществе головного мозга.

Таблица 2

Подсчет зерен эмульсии в следовых автографах вегетативных и чувствительных узлов (кролик убит через 3 суток после введения  $P^{32}$ ; экспозиция 4 суток)

	Гассеров узел		Чревной узел, нервн. клетки	Пограничный симпатический ствол			
	нервн. клетки	нервн. ствол		звездчат. узел, нервн. клетки	грудной узел, нервн. клетки	брюшной узел, нервн. клетки	нервн. ствол
Число зерен эмульсии на $100 \mu^2$	17,6±0,5	6,8±0,1	16,7±0,5	16,8±0,8	16,6±0,8	16,1±0,5	4,1±0,1
То же в % к белому веществу головного мозга	800	309	759	763	754	731	186

Значительные различия в степени включения радиофосфора мы констатировали и в отдельных нервных клетках вегетативных узлов (рис. 3, в, г) из 52 нервных клеток чревного узла над 16 клетками было от 8,7 до 14,8 зерен, над 21 клеткой — от 15 до 18,9 и над 15 клетками — от 19,8 до 29,9 зерен на  $100 \mu^2$ . Различия в этих трех классах статистически достоверны.

На автографах вегетативных и чувствительных узлов был проведен подсчет числа зерен эмульсии отдельно для цитоплазмы и ядра. Среднее количество зерен на  $100 \mu^2$  площади ядра в большинстве изученных узлов было одинаково с цитоплазмой, однако, в каждом узле встречались клетки, у которых над ядром было и большее, и меньшее, и равное количество зерен на ту же площадь цитоплазмы. Например, в гассеровом узле в 18 из 50 клеток было больше зерен над цитоплазмой, в 8 — соотношения равны, в 24 — их было больше над ядром. Это подтверждается и контрастной радиографией узлов, на которой максимальное почернение эмульсии соответствовало расположению нервных клеток (рис. 4, б, в). При изучении такого автографа в затемненном поле можно видеть, что часть клеток дала значительно меньшее почернение эмульсии, которое иногда доходило даже до степени почернения над волокнами. В некоторых клетках большая степень почернения совпадает с ядром, в других — с цитоплазмой. Вывести какую-нибудь закономерность из распределения изотопа между отдельными нервными клетками, цитоплазмой и ядром нервных клеток вегетативных и чувствительных узлов, а также различными отделами головного мозга не представляется возможным. Но допустимо предположить, что неодинаковая степень включения  $P^{32}$  зависит от различного функционального состояния нервных клеток. К подобному выводу пришел Леви, изучая включение  $P^{32}$ ,  $Cl^{34}$  и  $S^{35}$  в клетки морских водорослей (*Scenedesmus*), культивируемых в среде, содержащей изотоп (<sup>11</sup>).

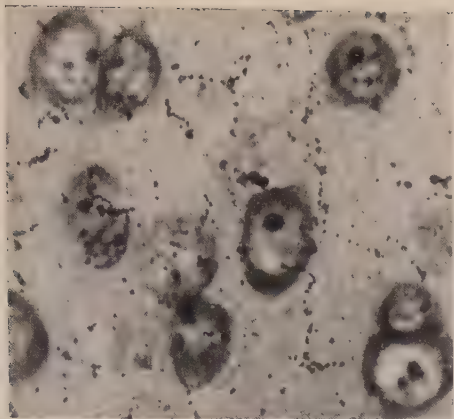


Рис. 1

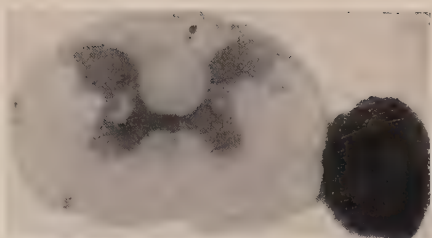
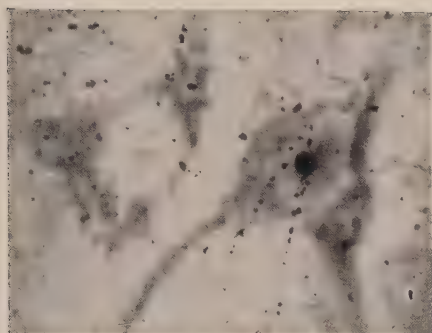
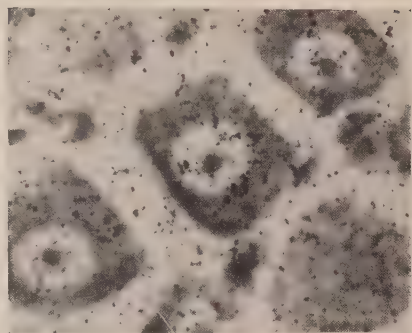


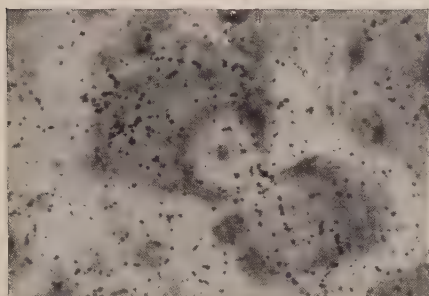
Рис. 2



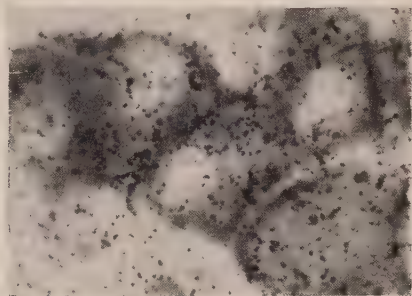
а



б

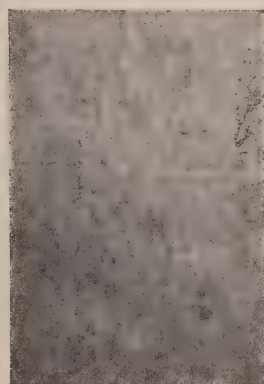


в

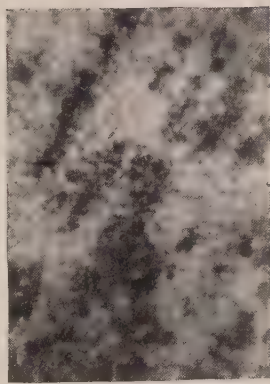


г

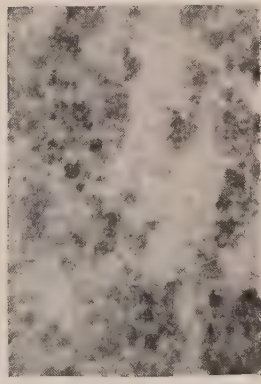
Рис. 3



а



б



в

Рис. 4





Для выяснения зависимости интенсивности включения от времени введения радиоизотопа в организм был исследован материал от 3 кроликов: одного через 2 часа, через 3 суток и погибшего через 7 суток после однократного введения им  $P^{32}$ . Гистологически обработанный материал был подвергнут к радиографии и одновременно покрыт жидкой эмульсией. Во всех случаях прошел одинаковый период времени от момента введения изотопа до начала экспозиции, что дало возможность изучить динамику включения  $P^{32}$  в зависимости от сроков после введения без учета распада изотопа. Через 2 часа после введения радиофосфора в ткань головного мозга включилось очень мало изотопа. Подсчеты на препаратах мозжечка показали, что количество треков на  $100 \mu^2$  в молекулярном и зернистом слое коры и в белом веществе почти не превышало количества треков на ту же площадь эмульсии вне среза, т. е. в фоне. В то же время чувствительные и вегетативные узлы дали избирательное включение изотопа в нервные клетки. Например, для нервных клеток гассерова узла было подсчитано  $0,92 \pm 0,1$  трека на  $100 \mu^2$ , а для нервного ствола  $0,09 \pm 0,0009$  трека на ту же площадь. Через трое суток после введения радиоизотопа во всех исследованных частях нервной системы отмечалось накопление изотопа. В нервных клетках гассерова узла стало  $2,7 \pm 0,17$  треков, в нервном стволе  $0,4 \pm 0,0004$ ; в мозжечке через 3 суток в молекулярном слое  $0,07 \pm 0,002$  трека, в зернистом слое  $0,15 \pm 0,01$  и в белом веществе  $0,08 \pm 0,001$  трека. К 7 суткам в мозжечке продолжалось накопление изотопа (молекулярный слой  $0,1 \pm 0,002$ , зернистый  $0,19 \pm 0,002$ , белое вещество  $0,2 \pm 0,001$ ). В гассеровом узле тройничного нерва в этот срок обнаружилось уже уменьшение радиоактивности в ткани, хотя и незначительное: в нервных клетках  $1,92 \pm 0,1$  трека, в нервном стволе  $0,32 \pm 0,0001$  трека на  $100 \mu^2$ . Подсчет проводился на гистоавтографах, проявленных через 12 час. после нанесения эмульсии на препараты. При экспозиции 48 суток эти различия выступили с большей наглядностью (см. рис. 4). Приведенные данные позволяют считать, что с увеличением продолжительности опыта (до 3 суток в случае гассерова узла и до 7 суток при исследовании мозжечка) происходит накопление  $P^{32}$  нервной тканью, как это отмечалось и другими авторами<sup>(9, 12)</sup>.

При исследовании распределения  $P^{32}$  фактически прослеживался фосфор, включенный в фосфорсодержащие белки, так как остальные фосфорные соединения извлекались при гистологической обработке тканей, предшествующей автордиографии. Поэтому допустимо предположение, что в данных условиях опыта по степени включения  $P^{32}$  можно судить об интенсивности белкового обмена, а следовательно, и о функциональной активности различных отделов нервной системы.

Центральный научно-исследовательский  
рентгено-радиологический институт

Поступило  
6 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. В. Палладин, Биохимические процессы в головном мозгу при различных функциональных состояниях, 1955. <sup>2</sup> Г. Е. Владимиров, Функциональная биохимия мозга, Изд. АН СССР, 1954. <sup>3</sup> Н. П. Лисовская, Биохимия, 19, 5, 626 (1954). <sup>4</sup> Э. Б. Вирская, Т. П. Силич, Укр. биохим. журн., 27, 3, 385 (1956). <sup>5</sup> Н. Д. Грива, Л. Н. Жинкин, Э. И. Щербань, Мед. радиол., 2, 87 (1956). <sup>6</sup> J. Gross, Bogoroch, N. J. Nadler, C. P. Leblond, J. Roentgenol. Rad. Therapy, 65, 20 (1951). <sup>7</sup> А. С. Скачкова, Тр. по применению радиоактивных изотопов в медицине, ред. А. Игнатова, 1953, стр. 53—57. <sup>8</sup> И. Ш. Зедгинидзе, Тез. докл. Закавказской радиологической конференции, 28—31 октября 1955, стр. 37—38. <sup>9</sup> L. Bakay, Arch. Neurol. Psychiat., 71, 6, 673 (1954). <sup>10</sup> U. Borell, A. Öström, Acta Physiol. Scand., 10, 231 (1945), цит. по Г. Хевеши, Радиоактивные индикаторы, ИЛ, 1950. <sup>11</sup> J. Levi, Exp. Cell Res., 7, 44 (1954). <sup>12</sup> S. Koletsky, J. H. Christie, Am. J. Pathol., 27, 175 (1951).

Т. Л. ЛИХАЧЕВА

## К МОРФОЛОГИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОЙ ИННЕРВАЦИИ ПРЯМОЙ КИШКИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 13 XII 1956)

В литературе имеется описание рецепторных приборов ампулярной части прямой кишки у некоторых позвоночных (<sup>1-5</sup>).

Мы изучали афферентную иннервацию различных отделов прямой кишки — ампулы, геморроидального кольца и кожной части анального отверстия — у некоторых млекопитающих и человека. Для этой цели использовался метод Бильшовского — Грос в модификации Кампоса.

Как показывают гистологические наблюдения, в каждом отделе прямой кишки имеются своеобразные рецепторные приборы: в ампуле — преимущественно кустики, в двух нижних отделах — клубочки.

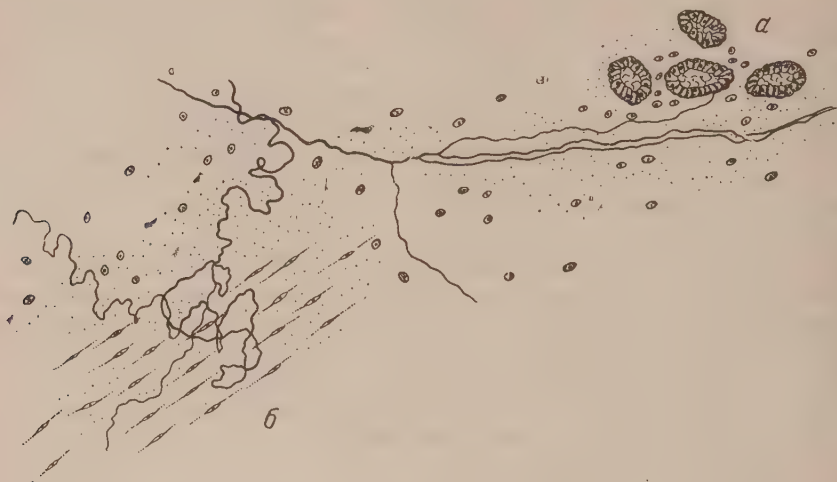


Рис. 1. Два чувствительных окончания: *a* — в виде кустика, нежные веточки которого проходят вблизи крипт либеркюновых желез; *б* — в виде рыхлого клубочка, лежащего в подэпителиальной соединительной ткани и гладкой мускулатуре прямой кишки котенка. МБИ-1, ок. 7, об. 40X

В слизистой оболочке ампулярной части прямой кишки мы наблюдали афферентное нервное сплетение. Его волокна проходят вдоль кровеносных сосудов, через территории ганглиев подслизистого сплетения, дихотомически разветвляясь и нередко образуя различной формы петли. Их ветви заканчиваются нежными кустиками, реже свободными клубочками. В нижнем отделе ампулы встречаются единичные простые инкапсулированные клубочки. Ветви кустиков располагаются в соединительной ткани и пробегают между криптами либеркюновых желез, подходя к эпителию. Клубочки залегают в соединительной ткани под эпителием и частично заходят в гладкую мускулатуру (рис. 1).

В слизистой оболочке геморроидального кольца и в подэпителиальной соединительной ткани кожной части анального отверстия выявлено особен



большое количество рецепторов, причем отмечается преобладание разнообразных по форме свободных и инкапсулированных клубочковых окончаний. Представление об их числе можно составить по следующим данным: на плоскостном срезе толщиной 20  $\mu$ , размером  $1,8 \times 2,1$  см число клубочковых сходит до 22, а на продольных срезах той же толщины, имеющих площадь  $1,8 \times 2$  см — до 34. В зависимости от формы выделяются простые и сложные инкапсулированные окончания. Простые клубочки отличаются от сложных клубочковых рецепторов своими размерами, а также тем, что в сложных клубочковых окончаниях под капсулой располагаются не один, а до шести клубочков. Простой инкапсулированный клубочек имеет в среднем по продольной оси 50—80  $\mu$ , по поперечной 30—80  $\mu$ , а сложные инкапсулированные окончания по продольной оси 70—180  $\mu$ , а по поперечной от 50 до 112  $\mu$ .

Обычно простой клубочек образует два волокна — мякотное и безмякотное. К простому клубочку может подходить и два-три толстых мя-

котных волокна. В таких случаях одно волокно входит в состав клубочков, другие покидают его и, как удалось проследить на ряде препаратов, пройдя некоторое расстояние, заканчиваются вновь чувствительными приборами. К сложным инкапсулированным окончаниям направляются от одного до шести и более нервных волокон. Иногда отмечается, что к сложным окончаниям подходит столько нервных волокон, сколько в нем клубочков. Если число клубочков в сложном инкапсулированном приборе больше, чем количество входящих нервных волокон, то клубочки, по-видимому, образуются ветвями последних. На некоторых препаратах видно, как толстое нервное волокно разделяется в клубочке на две ветви, и они образуют сложные завитки, заканчивающиеся небольшими утолщениями вблизи ядер шванновских клеток. На рис. 2 изображен один из сложных инкапсулированных рецепторов, который состоит из двух клубочков, покрытых общей капсулой. Каждый из клубочков окружен светлой зоной. Вокруг клубочков и между его завитками располагаются удлиненные ядра шванновских клеток.

Интересно расположение описанных чувствительных приборов. Они лежат в соединительной ткани вблизи многослойного плоского эпителия, около артериол, венул, капилляров, на месте перекреста артериолы и венулы, на месте деления сосуда. Часто инкапсулированные клубочки располагаются парами по обе стороны сосуда и связаны друг с другом мякотным нервным волокном (рис. 3).

Следует отметить, что в таких случаях у одного из клубочков хорошо видно подходящее нервное волокно. Нервное волокно, выходящее из инкапсулированного окончания, образует не только клубочек, но и кустик. Каждый из компонентов такого сложного окончания располагается в разных

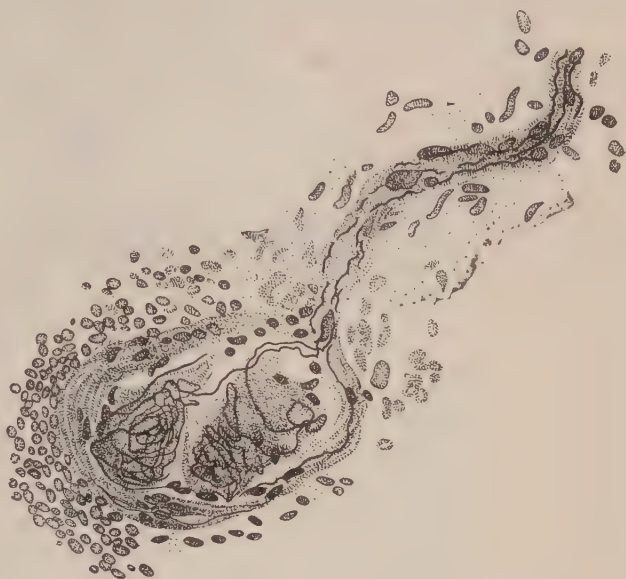


Рис. 2. Сложный инкапсулированный рецептор слизистой оболочки анальной области прямой кишки человека. Цейсс, ок. 7, об. 45 $\times$ , репрод.  $\frac{7}{8}$

тканях: клубочек — в соединительной ткани вблизи сосуда, а ветви кустика — в соединительной ткани и в эпителии.

Афферентные нервные волокна слизистой оболочки геморроидального кольца и кожной части анального отверстия образуют мощное сплетение,

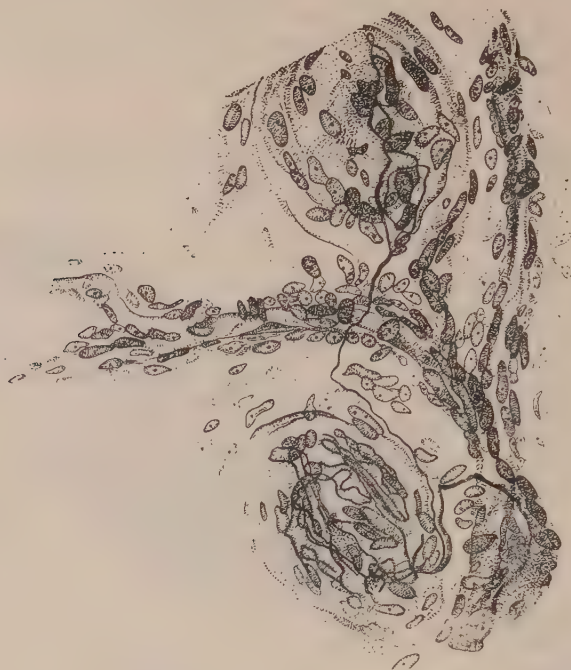


Рис. 3. Два инкапсулированных клубочка, расположенных на месте деления сосуда и соединенных друг с другом мягкотным нервным волокном. Слизистая оболочка анальной области прямой кишки человека. Цейсс, ок.7, об. 45  $\times$ , репрод.  $\frac{7}{8}$

в котором не обнаруживаются клеточные элементы. Их покрывают периневральные футляры, переходящие в капсулу окончаний. Инкапсули-



Рис. 4. Чувствительный кустик в гладкой мускулатуре ампулы прямой кишки собаки. МБИ-1, ок. 7, об. 40 $\times$

рованные рецепторы кожной части анального отверстия имеют более сложное строение, чем в слизистой оболочке геморроидального кольца.

В циркулярном и продольном слоях гладкой мускулатуры прямой кишки и в межмышечной соединительной ткани выявлены кустиковые рецепторы. Их образуют толстые мягкотные волокна, проходящие в межмышеч-

и сплетении. Длинные извивающиеся терминальные ветви этих рецепторов пробегают вдоль гладкомышечных клеток и заканчиваются вблизи их пер резко истонченными волоконцами, колечками или пуговками (рис. 4). Кольца ветвей кустиков лежат ядра шванновских клеток. Мы не можем с полной достоверностью говорить о функциональном значении полученных нами форм рецепторов, но, сопоставляя с физиологическими данными результаты наших исследований, мы, как нам кажется, можем основания считать клубочковые окончания за прессорецепторы.

Институт физиологии им. И. П. Павлова  
Академии наук СССР

Поступило  
12 XII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Е. М. Крохина, Арх. анат., гистол. и эмбриол., 29, в. 5, 43 (1952). <sup>2</sup> E. Colé, Comp. Neurol., Philadelphia, 38, Н. 4, 369 (1925). <sup>3</sup> Н. Б. Лаврентьева, Автореферат диссертации, АМН СССР, М., 1952. <sup>4</sup> А. В. Немилов, Тр. СПб. общ. естествоисп., 32, 2 (1902). <sup>5</sup> G. Ottaviani, Zs. f. mikr.-anat. Forsch., 47, Н. 1, 151 (1950).



И. И. СЕМЕНОВА

## МОРФОЛОГИЯ НЕРВНОГО АППАРАТА Фолликулов Яичника Женщины

(Представлено академиком Н. Н. Анчиковым 29 IX 1956)

Взаимосвязь центральной нервной системы эндокринных органов, в частности половых желез, общеизвестна.

Физиологические исследования ((<sup>1-3</sup>) и др.), обнаружившие хемо-, баро- механо- и терморецепторы в женской половой сфере, показали наличие связи последней с центральной нервной системой, и в том числе с корой головного мозга. Вместе с тем морфология нервного аппарата некоторых отделов яичника женщины очень плохо изучена. Это касается особенно иннервации фолликулов, данные о которой крайне противоречивы. Большинство авторов (<sup>4-7,9</sup>) отрицает наличие нервных волокон между клетками фолликулярного эпителия. Только в старой работе Ризе (<sup>8</sup>) отмечено, что в одном препарате яичника 50-летней женщины ему удалось проследить два тонких нервных волокна среди гранулезных клеток фолликула. Указаний на наличие рецепторов в фолликулах яичника человека в доступной нам литературе мы не нашли.

В настоящем сообщении приводятся результаты исследования морфологии нервного аппарата фолликулов в яичнике человека. Объектом исследования служили яичники женщин, полученные при оперативных вмешательствах и аутопсиях. Материал импрегнировался серебром и суправитальным окрашивался метиленовой синью по Догелю. Всего изучено 75 яичников.

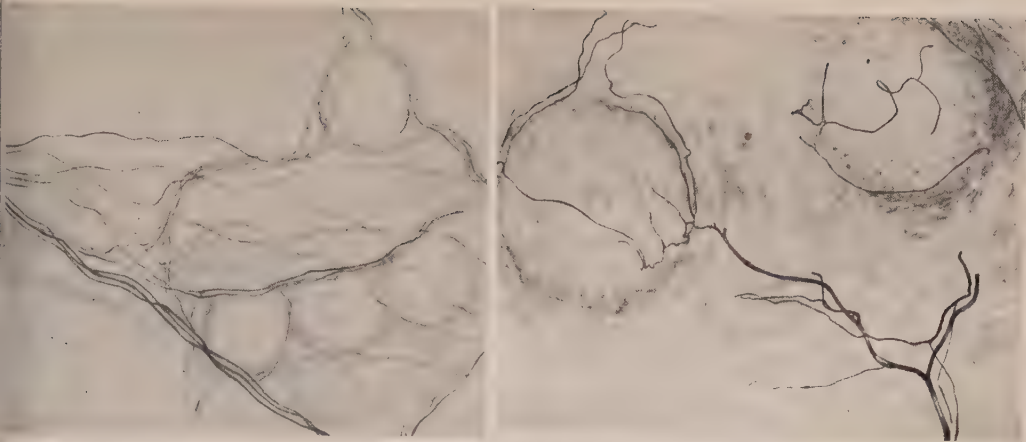
При микроскопическом исследовании хорошо видны многочисленные тонкие и толстые нервные стволы, вместе с сосудами вступающие в ворота яичника, откуда они проникают в соединительнотканную строму мозгового и коркового слоев, где образуют различной формы широко- и узкопетлистые сплетения.

В корковом слое из нервных стволиков выходит очень большое число безмякотных и одиночные мякотные нервные волокна, которые пронизывают его соединительнотканную строму, проходят широкими пучками между фолликулами, ветвятся и оплетают их.

Нам удалось проследить иннервацию фолликулов на различных стадиях развития и регресса в яичниках новорожденных, детей и взрослых женщин.

Примордиальные фолликулы, как известно, состоят из яйцевой клетки, окруженной одним слоем уплощенных эпителиальных клеток и представляют собой простейшую стадию развития фолликула. В строме коркового слоя в области примордиальных фолликулов сравнительно легко можно обнаружить большое число нервных стволиков и одиночных нервных волокон. Нервные волокна ветвятся, часть из них окружает примордиальные фолликулы, и тонкие нервные волокна проникают внутрь последних.

Нервный аппарат примордиальных фолликулов значительно более просто построен по сравнению с созревающими фолликулами. На рис. 1 представлен препарат, окрашенный метиленовой синью, на котором видно, что нервные волокна широкими пучками проходят между примордиальными фолликулами, образуют вокруг них сплетения, и в одном фолликуле тонкое нервное волокно располагается между клетками однослойного эпителия.



1. Сплетение нервных стволиков вокруг примордиальных фолликулов. Метиленовая синь. Ок. 15, об. 40×

Рис. 2. Рецептор фолликула. Импрегнация серебром по Кахалю—Фаворскому. Ок. 5, об. 90×

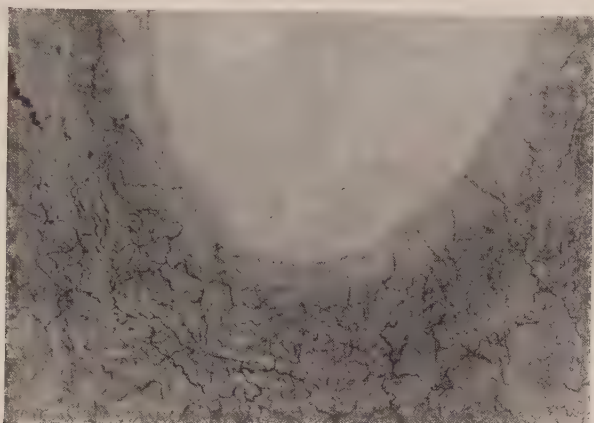


Рис. 3. Атретический фолликул (кистозная форма), окруженный густым сплетением нервных волокон и тонких нервных стволиков. Метиленовая синь. Ок. 10, об. 8×

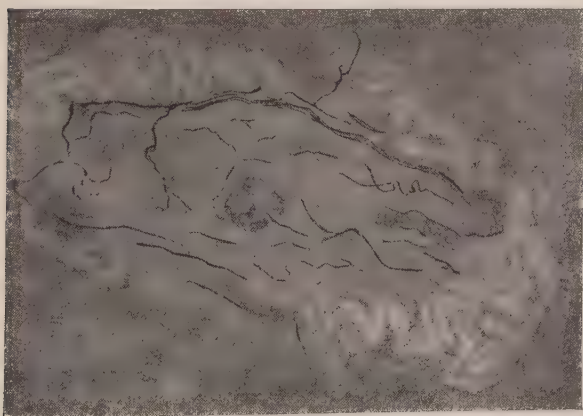


Рис. 4. Атретический фолликул (облитерационная форма). Нервные стволики и нервные волокна среди соединительной ткани, заполняющей бывшую полость фолликула. Импрегнация серебром по Кахалю—Фаворскому. Ок. 10, об. 20×





С развитием и ростом фолликулов изменяется их структура — увеличивается в размерах яйцевая клетка, эпителиальные клетки гипертрофируются и гиперплазируются, эпителий становится многорядным. Развитие фолликула заканчивается образованием графова пузырька.

По мере созревания фолликулов усложняется и их нервный аппарат. На рис. 2 показано, что нервные волокна не только окружают созревающие фолликулы и располагаются среди их гранулезных клеток, но и заканчиваются рецепторами. В соединительной ткани проходит делящееся мякотное толстое нервное волокно, одна из ветвей которого входит в фолликул и распадается на терминальные веточки, образуя окончания типа кустика. Из этого же мякотного нервного волокна отходят еще ветви, идущие к другим фолликулам, которые не попали в данный срез. Внутри еще одного фолликула также видно терминальное разветвление нервного волокна.

Кроме примордиальных и растущих фолликулов с последующим образованием желтых тел в яичнике имеются и атретические фолликулы. Как известно, процесс атрезии фолликулов протекает различно — существует облитерационная и кистозная формы атрезии фолликулов. При изучении нервного аппарата атретических фолликулов выяснилось, что в зависимости от формы атрезии имеются отличия и в их иннервации. На рис. 3 представлен атретический фолликул (кистозная форма), в котором произошла гипертрофия яйцевой клетки и клеток эпителия фолликула. Подобного рода атретические фолликулы богато васкуляризированы и окружены густым сплетением нервных волокон, располагающихся между клетками *theca folliculi*. Большое число нервных волокон и сосудов в атретизирующих фолликулах, по-видимому, связано с их сохранившейся эндокринной функцией.

При облитерационной форме атрезии фолликулов число нервных волокон значительно меньше, и они располагаются в соединительной ткани, замещающей ранее бывшую здесь полость фолликула. На рис. 4 представлен фолликул (облитерационная форма) в стадии атрезии; по периферии фолликула уже образовались гиалиновые массы, а в центральной части, заполненной соединительной тканью, прослеживаются тонкие нервные волокна и нервные волокна, проходящие на различной глубине. По мере нарастания регрессивных изменений в фолликуле, в последнем количество нервных волокон делается все меньше и меньше.

Процесс обратного развития фолликулов заканчивается образованием гиалинового рубчика, в соединительнотканых прослойках которого среди гиалиновых масс сохраняются только одиночные нервные волокна.

Таким образом, нервный аппарат фолликулов изменяется в зависимости от стадии их развития или регресса. Примордиальные фолликулы обладают сравнительно просто построенным иннервационным аппаратом. В стадии полного развития фолликулы богато иннервированы, нервные волокна образуют вокруг них сплетения, проникают внутрь эпителиальных клеток фолликула и имеют рецепторные окончания, представленные кустиковыми формами различной степени сложности. В период регресса фолликула количество нервных волокон уменьшается и при образовании рубчика они почти полностью отсутствуют.

Институт экспериментальной медицины  
Академии медицинских наук СССР и  
Первый ленинградский медицинский институт  
им. акад. И. П. Павлова

Поступило  
25 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> К. Х. Кекчеев, Ф. К. Сыроватко, Бюлл. биол. и мед., 7, 320 (1939).  
<sup>2</sup> Э. Ш. Айрапетьянц, Е. Ф. Крыжановская, Сборн. научн. тр. Центр. инст. акушерства и гинекологии, 10, 33 (1947). <sup>3</sup> С. К. Гамбашидзе, Материалы к физиологии интерорецепторов половой сферы, Тбилиси, 1951. <sup>4</sup> V. Akagi, Zs. f. Pathol., 6, 165 (1921). <sup>5</sup> E. Winterhalter, Arch. f. Gynaekol., 51, 49 (1896). <sup>6</sup> H. Gosske, Arch. f. Gynaekol., 166, 187 (1938). <sup>7</sup> H. Meyer, Arch. f. Gynaekol., 23, 270 (1884). <sup>8</sup> H. Riese, Anat. Anz., № 14—15, 401 (1891). <sup>9</sup> K. Коррел, Zbl. f. Gynaekol., H. 15, 915 (1950).

Е. Б. ХАЙСМАН

## О ФЕНОМЕНЕ НАДСОСУДИСТОЙ ПЕРЕСТРОЙКИ АФФЕРЕНТНЫХ НЕРВНЫХ ПРОВОДНИКОВ

(Представлено академиком А. Д. Сперанским 1 X 1956)

Изучая иннервацию некоторых отделов серозных покровов (перикарда, диафрагмальной брюшины, собственной влагалищной оболочки яичка и др.) у млекопитающих с помощью методики тотального микрофотографирования пленочных препаратов, мы имели возможность наблюдать чрезвычайно любопытные явления со стороны нервных волокон чувствительной природы. Речь идет о своеобразных структурных изменениях, которым эти волокна подвергаются в местах взаимного пересечения и контакта их с кровеносными сосудами, главным образом, сосудами мелкого калибра: артериолами, капиллярами, венами. Совокупность морфологических признаков, характеризующих состояние чувствительных нервных волокон в указанных зонах их параваскулярной локализации, мы назвали феноменом «надсосудистой перестройки» афферентных проводников.

Как показали дальнейшие наши наблюдения, данный феномен не является исключительной принадлежностью серозных оболочек. Важно, однако, заметить, что наиболее отчетливо он представлен в органах и тканях с плоскостной конструкцией, создающей тесные топографические отношения между кровоснабжающими их сосудами и нервными проводниками. Таковыми являются: твердая мозговая оболочка, надкостница плоских и трубчатых костей, фасции мышц и сухожильные влагалища, капсула почек, слизистые оболочки органов с плотной основой (слизистая надгортанника, трахеи, носовых раковин) и др.

В доступной нам нейроморфологической литературе мы не встретили каких-либо указаний по поводу интересующего нас феномена. Последний, очевидно, не привлекал к себе должного внимания исследователей и предметом специального изучения не являлся.

Дать морфофизиологическую характеристику феномена, который, с нашей точки зрения, заслуживает тщательного и всестороннего анализа — такова задача настоящего сообщения.

Рис. 1. *а* — Расширение пучка нервных волокон и окружающего его периневрального влагалища в месте пересечения со стенкой артериолы; собственная влагалищная оболочка яичка кота; микрофото; малое увеличение; *б* — скопление шванновских ядер в зоне параваскулярного расширения пучка нервных волокон; собственная влагалищная оболочка яичка собаки; микрофото; большое увеличение

Рис. 2. Очаги демиелинизации по ходу мякотных нервных волокон в зоне их надсосудистого залегания; надкостница большеберцовой кости кошки; рисунок с препарата, микроскоп МБИ (ок. 10, об. 40×)

Рис. 3. Разволокнение нейрофибрилл в демиелинизированных участках нервных волокон; твердая мозговая оболочка собаки; рисунок с препарата; микроскоп МБИ (ок. 10, об. 40×)

Рис. 4. *а* — Петли осевых цилиндров в зоне надсосудистого залегания нервного пучка; собственная влагалищная оболочка яичка собаки; рисунок с препарата, микроскоп МБИ (ок. 10, об. 40×); *б* — различные вариации петлевидных структур по ходу осевых цилиндров в местах пересечения нервного пучка со стенкой артериолы; перикард кошки; рисунок с препарата, микроскоп МБИ (ок. 10, об. 40×)

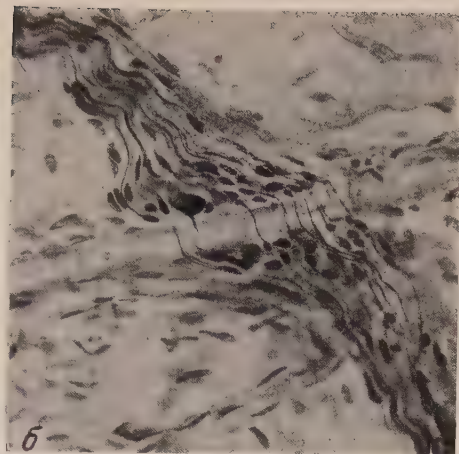
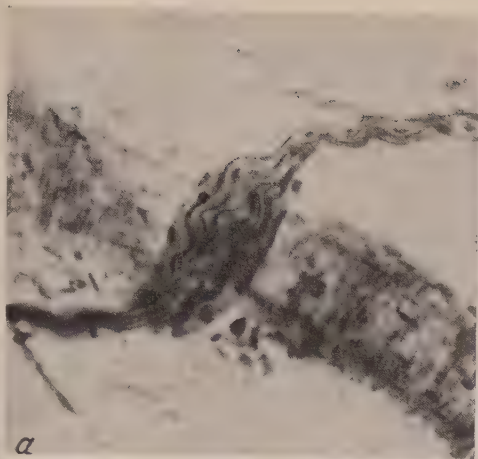


Рис. 1



Рис. 2

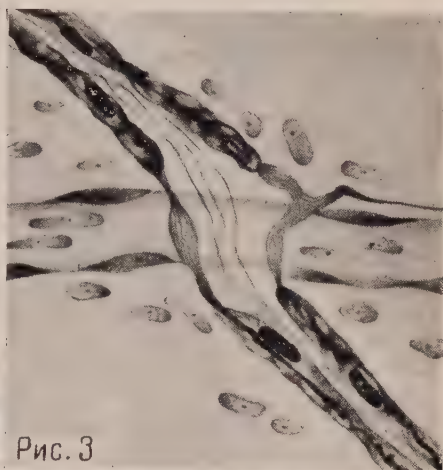


Рис. 3

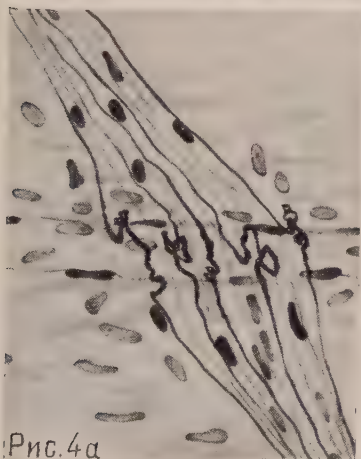


Рис. 4а

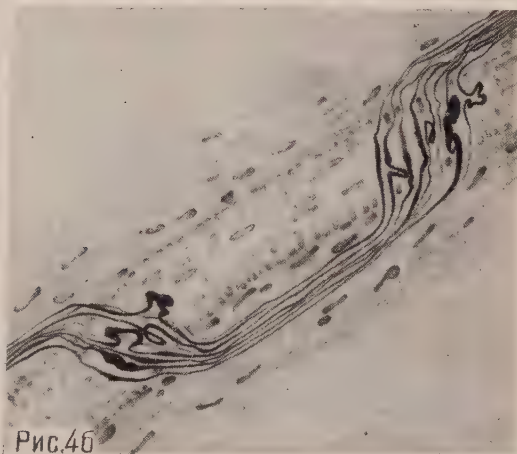


Рис. 4б





Работа выполнена на материале нормальных половозрелых животных — собак, кошек, кроликов.

Микроскопическому исследованию подвергались плоскостные тотальные препараты вышеназванных органов и тканей. Препараты обрабатывались импрегнационными методиками (серебрение по Бильшовскому — Гросс по Кампосу) с последующим золочением и докраской гематоксилиновыми красителями.

Наиболее демонстративно феномен надсосудистой перестройки афферентных нервных проводников выступает по ходу нервных волокон, объединенных в пучки. Последние в местах взаимного пересечения и контакта со стенками кровеносных сосудов внезапно изменяют свои внешние очертания. Они резко расширяются, а составляющие их волокна веерообразно расходятся, располагаясь в один ряд. Соответственно расширяются, уплотняются и как бы обтекают обращенную к ним поверхность сосуда одевающие эти пучки периневральные влагаллица (рис. 1а). Таким образом, в указанных участках по ходу нервных проводников устанавливаются гораздо более тесные топографические взаимоотношения со стенкой кровеносного сосуда, чем простое касание в каких-либо точках ее выпуклой поверхности. Если к тому же учесть, что адвентициальная оболочка сосуда одновременно является соединительнотканной основой для смежной с ним поверхности периневрального футляра, то становится очевидной и конструктивная связь между данными образованиями.

Нередко в зонах надсосудистой локализации нервных проводников отмечается концентрация элементов периферической глии в виде значительных скоплений шванновских ядер. При этом обращает на себя внимание хаотичный характер этих скоплений. Группируясь на противоположных участках параваскулярного расширения нервного пучка, они оставляют свободной его центральную зону, непосредственно прилежащую к стенке сосуда. В самих очагах отчетливо выступает полиморфизм шванновских ядер: среди обычных овальных ядер, умеренно закрашивающихся при импрегнации, встречается множество ядер шаровидной и несколько угловатой формы, сравнительно малых размеров и интенсивно чернящихся солями серебра (рис. 1б).

Следующий признак, который характеризует интересующие нас участки по ходу нервных проводников, это — строго локальные перерывы миелиновой оболочки (рис. 2, 3). Если на первых порах нам казалось возможным связывать обнаружение данного факта с некоторыми обстоятельствами непостоянного или условного значения, — так, например, можно было предполагать и случайное совпадение перехватов Ранье со стенкой сосуда, наличие случайных дефектов миелиной оболочки, и, наконец, недовыведение ее в связи с погрешностями импрегнационных методик, — то в дальнейшем анализ большого количества препаратов убедил нас в несостоятельности подобного рода предположений. Наблюдая перерывы миелиновой оболочки в местах надсосудистых расширений нервных пучков, мы отмечали при этом: 1) одновременное обнажение осевых цилиндров по ходу всех или почти всех нервных волокон данного пучка и 2) известное соответствие между линейными размерами безмякотных участков и калибром подлежащего сосуда. Отсюда следует, что единственно правильная трактовка данного морфологического признака должна исходить из представления о прижизненном существовании очагов демиелинизации в зонах пересечения и интимного контакта нервных проводников с кровеносными сосудами.

Не остаются без изменений и осевые цилиндры нервных волокон. Они обнаруживают существенные структурные преобразования, морфологические картины которых неоднородны и зачастую весьма сложны. Различного рода варикозные вздутия, разволокнения нейрофибрилярного остова, крупные натечки нейроплазмы, подчас имитирующие тела нервных клеток, — все это в тех или иных случаях характеризует состояние осевых цилиндров нервных отростков в зоне их параваскулярной локализации (рис. 1б, 3). Но,

пожалуй, наибольший интерес представляют собою петли осевых цилиндров. Характерно, что в местах надсосудистой залегаемости нервного пучка, целиком состоящего из афферентных проводников, те или иные фигуры петлевидных образований обычно возникают по ходу всех или почти всех аксонов данного пучка (рис. 4). Иную картину приходится наблюдать в тех случаях, когда мы имеем перед собою смешанный нервный пучок, в частности содержащий в своем составе и афферентные, и эфферентные (вегетативные) нервные проводники. Как правило, петлевидные структуры в таких пучках обнаруживаются лишь по ходу чувствительных нервных волокон. Остальные волокна при этом сохраняют свои обычные контуры. Основываясь на многочисленных наблюдениях подобного рода, мы еще раз подчеркиваем, что только аксоны чувствительной природы подвержены структурным преобразованиям в зонах параваскулярной локализации нервных проводников.

Естественно, возникают вопросы: какова природа описываемого феномена, в чем заключается его биологическая сущность.

Исключительная зависимость феномена надсосудистой перестройки афферентных нервных проводников от контакта последних со стенкой кровеносных сосудов в местах их взаимного пересечения заставляет предполагать, что со стороны этих сосудов нервные волокна испытывают какие-то влияния, способные вызвать в них те или иные структурные изменения. И, конечно, в первую очередь приходится думать о влияниях, обусловленных функциональной подвижностью стенок сосудов.

Как уже ранее указывалось, между сосудами и нервными проводниками в зонах параваскулярной локализации существует определенная конструктивная связь. Благодаря этому интересующие нас участки нервных проводников могут рассматриваться как своеобразные пункты фиксации их на стенках кровеносных сосудов. В свете только что сказанного нетрудно понять, каким образом сосудистая подвижность способна превращаться в агент раздражения нервных волокон. Легко, например, представить себе попеременный эффект натяжения (с сопутствующей деформацией) и расслабления нервного волокна на ограниченном участке соприкосновения его со стенкой мелкой артерии (или прекапиллярной артериолы) как следствие ритмических колебаний диаметра этих сосудов, синхронных сокращениям и расслаблениям их кольцевой мускулатуры. Аналогичный эффект, только может быть в меньшей степени выраженный, следует ожидать и в тех случаях, когда дело идет о контакте нервных волокон с капиллярами и начальными венулами, т. е. теми звеньями кровеносного русла, где отсутствует или слабо представлена активная динамика стенки сосуда, но зато отчетливо выражена амплитуда пассивных колебаний его просвета.

Таким образом, функциональная подвижность сосудистых стенок при наличии оформленных (с морфологической точки зрения) контактов нервных проводников с кровеносными сосудами в местах их взаимного пересечения и есть, по-видимому, тот не непрерывно, но постоянно действующий в физиологических условиях фактор раздражения, которому обязан своим возникновением наблюдаемый нами феномен.

Мы уже отмечали, что только по ходу чувствительных проводников возникают очаги структурной перестройки их осевых цилиндров. Аксоны же двигательной (вегетативной) природы в тех же участках параваскулярной локализации никаких видимых изменений не претерпевают. Данное наблюдение является, на наш взгляд, весьма убедительным примером различной реактивности указанных нервных проводников к действию одного и того же раздражителя.

Оценивая разнообразные картины морфологической перестройки афферентных нервных волокон с точки зрения реактивной природы изучаемого феномена, мы можем в общих чертах представить себе последовательные этапы их возникновения и развития в процессе длительного раздражения нервных волокон. Пожалуй, наиболее ранними признаками их реактивного



гоения следует считать местные очаги накопления нейроплазматической станции в виде утолщений осевых цилиндров (начиная с незначительного метенообразного вздутия и кончая гигантскими варикозностями). Начальными спутниками физиологической альтерации нервных волокон являются, видимо, и такие признаки, как разволокнение нейрофибрилярного звна и локальное исчезновение миелина. Дальнейшие этапы структурных преобразований мы склонны отождествлять с явлениями избыточного та осевых цилиндров (петлевидные структуры), с одной стороны, и проерации элементов сопровождающей их периферической глии — с другой. Несомненно, весь этот сложный процесс перестройки афферентных нервных проводников заслуживает внимания с точки зрения специфической функции проведения нервного импульса. В то же время, трудно допустить, чтобы в нормальном организме влияние естественного и постоянно действующего раздражителя, обусловленного физиологической подвижностью студистой стенки, могло бы повлечь за собою несовместимую с нормальным функционированием структурную перестройку периферических отделков чувствительных нейронов. Следовательно, не с патологическим (или дегенеративным) состоянием нервных волокон, а с явлениями функциональной и морфологической трансформации их, в конечном итоге направленными на обеспечение сохранного проведения нервного импульса в мало благоприятных условиях, мы должны идентифицировать описанные нами картины структурных преобразований по ходу афферентных проводников в периферической нервной системе. С этой точки зрения особый интерес представляют собою завершающие этапы указанных преобразований, а именно — формирование петлевидных структур осевых цилиндров. Последним мы склонны придавать значение так называемых запасных складок, благодаря которым снижается или вовсе пропадает эффект натяжения нервного волокна, связанный с амплитудой колебания просвета сосуда. Тем самым устраняется дальнейшее воздействие на нервный проводник фактора раздражения, и нервный импульс, зарождающийся в рецепторном отделе соответствующего афферентного волокна, получает возможность беспрепятственного распространения по направлению к центру.

Таким образом, положительная роль процесса петлеобразования, а также и тех этапов реактивного состояния нервного волокна, которые ему предшествуют, заключаются, на наш взгляд, в том, чтобы в конечном итоге обеспечить необходимую для правильного функционирования нервных механизмов чистоту центростремительных импульсов.

Институт нормальной и патологической  
физиологии  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
29 IX 1956

Г. Б. ЗЕВИНА

УСОНОГИЕ РАКИ (*BALANUS IMPROVISUS* DARWIN И  
*B. EBURNEUS* GOULD) В ОБРАСТАНИЯХ СУДОВ И  
ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ КАСПИЙСКОГО МОРЯ

(Представлено академиком И. И. Шмальгаузенем 15 XI 1956)

Усоногие раки являются наиболее обычными компонентами в обрастаниях морских судов. На днищах судов они нередко переносятся в области далекие от их прежнего местообитания, где при благоприятных условиях эти рачки могут размножаться и заселять новые для данного вида районы. Так было с *Balanus eburneus*, переселившимся с побережья Америки в Черное море <sup>(9)</sup>, с *Elminius modestus*, перенесенным в обрастаниях судов в южного полушария в северное <sup>(12, 13, 17)</sup> и с рядом других видов усоногих <sup>(4, 11)</sup>.

Каспийское море, как то показало успешное переселение в него многощетинкового червя *Nereis succinea*, креветки *Leander adspersus*, моллюсков *Mytilaster lineatus* и *Syndesmia ovata*, кефали и др., особенно благоприятно для вселения в него отдельных компонентов черноморской фауны.

После открытия судоходства по Волго-Донскому каналу в Каспийском море из Черного был завезен *B. improvisus* <sup>(3, 10)</sup>, обнаруженный впервые на Каспии в 1955 г. В июне-июле 1956 г. при обследовании обрастаний в Каспийском море нами были найдены не только *B. improvisus*, но и *B. eburneus*, очевидно, проникший сюда тем же путем, что и первый вид. Ввиду отсутствия места мы не приводим описания этих видов, но, пользуясь рис. их вполне можно различать.

*B. eburneus* в больших количествах встречался на сваях пристаней и буйках в Красноводской бухте, а также на деревянных сваях у о. Огурчинского, в последнем пункте — вместе с *B. improvisus*.

*B. improvisus*, по-видимому, распространился в настоящее время уже почти по всему Каспийскому морю. Так, он был найден у о. Кулалы (у Изберга <sup>(3)</sup> и наши сборы), в районе Апшеронского полуострова и Бакинского архипелага (наши сборы) на Сальянском рейде и в донных проходах на разрезе Килязи — Бегдаш (сборы Н. Н. Романовой), в районе Ленкорани (устное сообщение Е. Н. Куделиной), у о. Огурчинского (наши сборы).

Кроме того, *B. improvisus* был найден нами в больших количествах в обрастаниях судов, особенно рыболовных \*, ходивших в Южном Каспии, в районах Сальянского рейда, о. Огурчинского и т. д. Множество *B. improvisus* встречалось на несамоходной барже, совершавшей рейсы между Сальянским рейдом и Баку. Единичные экземпляры баянусов этого же вида найдены на «Саратовском ледоколе», ледоколе, пришедшем из Волги в Баку, и на теплоходе, ходившем в Красноводск, Махач-Калу и на Астраханский рейд. В настоящее время баянусы распространены главным образом вблизи портов или стоянок рыбацких судов. Исключение составляет Бакинская бухта, где, видимо, из-за сильного загрязнения нефтью и сточными водами баянусы не поселяются. Не встречались баянусы и на мелких судах, плававших в этой бухте \*\*.

При сравнении каспийских *B. improvisus* и *B. eburneus* с черноморскими, у первого вида обнаружались некоторые отличия. *B. improvisus* Каспия (со свай в Изберге и с буйка № 2 из Бакинского архипелага) име-

\* Моторные катера 835, 836, «Белорыбца», сейнеры «Минск», «Уса», «Сальянов».

\*\* Например, кавасаки № 63 или катер «Буренинец», который после очистки днища стоял несколько недель в Баку.

плкие толстостенные домики, похожие скорее на домики типичных экземпляров *B. eburneus*. Длина их (карино-ростральный диаметр основания домика) доходила до 22 мм, тогда как в Черном море нам тогда не попадались *B. improvisus* длинее 16 мм. Данные о максимальных размерах каспийских и черноморских *B. improvisus* приведены в табл. 1. Крупные размеры каспийских *B. improvisus* и их структура, с которой этот вид расселился по морю, свидетельствуют о том, что условия оказались для этого организма чрезвычайно благоприятными. В *B. eburneus* в Красноводской бухте, где процветает *Mytilaster lineatus*, срываются, гремящими твердые предметы, могли делиться лишь на раковинах этого моллюска. А как митилиастеры в дне достигали 15—18, а 23 мм, то сидящие на них баянусы имели относительно небольшие основания, но зато были очень высокими, т. е. напоминали по форме экземпляры, встречающиеся при массовых поселениях. Максимальная длина основания домика у *B. eburneus* в Красноводской бухте была 18 мм при высоте в 11 мм. Зато нередко встречались экземпляры длиной 10—11 мм и высотой до 20 мм. Более длинное основание имел *B. eburneus* в Черном море, простоявший у о. Огурчинского около года. Длина его была 22 мм, высота 14 мм. В Черном море встречаются баянусы этого вида длиной до 25 мм. Можно думать, что каспийские *B. eburneus* недавно там появившиеся еще не успели достигнуть максимальной величины. Уже тот факт, что *B. eburneus* изобилует в Красноводской бухте, где им заняты все сваи пристаней и почти все буи и вешки, позволяет думать, что этот вид успешно акклиматизировался в Каспийском море. В настоящее время в Каспийском море, так же как и в Азовском (1) наблюдается усиленная конкуренция между *B. improvisus* и *Mytilaster lineatus*. Летом чистые поверхности заселялись преимущественно баянусами, количество которых было порядка нескольких десятков тысяч, тогда как митилиастеров только около сотни на 1 м<sup>2</sup>. На поверхностях, занятых ранее этими моллюсками, баянусов было сравнительно немного — десятки или сотни на 1 м<sup>2</sup>. Можно думать, что поселение митилиастеров препятствует оседанию усоногих раков. Осенью на поверхности, занятые летом многими раками, осели митилиастеры, прикрепившиеся к домикам пер-

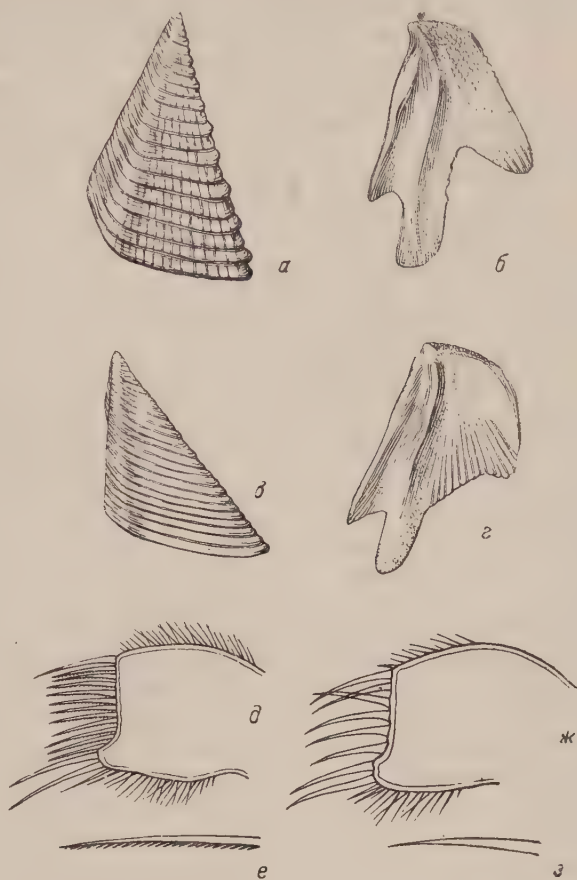


Рис. 1. Таблички и максиллы I *Balanus eburneus* и *B. improvisus* из Каспийского моря: а — скutum *B. eburneus*; б — тергум *B. eburneus*; в — скutum *B. improvisus*; г — тергум *B. improvisus*; д — максилла I *B. eburneus*; е — срединная щетинка максиллы I *B. eburneus*; ж — максилла I *B. improvisus*; з — срединная щетинка максиллы I *B. improvisus* (рис. И. П. Киселева)

0—11 мм и высотой до 20 мм. Более длинное основание имел *B. eburneus* в Черном море, простоявший у о. Огурчинского около года. Длина его была 22 мм, высота 14 мм. В Черном море встречаются баянусы этого вида длиной до 25 мм. Можно думать, что каспийские *B. eburneus* недавно там появившиеся еще не успели достигнуть максимальной величины. Уже тот факт, что *B. eburneus* изобилует в Красноводской бухте, где им заняты все сваи пристаней и почти все буи и вешки, позволяет думать, что этот вид успешно акклиматизировался в Каспийском море. В настоящее время в Каспийском море, так же как и в Азовском (1) наблюдается усиленная конкуренция между *B. improvisus* и *Mytilaster lineatus*. Летом чистые поверхности заселялись преимущественно баянусами, количество которых было порядка нескольких десятков тысяч, тогда как митилиастеров только около сотни на 1 м<sup>2</sup>. На поверхностях, занятых ранее этими моллюсками, баянусов было сравнительно немного — десятки или сотни на 1 м<sup>2</sup>. Можно думать, что поселение митилиастеров препятствует оседанию усоногих раков. Осенью на поверхности, занятые летом многими раками, осели митилиастеры, прикрепившиеся к домикам пер-



Максимальные размеры *B. improvisus* (карино-ростральный диаметр в мм), обнаруженных в обрастаниях судов и различных предметов, пробывших в течение разного времени в водах Черного или Каспийского морей (по данным разных наблюдателей)

Место	Авторы	После пребывания баянусов в воде в течение							
		19 дней	2 мес.	4 мес.	5 мес.	7 мес.	12 мес.	16 мес.	2 лет
Черное море									
Севастополь, пластины	Тарасов и Зевина (неопубл.), по сборам Розенталя	—	6	7	—	—	11	—	—
Одесса, пластины	Гринбарт (1948)	—	—	10,1	—	12	—	12,6	—
Шхуна «Гайдамак»	Лигнау (1924)	—	—	11	—	—	—	—	—
Каспийское море									
Изберг, дерев. рейка	Зевина	4	—	11	—	—	—	—	—
У о. Свиного, дерев. вешка	»	—	—	12	—	—	—	—	—
У о. Свиного, буй	»	—	—	—	—	—	—	—	20
Р-н Апшер. п-ова, буй	»	—	10	—	—	—	—	—	—
Катер 836 (плавал в районе Сальянского рейда)	»	—	—	—	14	—	—	—	—
Дрифтер «Шука» (плавал в Южном Каспии)	»	—	—	—	—	—	18	—	—

вых поселенцев. Количество баянусов продолжало составлять десятки тысяч на 1 м<sup>2</sup>, но и количество моллюсков было теперь примерно таким же. Правда, биомасса последних была еще невелика, так как размеры их были малы. Интересно проследить в дальнейшем взаимоотношения этих двух видов.

Что касается времени размножения, то в Черном и Азовском морях *B. improvisus* размножаются круглый год, а *B. eburneus* обычно в конце лета. Для *B. eburneus* в Адриатическом море отмечается (<sup>14</sup>) в сентябре-октябре наличие зрелых яиц, а в остальные месяцы — науплиусов, свободно плавающих или находящихся в материнском организме. В июне-июле 1956 г. в Каспийском море в мантийной полости обоих видов встречали зрелые яйца, тогда же было много и только что осевшей молодежи.

Биомассы баянусов, найденные в обрастаниях на Каспийском море пока не превышали 4 кг/м<sup>2</sup>. Для Черного моря указываются значительно большие биомассы. Так, по сообщению Л. А. Зенкевича (<sup>5</sup>), в Новороссийске биомассы *B. improvisus* за 4 месяца составляли 12 кг/м<sup>2</sup>; В. Н. Никитин оценивает биомассу этого вида в 18—20 кг/м<sup>2</sup> за 4—5 месяцев. Можно думать, что в Каспии биомассы баянусов увеличатся, так как прошел всего год с тех пор, как они появились там в большом количестве.

Можно проследить темпы заселения баянусами некоторых районов Каспийского моря. Так, весной и осенью 1954 г. автором брались пробы обрастаний с эстакады в Изберге, при этом не было встречено ни одного

инуса. В пробах обрастаний, взятых в апреле 1955 г. Н. М. Мамай с той же эстакады и присланных нам на определение, их также еще не было: вернее, их просто было так мало, что они не попали в пробы. В июле 1955 г. А. Н. Державин получил первые экземпляры баянусов с той же эстакады. В июле-августе 1956 г. эти сваи были уже густо покрыты *B. improvisus*.

Опрос работников судоверфей и команд докующихся судов показал, что на судах усонogie раки (моряки называют их «белой ракушей», в отличие от митилиастеров — «черной ракуши») впервые появились летом 1955 г. На бую, стоявшем два года (с 1954 г. по июнь 1956 г.) в районе о. Свиного, были крупные баянусы, длиной до 20 мм, но сидели они все на митилиастерах, причем на тех, которые находились в верхнем слое «шубы» из моллюсков; это ясно показывает, что заселение баянусами бую началось позже, чем заселение митилиастерами.

Все эти факты подтверждают предположение, что баянусы появились в массовых количествах летом 1955 г.

*B. improvisus* очень часто, а *B. eberneus* значительно реже встречаются в обрастаниях судов. При этом экземпляры первого вида часто образуют на днищах плотную известковую трудно очищаемую корку. На судах баянусы встречаются в наибольших количествах на корме, но много их бывает и в носовой и в средней частях корпуса, а также на руле и даже на винте. На винтах баянусы сидят ближе к валу, лопасти винта обычно бывают почти чистые. На 1 м<sup>2</sup> днища каспийских судов мы находили до 25000 баянусов (на корме).

Обрастания, состоящие из баянусов, не только сильно снижают скорость хода судов, но и усиливают коррозию подводной части корпуса, так как, поселяясь на краске, прорезают ее острыми краями своих домиков и открывают морской воде доступ к металлу. Мы наблюдали, что по мере роста баянусы раздвигают краску боковыми табличками, так что их домики называются почти сплошь покрытыми пленкой краски. На буюх, окрашенных каменноугольным лаком, все баянусы, кроме только что прикрепившихся, оказались сидящими под краской так, что снаружи виднелись только их оперкулярные отверстия. Подобный же «уход» баянусов под краску описал Н. Г. Лигнау<sup>(7, 6)</sup>.

После переселения усоногих раков в Каспийское море и появления их в обрастаниях судов становится необходимым даже мелкие рыболовные суда, особенно те, которые плавают в Южном Каспии, красить противобрастающими красками. Следовало бы красить также противобрастающей краской и буй, что предохраняло бы их и от коррозии, так как баянусы разрушали бы краски. В тех случаях, когда надо избавиться только от усоногих раков, рекомендуется применять краски или пропитки, содержащие ДДТ, оказывающие специфическое действие на баланид<sup>(15, 17)</sup>.

Институт океанологии  
Академии наук СССР

Поступило  
11 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. П. Воробьев, Тр. Аз.-Чер. НИРО, в. 13 (1949)    <sup>2</sup> С. Б. Гринбарт, Праг. еск. Держ. унив., 3, № 1(56) (1948).    <sup>3</sup> А. Н. Державин, Докл. АН АзербССР, № 2 (1956).    <sup>4</sup> Г. Б. Зевина, Н. И. Тарасов, Тр. Севастоп. биол. ст., 8 (1954).    <sup>5</sup> П. А. Зенкевич, Бюлл. МОИП, отд. биол., 12, 4, № 3 (1935).    <sup>6</sup> Н. Г. Лигнау, Русск. гидробиол. журн., 3, № 11—12 (1924).    <sup>7</sup> Н. Г. Лигнау, Русск. гидробиол. журн., 4, № 1—2 (1925).    <sup>8</sup> В. Н. Никитин, ДАН, 58, № 6 (1947).    <sup>9</sup> А. Остроумов, Вестн. естествозн. (1892).    <sup>10</sup> А. К. Саенкова, Зоол. журн., № 5 (1956).    <sup>11</sup> F. E. Allen, Austr. J. Marine and Freshwater Res., 4, № 2 (1953).    <sup>12</sup> M. W. H. Bishop, Nature, 159, № 4041 (1947).    <sup>13</sup> D. J. Crisp, P. N. J. Chipfield, Nature, 161, № 4080 (1948).    <sup>14</sup> G. V. Kolosváry, Ann. Hist. Nat. Nat. Hung., 15, № 1 (1947).    <sup>15</sup> H. Köhl, Fette und Seifen, 56 (1954).    <sup>16</sup> G. W. Seagren, M. H. Smith, G. H. Young, Science, 102, № 2652 (1954).    <sup>17</sup> H. G. Stubbings, Nature, 166, № 4125 (1950).

Академик АН УССР П. С. ПОГРЕБНЯК, Г. М. ИЛЬКУН и А. А. СОЛОПКО

## УЧЕТ РАСХОДА ВЛАГИ ЛЕСОМ ПО ГРАДИЕНТУ ИСПАРЯЕМОСТИ

В почвоведении, физиологии растений и лесоводстве получили распространение два метода учета транспирации древесных растений: 1) косвенный, почвенно-балансовый метод Г. Н. Высоцкого (<sup>1</sup>) и 2) прямой, физиологический метод Л. А. Иванова (<sup>2</sup>). Каждый из них дает достоверные и достаточно точные результаты. Разница при параллельных определениях по обоим методам, согласно исследованиям Я. К. Зарудного в Черном лесу, не выходит за пределы  $\pm 5\%$ . Однако техническая сложность и связанная с ней трудоемкость ограничивают их применение.

В последнее время разработаны теоретические основы градиентного измерения диффузионного обмена водяных паров (<sup>3</sup>, <sup>4</sup>). Эти исследования позволяют подойти к учету расхода влаги почвой и растениями с метеорологической стороны — путем регистрации движения водяных паров, поступающих с испаряющей поверхности почвы и растения в атмосферу.

Д. Л. Лайхтман (<sup>4</sup>) показал, что величину испарения с поверхности почвы можно определить с помощью градиента удельной влажности воздуха над испаряющей поверхностью и коэффициента турбулентной диффузии для водяного пара, независимо от характера и свойств испаряющей поверхности.

Для учета транспирации растений и многих других целей по этому методу необходимо измерять влажность в данной точке, что невозможно при пользовании аспирационным психрометром. Методика определения коэффициента турбулентной диффузии также не безупречна (<sup>4</sup>). Для расчета испарения за заданный промежуток времени требуются по крайней мере ежечасные наблюдения. Связанное с этим постоянное присутствие наблюдателя вблизи исследуемого объекта вызывает изменение условий испарения. Упомянутое обстоятельство, а также большая и квалифицированная счетная работа делают исследование громоздким, трудоемким, ведущим к суммированию неточностей и ставят под сомнение получаемые величины.

А. А. Солопко (<sup>5</sup>) предложил вместо удельной влажности и коэффициента турбулентной диффузии положить в основу градиентного метода испаряемость как показатель, интегрирующий факторы, которые обуславливают испарение. В элементарном случае предполагается, что ход испарения с действительной поверхности изучаемого объекта пропорционален разнице испаряемостей на двух высотах, между которыми происходит диффузионный обмен. На этих высотах устанавливаются испарители. Расход влаги испарителями обусловлен диффузией водяного пара вблизи изучаемого объекта. Равенство между разностью испаряемостей на двух высотах и фактически испарением достигается в том случае, когда прибор сохраняет температуру окружающего воздуха, и показания прибора не зависят от его собственных размеров. Массивность металлической шайбы испарителя, на которой помещен б мажний фильтр, являющийся испаряющей поверхностью прибора. А. А. Солопко, удовлетворяет первому требованию; массивная шайба гасит понижение температуры фильтра и поддерживает ее на уровне, близком к температуре окружающего воздуха. Все скрепляющие прибор металличе



е части надежно защищены от радиационного обмена психрометрической будочкой.

Уменьшая площадь испаряющей поверхности, мы приближаемся к испаряющей точке, но при этом становится труднее получить однозначные причины. Испытание испарителей с различной величиной испаряющей поверхности показало, что градиенты являются одинаковыми или близкими (табл. 1).

Мы остановились на размере испаряющей поверхности  $25 \text{ см}^2$ , так как ее показатели стоят близко к неограниченной водной поверхности и позволяют учитывать испарение однозначно в любых условиях, а это делает градиентный метод пригодным для сравнения разных географических точек между собой.

Первоначально в качестве объектов наблюдений были избраны однолетние сеянцы обыкновенной сосны и одолетняя поросль канадского тополя

в древесном питомнике, а также четырехлетние группы обыкновенной сосны красного дуба из гнездовых культур 1952 г. Высота последних 0,5—0,7 м, диаметр 0,5—0,6 м. Испарители устанавливались: 1) в наиболее олиственной части деревьев и 2) на 1,5 м выше ее. В первом случае применялось три прибора в разных частях кроны для получения средних данных. Определения производились с 8 до 18 час. Контролем служили определения по методу Л. А. Иванова (2); веточки срезались из разных частей кроны в 5—6-кратной повторности, производился полный учет листы (хвои), приходящейся на единицу поверхности почвы (табл. 2).

Таблица 2

Расход влаги 1—4-летними растениями ( $\text{кг/м}^2$ )

Дата	Растения	По градиенту испаряемости	По методу Л. А. Иванова	Отклонения, %
IX 1955	Сосна обыкн. 1 г	2,1	1,80	+16,7
	Тополь канадск. 1 г	2,2	2,08	+ 5,8
IX 1955	Сосна обыкн. 4 г	2,2	2,14	+ 2,8
	Дуб красн. 4 г	0,4	0,38	+ 5,3

в конце вегетационного сезона. Постоянное отклонение показателей градиентного метода от контроля в сторону увеличения объясняется тем, что в первых отражена не только транспирация, но и непосредственное испарение почвенной влаги. Ближе всех к поверхности почвы располагался нижний испаритель над одолетней сосной в питомнике; в этом случае получено наибольшее положительное отклонение.

В дальнейшем нами применялась дополнительная градиентная пара приборов А. А. Солопко в двух точках: 1) над поверхностью почвы и на той же высоте над почвой, покрытой листом толя. Величина почвенного испарения ( $U_0$ ) определялась как  $u - u_t^*$ .

\* Величина испаряемости обозначается: испарение испарителей, размещенных внутри кроны,  $u_1$ , над кроной  $u_2$ , над поверхностью почвы  $u$  и на той же высоте над почвой, покрытой листом толя  $u_t$ .

Таблица 1

Суммарная испаряемость за срок  
19—21 VIII 1955 г.  
(Старосельская биостанция вблизи Киева)

	Площадь испаряющей поверхности прибора, $\text{см}^2$		
	5	10	25
Испаряемость, $\text{мм}^*$	12,3 10,7	10,3 8,6	8,5 6,8
Градиент испаряемости, $\text{мм}$	1,6	1,7	1,7

\* Над чертой—на высоте 1,53 м, под чертой—0,03 м

Данные табл. 2 свидетельствуют о близости результатов, полученных обоими методами. Пониженная транспирация дуба обязана старению его ли-

Летом 1956 г. исследования были перенесены на отдельно стоящие деревья сосны, березы и дуба в возрасте 10—15 лет, высотой 3—5 м. В этом случае пришлось считаться с более сложной формой испаряющей поверхности и увеличить число испарителей в кроне. Испарители размещались

Таблица 3

Расход влаги 12—15-летними деревьями (июнь 1956 г.)

	Дуб	Береза	Сосна
Высота, м	5,0	2,7	3,6
Возраст, лет	15	15	12
Средний радиус наибольшего сечения кроны ( $R$ ), м	1,1	0,85	0,86
Высота конуса испаряющей поверхности кроны, м	2,6	1,8	1,9
Испаряемость в свободной атмосфере ( $u_2$ ), мм	6,6	6,3	6,3
внутри кроны ( $u_1$ ), мм	4,9	4,7	4,2
Испаряемость в кронах ( $U$ ), мм	1,7	1,6	2,1
с поверхности почвы ( $U_0$ ), мм	0,7	0,6	0,5
Транспирация по градиентному методу, мм	13,7	7,3	9,9
Вес сырой листвы, кг	2,42	0,875	3,68
Транспирация по Л. А. Иванову, мм	13,60	6,90	9,36
Отклонения от контроля, %	+0,8	+5,8	+5,3

на 1,5 м выше кроны, внутри нижней, средней и верхней части кроны с южной и северной стороны и на высоте 3—5 см над поверхностью почвы. В нашем случае кроны деревьев имели коническую форму. В расчеты

испарения мы ввели радиус их нижнего сечения ( $R$ ) и образующую конуса ( $l$ ). Расчет транспирации по градиентному методу мы ввели по формуле:

$$T = \pi RLU - \pi R^2 U_0 = \pi R (lU - RU_0).$$

Как видно из данных табл. 3, опыты учета транспирации растений градиентным методом на отдельных деревьях подтвердили его применимость.

В сомкнутом насаждении отпадает необходимость измерять формы и размеры отдельных крон, ибо испаряющей поверхностью (точнее — пространством) насаждения является его непрерывный зеленый полог. При этом возникает необходимость выяснить свойственный пологу режим влажности воздуха, дабы расстановка приборов могла с наибольшим приближением характеризовать его испарение.

Условия транспирации и испарения почвой в лесу иные, чем у деревьев на открытом пространстве. Об этом свидетельствуют приве-

денные на рис. 1 кривые изменения испаряемости по высоте, полученные с помощью испарителей в 20-летнем сосновом лесу и на большой лесной поляне (Старосельская биостанция, кв. 1). На открытом месте градиент испаряемости от уровня 1—2 м и выше нарастает по прямой. В вертикальном профиле леса наблюдаются два минимума испаряемости: в приземном слое воздуха и в древесном пологе.

Зависимость испаряемости от среднесуточной влажности и температуры воздуха в сосновом лесу определялась нами 5 и 21 июня 1956 г. в течение

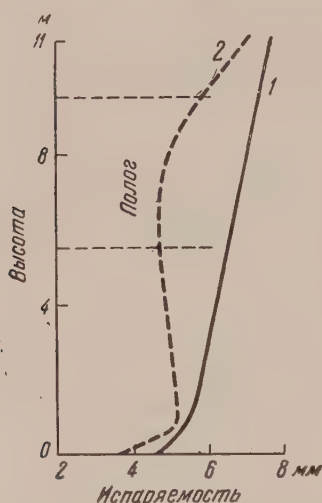


Рис. 1. Среднесуточный ход испаряемости в мм на открытом пространстве (1) и в лесу (2)

ных суток, через каждые два часа. Наблюдения проведены в дни с переменной облачностью; во второй половине дня порывы ветра достигали 7 м/сек. Результаты, представленные на рис. 2, показывают, что кривая испаряемости приближается к кривой дефицита насыщения воздуха влажностью. Известно, что дневной ход транспирации растений, среди прочих метеорологических условий, лучше всего согласуется с дневным ходом дефицита насыщения (6). Следовательно, в рассматриваемом случае находим свое подтверждение пропорциональность между градиентами испаряемости и транспирацией насаждений.

Ход кривых температуры, относительной влажности, дефицита насыщения и испаряемости (рис. 1 и 2) указывает на целесообразность располагать испарители ( $u_1$ ) в середине погони, в местах контакта соседних крон, где создается наиболее устойчивый режим максимальной влажности и, следовательно, минимальной испаряемости (зона отсутствия турбулентного обмена). Испаритель в свободной атмосфере должен быть поднят на 10 м над вершинами деревьев. Почвенное испарение и испарение живым напочвенным покровом может быть оценено аналогично с помощью дополнительной серии приборов.

Старосельская биологическая станция  
Института леса  
Академии наук УССР

Поступило

18 IX 1956

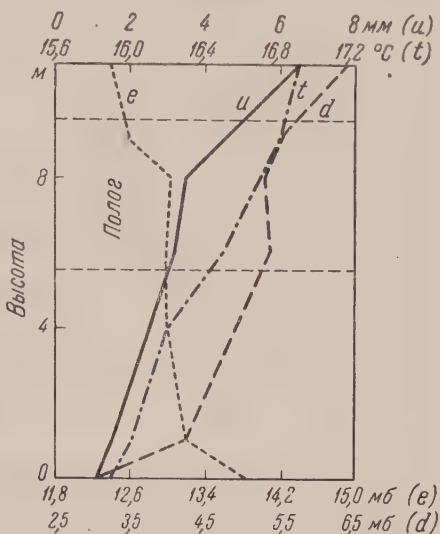


Рис. 2. Среднесуточный ход испаряемости ( $u$ ), абсолютной влажности ( $e$ ), дефицита насыщения ( $d$ ) и температуры воздуха ( $t$ ) в 20-летнем сомкнутом сосновом насаждении

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Г. Н. Высоцкий, Тр. опын. лестничеств, 2, СПб, 1901. <sup>2</sup> Л. А. Иванов, А. Силина, Ю. Л. Цельникер, Бот. журн., 35, № 2 (1950). <sup>3</sup> Н. И. Букчко, Испарение в естественных условиях, Л., 1948. <sup>4</sup> Д. Л. Лайхтман, А. Ф. Чудовский, Физика приземного слоя атмосферы, Л., 1949. <sup>5</sup> А. А. Солопко, Метеорология и гидрология, № 1 (1956). <sup>6</sup> Н. А. Максимов, Физиологические основы ухуоустойчивости растений, Избр. работы, 1, М., 1952.



М. Я. БЕРЕЗОВСКИЙ и В. Ф. КУРОЧКИНА

## ВЛИЯНИЕ 2,4-ДИХЛОРФЕНОКСИУКСУСНОЙ КИСЛОТЫ НА ПРЕВРАЩЕНИЕ СОЕДИНЕНИЙ ФОСФОРА В РАСТЕНИИ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 20 IX 1956)

Как показали наши исследования<sup>(1)</sup>, физиологически активные вещества типа ауксинов в относительно повышенных концентрациях нарушают нормальное поступление и накопление элементов минерального питания в растении.

Причиной нарушения передвижения элементов питания в растениях, пораженных 2,4-Д и подобным ей соединением, по представлению Тюкова и других исследователей<sup>(2,3)</sup>, является анатомическое изменение в строении проводящих путей. Однако изученный нами характер торможения распределения фосфора в зависимости от путей поступления 2,4-Д и установленные факты обратимости этого процесса не могут быть объяснены анатомическими изменениями. Вероятнее всего отмеченные явления ингибирования сопряжены с подавлением интенсивности обмена веществ и в частности с нарушением фосфорного обмена.

В работах по изучению влияния физиологически активных веществ на фосфорный обмен обращено внимание на синтез таких сложных фосфорорганических соединений, как нуклеопротеиды и фосфатида<sup>(4-6)</sup>. Возможно, однако, что процесс изменения фосфорного обмена носит более общий характер и происходит в первую очередь на начальных фазах синтеза органических соединений фосфора, и только из-за большей лабильности промежуточных продуктов он здесь улавливается менее отчетливо. Рассмотрение этого вопроса и посвящено настоящее сообщение.

Наши опыты проводились с молодыми растениями подсолнечника в условиях вегетационного домика. В фазе трех пар настоящих листьев растения обрабатывались водным раствором натриевой соли 2,4-Д. При этом в одной серии опытов препарат опрыскивали надземные части растений, в другой — препарат вносился в почву с поливной водой. Через три суток после применения 2,4-Д был внесен в почву меченый фосфор Р<sup>32</sup> в форме фосфорнокислого натрия по 30 мкКи на сосуд. Растения убирались через 72 часа после внесения меченого фосфора. Радиоактивность определялась в вытяжках взятых проб: неорганические и кислотнорастворимые органические фракции фосфорных соединений — в вытяжках 5%-й трихлоруксусной кислоты, а нуклеопротеиды и фосфатида — после микродозоления нерастворимого в трихлоруксусной кислоте остатка. В этих же фракциях фосфорных соединений обычным аналитическим методом определялось содержание фосфора для характеристики удельной активности.

Опыты подтвердили высокое ингибирующее действие 2,4-Д на поступление меченого фосфора в растение подсолнечника.

2,4-Д и в относительно невысокой концентрации (50 мг/л) снижал поступление фосфора в растение, по сравнению с контролем, и уменьшал содержание фосфора на единицу сухой массы. При этом, однако, содержание неорганического фосфора не уменьшилось, оно даже несколько возросло. Фосфор же органических соединений резко упал (табл. 1).

Таблица 1

Содержание меченого фосфора в различных фракциях фосфорных соединений

	Р общ. на 1 растение	Р общ.	На 100 мг сух. вещ.			На 1 мг Р <sub>2</sub> O <sub>5</sub>		
			Р неорг.	Р кислотнораствор. органич.	Р нуклеопротеидов и фосфатидов	Р неорг.	Р кислотнораствор. органич.	Р нуклеопротеидов и фосфатидов
Контроль в тыс. имп/мин	91,2	6,40	3,22	1,16	2,02	7,86	3,23	5,30
2,4-Д 50 мг/л								
в тыс. имп/мин	56,9	5,74	3,53	0,82	1,39	7,06	1,99	4,00
в % к контролю	62,4	89,7	109,6	70,7	68,8	89,8	61,6	73,6
2,4-Д 250 мг/л								
в тыс. имп/мин	46,2	5,28	3,51	0,65	1,00	5,32	1,61	2,9
в % к контролю	40,6	81,9	109,0	56,0	53,4	67,7	49,8	55,3

Снижение удельного веса органических фракций в растениях, пораженных 2,4-Д, очевидно связано с подавлением синтетических процессов превращения неорганического фосфора в органический. Это подтверждается уменьшением почти в два раза удельной активности.

Уменьшение содержания меченого фосфора в рассматриваемых фракциях фосфорорганических соединений примерно одинаково. Но если обратиться к показателю удельной активности, свидетельствующему об интенсивности обмена, то явление ингибирования несколько сильнее выражено в синтезе кислотнорастворимых фракций. Более отчетливую картину показывают опыты по введению 2,4-Д в растение через корневую систему.

Как мы уже отмечали ранее, внесение 2,4-Д в почву в зону корней характеризуется рядом особенностей в действии этого вещества на поступление и передвижение фосфора. Одной из особенностей является то, что не только снижается поглощение фосфатов, но наблюдается их закрепление в корнях, превращение их на известный срок в менее подвижные соединения. В результате этого поступивший в растение меченый фосфор накапливается в корнях и в меньших количествах переходит в наземные органы. Это накладывает свой отпечаток на

Таблица 2

Распределение меченого фосфора по фракциям фосфорных соединений в подсолнечнике (в % к общему количеству меченого фосфора, поступившего в растение)

	Р неорг.	Р кислотнораствор. органич.	Р нуклеопротеидов и фосфатидов
--	----------	-----------------------------	--------------------------------

## Опрыскивание растений 2,4-Д

Контроль	50,5	18,1	31,4
50 мг/л	61,5	14,3	24,2
250 мг/л	67,1	12,3	20,6

## Внесение 2,4-Д в почву

Контроль	64,7	16,7	18,6
0,05 мг/кг	62,7	13,9	23,4
0,01 мг/кг	60,4	13,8	25,8
0,1 мг/кг	60,6	9,4	30,0

отношение разных форм фосфорных соединений, которое различно при разных способах применения 2,4-Д (табл. 2).

При опрыскивании раствором 2,4-Д наземной части растений, как мы указывали, наблюдается рост удельного веса неорганического фосфора при одновременном падении как кислотнорастворимых органических фракций, так и нуклеопротеидов и фосфатидов. Иная картина при внесении 2,4-Д в зону корней. Здесь не наблюдается роста неорганического фосфора, он

даже несколько ниже контроля. Что касается органических фракций, то отчетливо наблюдается значительное падение удельного веса кислотнорастворимых фракций при одновременно относительном росте нуклеопротеидов. При этом, как нетрудно установить, увеличение доли нуклеопротеидов и фосфатидов идет почти целиком за счет уменьшения других органических фракций. С увеличением концентрации 2,4-Д отмеченная тенденция усиливается и разница в соотношении отдельных фракций увеличивается.

Мы не располагаем необходимыми данными, чтобы объяснить причины различия в изменении соотношений отдельных фракций в зависимости от путей поступления гербицида в растение. Это задача дальнейших исследований. Но сам по себе факт подавления синтеза более лабильных фосфорорганических соединений при одновременном увеличении удельного веса нуклеопротеидов и фосфатидов в опытах с внесением 2,4-Д в зону корней заслуживает внимания.

Возрастание удельного веса нуклеопротеидов и фосфатидов в растениях под действием 2,4-Д, понятно, не означает абсолютного их увеличения. Содержание меченого фосфора во всех фракциях на единицу сухого

Таблица 3

Содержание меченого фосфора в различных фракциях фосфорных соединений в период восстановления (на 100 мг сух. вещ.)

	Общий фосфор	P неорганический	P органический кислотнорастворимый	P нуклеопротеидов и фосфатидов
Контроль в тыс. имп/мин.	8,32	4,93	0,87	2,52
2,4-Д 50 мг/л в тыс. имп/мин.	12,54	8,24	1,26	3,04
в % к контролю	151	167	145	121

вещества в опытных растениях намного ниже контроля. Но в кислотнорастворимых фракциях органических фосфорных соединений это снижение выражено сильнее.

Отрицательное действие 2,4-Д на поступление и накопление фосфора в растениях носит обратимый характер. Через небольшой сравнительно срок наблюдаются явления восстановления. Растения в этот период, как показывают наши опыты, начинают поглощать фосфаты в возрастающих количествах. Это вызывается повышением интенсивности синтеза фосфорных соединений. Так

при внесении меченого фосфора через 14 дней после применения 2,4-Д концентрации 50 мг/л в период, когда явно намечалось восстановление растений и некоторых иных физиологических процессов, наблюдались следующие явления (табл. 3). В рассматриваемый период растения, обработанные 2,4-Д поглощали меченого фосфора в полтора раза больше, чем контрольные. Усилился также темп обмена. Абсолютный прирост и интенсивность превращений возросли по всем фракциям. Все же и здесь можно отметить известные различия. Наибольший прирост дает фосфор неорганических соединений. Ему уступает образование органического фосфора. Что касается отдельных групп фосфорорганических соединений, то, как и следовало ожидать, относительно более высокий темп роста показывают кислотнорастворимые фракции органических фосфорных соединений, как более лабильные.

Таким образом, как в период угнетения, так и в фазе восстановления наиболее реактивными, быстрее отзывающимися на действие 2,4-Д наших опытах оказались промежуточные формы фосфорного обмена.

Полученные результаты дают основание делать следующие выводы. 2,4-Д как физиологически активное вещество, в токсических концентрациях подавляет поступление и превращение фосфорных соединений в растении, чувствительном к этому веществу. Явления торможения носят временный характер и в последующем в той или иной степени преодолеваются организмом. Отмечается высокая корреляционная связь, а вероятно



прямая причинная зависимость изменения поступления и распределения фосфора в растениях от нарушения характера и интенсивности обмена фосфорных соединений. В наибольшей мере действие 2,4-Д сказывается на промежуточных продуктах фосфорного обмена, возможно вследствие подавления синтеза на начальных стадиях фосфоролиза. Процесс торможения распространяется также и на синтез более сложных фосфорных соединений — нуклеопротеидов и фосфатидов, — что является одной из непосредственных причин подавления новообразования протоплазматических структур и нарушения ростовых и ряда других физиологических процессов.

Московская сельскохозяйственная  
академия им. К. А. Тимирязева

Поступило  
27 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> М. Я. Березовская, В. Ф. Курочкина, ДАН, 113, № 1 (1957).  
Н. В. Тукей, С. Л. Хамнер, Bot. Gaz., 107, № 1 (1945). <sup>3</sup> A. Rhodes, J. r. Bot., 3, № 8 (1952). <sup>4</sup> И. И. Гунар, Е. К. Крастина, К. А. Брюшкова, ДАН, 84, № 1 (1952). <sup>5</sup> Y. Silberger, F. Skoog, Science, 118, 443 (1953).  
T. L. Rebstock, C. L. Hamner, H. M. Sell, Plant Physiol., 29, № 5 (1954).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

О. А. РОНЬЖИНА

О СВЯЗИ РАЗВИТИЯ РАСТЕНИЙ С ПЕРЕСТРОЙКОЙ  
НЕКОТОРЫХ ОКИСЛИТЕЛЬНЫХ ФЕРМЕНТОВ В ОНТОГЕНЕЗЕ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 10 XII 1956)

Ряд авторов пытался найти связь развития растений с гормонами роста (<sup>1</sup>) или с цветообразующими веществами (<sup>2-4</sup>). Между тем выяснилось, что ростовые вещества коррелируются главным образом с ростом, а цветообразующие вещества, или гормоны цветения, в растениях не обнаружены.

Исходя из представлений К. А. Тимирязева о том, что формообразованию предшествуют глубокие изменения обмена веществ, мы попытались найти зависимость между развитием растений и активностью окислительных ферментов, представляющих особенно большой интерес, так как синтезы разнообразных веществ в организме осуществляются благодаря использованию энергии, получаемой растением в результате дыхания.

В литературе имеются указания на существование в растениях нескольких окислительных систем, причем в связи с возрастом организма преобладающей оказывается какая-либо одна из них (<sup>10-13</sup>).

Для выяснения вопроса о том, имеется ли связь между сменой окислительных ферментов и развитием растений, мы поставили вегетационные опыты с рядом растений, относящихся к различным фотопериодическим группам: с яровой пшеницей Гарнет и синим однолетним люпином (длиннодневные растения), с кукурузой сорта Западно-Китайский (растение короткого дня) и гречихой (нейтральна по отношению к длине дня).

По мере развития растений в фазу одного, двух и трех листьев в них производилось определение активности окислительных ферментов: пер-

Таблица 1

Активность окислительных ферментов (в мл 0,01 N йода на 1 г сыр. веса)

Фазы развития	Синий люпин				Яровая пшеница Гарнет				Кукуруза, сорт Западно-Китайский			
	длинный день		короткий день		длинный день		короткий день		длинный день		короткий день	
	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза
2-й лист	19,60	0	21,90	0	6,08	0,92	7,94	0	2,06	0	1,07	0
3-й лист	13,39	1,77	17,51	0	7,21	2,14	8,07	0	6,28	0	0,09	1,07
4-й лист	3,12	2,34	4,68	0,58	5,67	4,38	10,0	0,19	5,91	0,69	0,07	1,30

ксидазы и полифенолоксидазы, которые определялись иодометрическим методом <sup>(14)</sup>. Полученные результаты представлены в табл. 1. При рассмотрении их следует прежде всего отметить общую для всех исследованных растений закономерность, а именно: вначале в ростках появляется пероксидаза, причем активность ее по мере развития растений понижается. Позднее появляется полифенолоксидаза, активность которой непрерывно нарастает.

Таблица 2

Фотопериодическая активность дыхательных ферментов у гречихи  
(в мл 0,01 N йода на 1 г сыр. веса)

Фазы развития	Верхний ярус листьев				Нижний ярус листьев			
	длинный день		короткий день		длинный день		короткий день	
	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза
исходы	0	0	0	0	—	—	—	—
й настоящий	0	0	0	0	—	—	—	—
лист	3,58	47,8	4,19	36,4	3,05	46,2	2,16	41,7
утонизация	1,09	2,89	0,99	1,24	0,59	2,7	0,49	2,60
ветение	0	0	0	0	0	0	0	0
озревание								

Необходимо отметить, что появление полифенолоксидазы ускоряется в связи с форсированием развития под влиянием благоприятного для епродукции фотопериодического воздействия. Так, например, у исследованных длиннопдневных растений смена пероксидазы на полифенолоксидазу происходит раньше на длинном дне, по сравнению с коротким: как известно, длинный день ускоряет развитие этих растений. У короткодневной кукурузы, напротив, время появления полифенолоксидазы и смена указанных ферментов происходит быстрее (е на длинном, а на коротком дне, что соответствует условиям ускоренного развития растения.

Для выяснения вопроса о характере смены окислительных ферментов под влиянием фотопериодов у растений нейтральных к длине дня был проведен аналогичный опыт с гречихой. Оказалось (табл. 2), что в листьях растений на ранних фазах развития исследуемые ферменты еще не появляются, что, вероятно, связано с участием в дыхании в этот период других окислительных систем. Впервые пероксидаза появляется в фазу бутонизации — одновременно с полифенолоксидазой. Различий в сроках появления или исчезновения ферментов на обоих фотопериодах не оказалось. При этом не происходит также ускорения или задержки в развитии гречихи.

Таблица 3

Влияние яровизаций на активность дыхательных ферментов в проростках синего люпина  
(в мл 0,01 N йода на 1 г сыр. веса)

Фазы развития	Яровизированный		Неяровизированный	
	пероксидаза	полифенолоксидаза	пероксидаза	полифенолоксидаза
2-й лист	18,28	0,89	24,84	0
3-й лист	16,37	1,09	20,87	0,99



чихи, в связи с чем гречиха не обладает фотопериодической реакцией и относится к группе нейтральных к длине дня растений. Наблюдающиеся некоторые различия по величине активности пероксидазы и полифенолоксидазы на длинном и коротком днях не показывают сколько-нибудь определенной связи с развитием, так как в листьях разных ярусов в зависимости от фотопериодов не наблюдается общих тенденций в проявлении этих различий.

Как известно, развитие растений можно регулировать не только светом, но и рядом других факторов, в частности температурой. В этом направлении мы поставили опыт с люпином. Часть семян люпина была яровизирована в течение 14 дней при температуре 8—9°, способствующей развитию растений<sup>(15)</sup>. В контроле семена были пророщены при температуре 25°. По мере развития проростков в них производилось определение ферментов. Как видно из табл. 3, пониженная температура способствует более сильному падению активности пероксидазы и более быстрому появлению полифенолоксидазы, что приводит к ускорению развития люпина.

Результаты наших исследований по фотопериодическому воздействию на растения короткого, длинного и нейтрального дня, а также по влиянию температурного фактора показали, что в том случае, если эти воздействия приводят к более быстрой перестройке окислительных систем в онтогенезе (замена пероксидазы полифенолоксидазой), то такая перестройка приводит к ускорению развития растений.

В заключение считаю своим долгом выразить благодарность проф. М. М. Окунцову за предложенную тему и руководство работой.

Томский государственный университет

Поступило  
12 III 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Н. Г. Холодный, Фитогормоны, Изд. АН УССР, 1939. <sup>2</sup> G. Sachs, Arb. d. Botan. Inst. in Würzburg, Н. 3 (1880). <sup>3</sup> М. Х. Чайлахян, Гормональная теория развития растения, Изд. АН СССР, 1937. <sup>4</sup> Б. С. Мошков, Соц. растениев., № 19 (1936). <sup>5</sup> Г. Клебс, Произвольное изменение растительных форм, пер. с предисл. и прим. К. А. Тимирязева, 1905. <sup>6</sup> М. Х. Чайлахян, Л. М. Ярковая, Тр. Инст. физиол. раст. им. К. А. Тимирязева, 2, в. 2 (1938). <sup>7</sup> H. Knodel, Zs. f. Bot., 29, Н.10/11 (1936). <sup>8</sup> М. Х. Чайлахян, Журн. общ. биол., 15, № 4 (1954). <sup>9</sup> М. Х. Чайлахян, А. Н. Бояркин, ДАН, 105, № 3 (1955). <sup>10</sup> Н. М. Сисакян, Б. А. Рубин, Биохимия, 9, в. 6 (1944). <sup>11</sup> Д. М. Михлин, П. А. Колесников, Биохимия, 12, в. 5 (1947). <sup>12</sup> Н. Н. Крюкова, Биохимия, 14, в. 6 (1949). <sup>13</sup> Н. М. Сисакян, И. И. Филлипович, Журн. общ. биол., 14, № 3 (1953). <sup>14</sup> Д. М. Михлин, З. С. Броновицкая, Биохимия, 14, в. 4 (1949). <sup>15</sup> Л. П. Романова, Уч. зап. Томск. гос. пед. инст., 12 (1954).

# ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Д. И. САПОЖНИКОВ, Т. А. КРАСОВСКАЯ и А. Н. МАЕВСКАЯ

## ИЗМЕНЕНИЕ СООТНОШЕНИЯ ОСНОВНЫХ КАРОТИНОИДОВ ПЛАСТИД ЗЕЛЕННЫХ ЛИСТЬЕВ ПРИ ДЕЙСТВИИ СВЕТА

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 10 XII 1956)

В ряде исследований было показано, что кислород, выделяющийся при фотосинтезе, имеет своим источником воду <sup>(1)</sup>. Однако до сих пор с достоверностью не было доказано существование каких-либо промежуточных продуктов этой реакции. Высказывались гипотезы о роли каротиноидов как переносчиков кислорода при фотосинтезе, но однозначного подтверждения эти гипотезы не имеют <sup>(2)</sup>.

В настоящей работе излагаются результаты опытов по изучению соотношения основных каротиноидов пластид зеленых листьев в зависимости светового фактора. Применив новый метод инактивации ферментов <sup>(3)</sup> используя методику хроматографии на бумаге, мы смогли проследить за изменением соотношения четырех основных каротиноидов (каротина, лютеина, виолаксантина и неоксантина) под действием света в листьях нескольких видов растений.

Объектами нам служили листья цикламена, халинской гречихи, конских бобов, одуванчика и др. Из листьев указанных растений острым лобочным сверлом вырезались диски, которые затем помещались на водопроводную воду при комнатной температуре в кристаллизатор, разрезанный крестовиной из пластмассы на четыре сектора. В каждый сектор помещалось по десять дисков, имевших площадь около 40 см<sup>2</sup> и весивших в зависимости от объекта от 500 до 2000 мг. В четырех навесок две повторности служили контролем, а две шли в опыт.

Источником света нам служила лампа ЗН-8 мощностью в 500 вт. Для поглощения инфракрасной радиации мы помещали между лампой и кристаллизатором с дисками кристаллизатор с дистиллированной водой. Кристаллизатор с растительным материалом помещался в другой кристаллизатор с водой, чем достигалось поддержание равномерной температуры в течение опыта; за время экспозиции колебания температуры не превышали 2—3°. Различная интенсивность освещения достигалась перемещением кристаллизатора с дисками на различные расстояния от лампы. Освещенность измерялась при помощи люксметра ФАИ. Как опытные, так и контрольные растения после определенного светового воздействия мгновенно фиксировались охлажденным ацетоном в сосуде Дьюара при температуре —78°. Этим достигалась быстрая инактивация ферментов. Анализ каротиноидов производился по методике, описанной в нашей статье <sup>(3)</sup>.

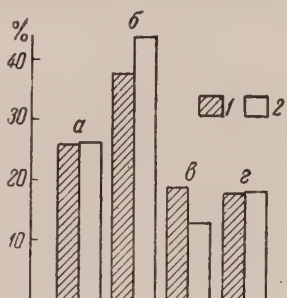


Рис. 1. Содержание каротиноидов у цикламена (*Cyclamen persicum* L.) при слабой (4—5 тыс. лк—1) и при сильной (65—80 тыс. лк—2) освещенности: а—каротин, б—лютеин, в—виолаксантин, г—неоксантин

Из рис. 1 видно, что содержание каротина и неоксантина почти не изменяется, в то время как лютеин и виолаксантин обнаруживают изменения во взаимно-противоположных направлениях.

При большей освещенности содержание лютеина повышается, а содержание виолаксантина падает. Сумма процентного содержания лютеина и виолаксантина при слабой освещенности составляет (в среднем из 28 анализов)  $56,5 \pm 0,9\%$ , а при сильной освещенности  $56,1 \pm 0,9\%$ . Разность же содержания этих каротиноидов изменяется от  $19,3 \pm 2,7\%$  при слабой освещенности до  $31,9 \pm 3,1\%$  при сильной освещенности.

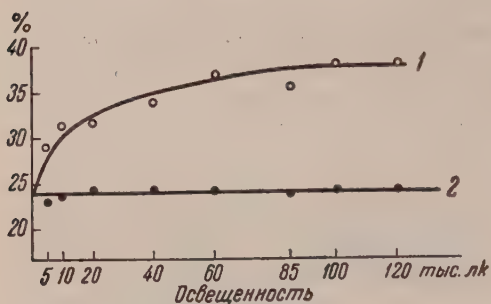


Рис. 2

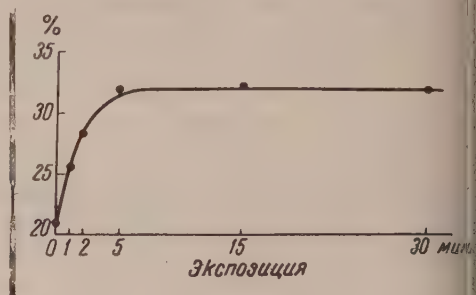


Рис. 3

Рис. 2. Изменение разности содержания лютеина и виолаксантина в зависимости от интенсивности света у цикламена (*Cyclamen persicum* L.). Экспозиция 20 мин.; 1 — опыт, 2 — контроль (в темноте)

Рис. 3. Изменение разности содержания лютеина и виолаксантина в зависимости от времени освещения у цикламена (*Cyclamen persicum* L.). Освещенность 65 тыс. лк

Аналогичные результаты были получены и на ряде других объектов. Ниже приведены данные по изменению разности между процентным содержанием лютеина и виолаксантина при слабой и сильной освещенности у некоторых растений:

	4 тыс. лк	80 тыс. лк
Гречиха сахалинская <i>Polygonum sacchalinese</i> F. Schmidt (среднее из 7 оп.)	12,4	24,4
Конские бобы <i>Vicia faba</i> L. (среднее из 4 оп.)	15,0	27,5
Одуванчик лекарственный <i>Taraxacum officinale</i> L. s. l. (среднее из 4 оп.)	9,9	26,0

На рис. 2 графически изображена зависимость изменения разности между процентным содержанием лютеина и виолаксантина от интенсивности света. Как видно из графика, уже при 5 тыс. лк заметно увеличение этой разности, причем максимальной величины разность достигает при 80 тыс. лк. Дальнейшее повышение освещенности не приводит к увеличению разности между процентным содержанием лютеина и виолаксантина.

Рис. 3 демонстрирует изменение разности между процентным содержанием лютеина и виолаксантина в зависимости от времени экспозиции при сильной освещенности (65 тыс. лк). Как можно видеть, уже 1 мин. освещения достаточно для того, чтобы увеличить эту разность. Максимальной величины разность достигает за 15 мин. освещения.

Из рис. 4 видно, что снижение освещенности после действия высокой освещенности вызывает уменьшение разности лютеина и виолаксантина; наоборот, увеличение интенсивности освещения после повторного снижения его вызывает увеличение этой разности. Из этого же графика видно, что даже 5-минутного периода слабой освещенности достаточно для того, чтобы вызвать обращение процесса.



Таким образом, быстрая инактивация ферментов низкими температурами позволила обнаружить значительные сдвиги в соотношении лютеина и виолаксантина при световом воздействии на листья ряда растений.

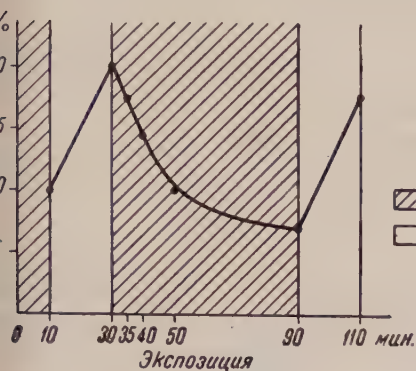


Рис. 4. Влияние чередования промежутков слабой (4 тыс. лк — 1) и сильной (80 тыс. лк — 2) освещенности на величину разности содержания лютеина и виолаксантина у сахалинской гречихи (*Polygonum sacchalinense* F. Schmidt)

При действии света большой интенсивности происходит увеличение процентного содержания лютеина и уменьшение процентного содержания виолаксантина, при сохранении постоянства суммы их процентного содержания. Снижение интенсивности света приводит к обратному эффекту. Это позволяет высказать предположение о том, что в зеленых листьях имеется ферментная система, регулирующая соотношение лютеина и виолаксантина. Возможно, что эта система имеет отношение к переносу кислорода в процессе фотосинтеза.

Ботанический институт  
Академии наук СССР

Поступило  
2 VII 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> Е. Рабинович, Фотосинтез, ч. I, 1951. <sup>2</sup> C. D. Dorough, H. Calvin, J. Am. Chem. Soc., 73, № 5, 2362 (1951). <sup>3</sup> Д. И. Сапожников, И. А. Бронштейн-Попова, Т. А. Красовская, А. Н. Маевская, Физиол. раст., 3, в. 6 (1956). Д. И. Сапожников, И. А. Бронштейн-Попова, Т. А. Красовская, Химия, 20, № 3 (1955).

А. С. БАРАНЕНКОВА

# МАТЕРИАЛЫ К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ МОРСКИХ ОКУНЕЙ РОДА SEBASTES

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 3 X 1956)

В марте и апреле 1956 г. Полярный научно-исследовательский институт морского рыбного хозяйства и океанографии (ПИНРО) провел ряд исследований с траулера «Россия» в западной части Баренцева моря и восточ-

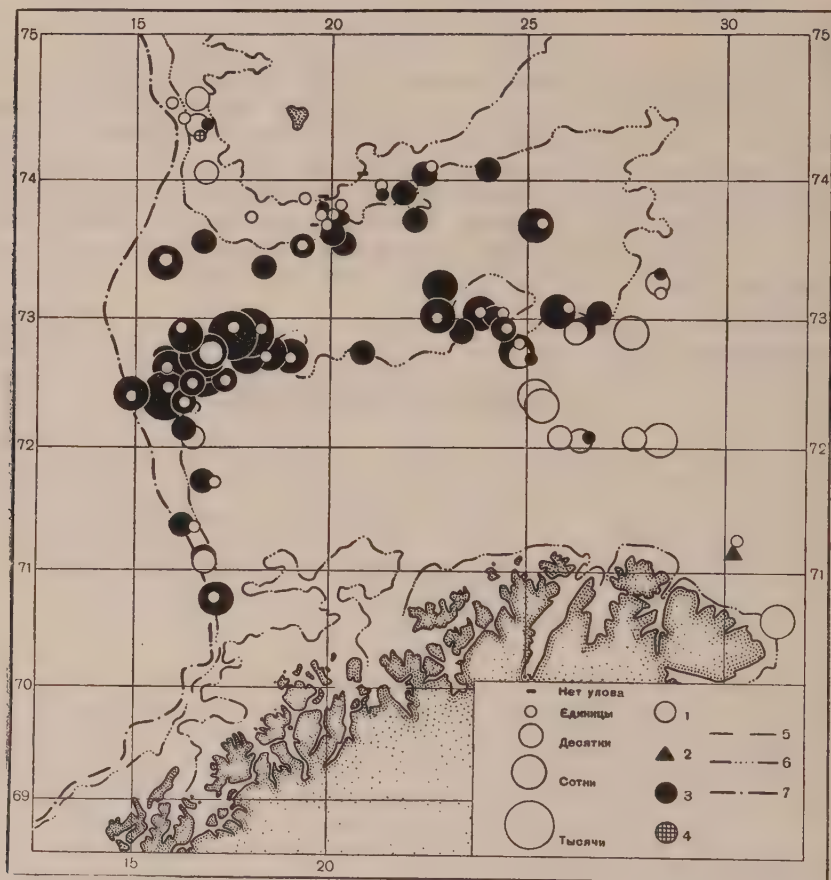


Рис. 1. Распределение морских окуней в марте 1956 г. (улов за 1 час траления): 1—*S. m. marinus*, 2—*S. sp.*, 3—*S. m. infraspecies mentella*, 4—*S. viviparus* 5—200 м, 6—400 м, 7—1000 м

ной части Норвежского моря в районе от о. Медвежьего до Лофотенских островов. Наибольшее внимание было уделено изучению промыслового района Копытова, расположенного между  $71^{\circ}20'$  и  $73^{\circ}30'$  с. ш. и  $15$  и  $22^{\circ}$  в. д. Особенно изучались те участки моря, где морской окунь *Sebastes marinus infraspecies mentella* Travin<sup>(1)</sup>, называемый рыбаками «окунь с клювом», скапливается в апреле-мае в больших количествах. В указанной

области моря было сделано 142 траления промысловым 35-метровым донным тралом. В некоторых участках, например в восточной части Западного желоба, траления производились впервые. В результате был получен новый материал по распределению различных видов промысловых и непромысловых рыб, в том числе и по распределению различных форм морского окуня.

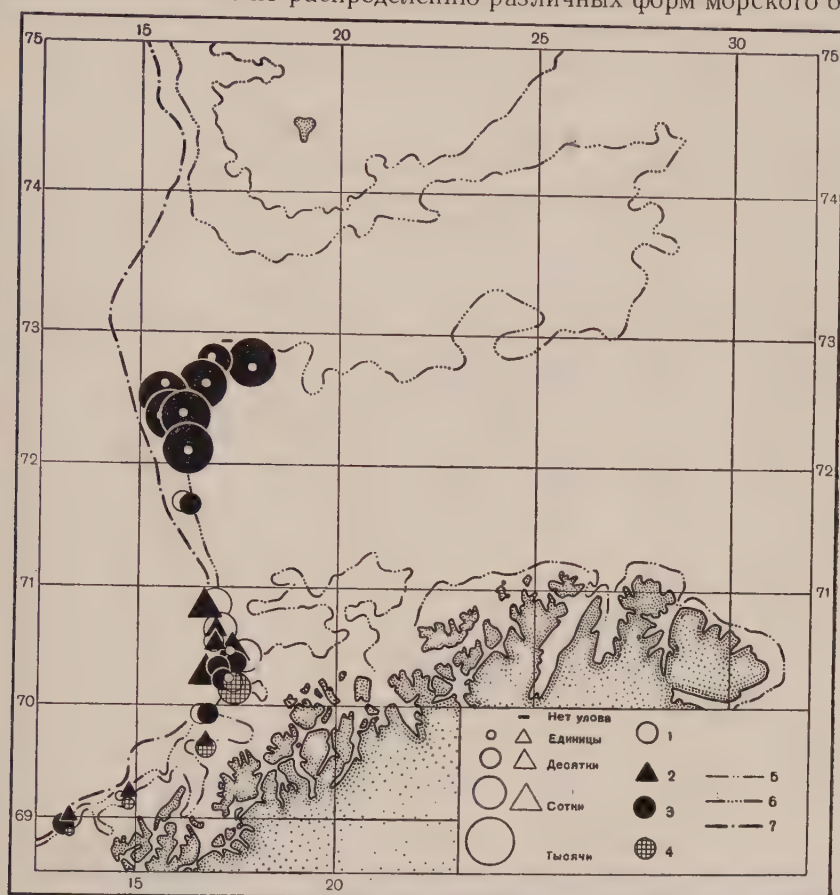


Рис. 2. Распределение морских окуней в апреле 1956 г. (улов за 1 час траления): 1—*S. m. marinus*, 2—*S. sp.*, 3—*S. m. infrasp. mentella*, 4—*S. viviparus*, 5—200 м, 6—400 м, 7—1000 м

Кроме трех известных для северо-восточной части Северной Атлантики форм — *Sebastes marinus marinus* Linné, *Sebastes marinus infrasp. mentella* Travin и *Sebastes viviparus* Kröyer <sup>(2)</sup> — в районе Маланг-банки у северо-западного побережья Норвегии в уловах трала встречались особи морского окуня, отличающиеся от типичных перечисленных форм. Эти окуни имели на нижней челюсти бугорковидный костный придаток, по величине меньший, чем у *S. m. infrasp. mentella*, но более заметно выраженный, чем у *S. marinus marinus*. При анализе улова такие особи сравнительно хорошо выделялись по этому признаку от двух указанных форм окуней; однако по внешнему виду, а также по величине окраске они были более сходны с *S. m. marinus*. Характерно, что к северу от Маланг-банки эти окуни в наших уловах не были встречены. Только в одном случае в Баренцевом море на границе Финмаркенской банки с Норвежским желобом на 71°14' с. ш. и 30°27' в. д. 7 III на глубине 305 м придонная температура 4°) в трал попало 15 таких окуней: 11 самцов и 4 самки, размерами от 44 до 51 см.

Следует отметить, что распределение морских окуней в различные сезоны года неодинаково. В частности, приводимое на картах (рис. 1 и 2)



распределение окуней характерно для весеннего времени, в другие сезоны года распределение их иное.

Размеры морских окуней, вылавливаемых в марте и апреле во всей обследованной области моря, приведены в табл. 1. Как видно из таблицы,

Таблица 1

Распределение морских окуней по размерам (в %)

Длина тела в см	S. m. <i>marinus</i>		S. sp.		S. m. <i>infrasp. mentella</i>		S. <i>viviparus</i>	
	самцы	самки	самцы	самки	самцы	самки	самцы	самки
10,6—14,5	+	—	—	—	+	—	9,8	7,3
14,6—18,5	0,1	0,3	—	—	0,1	—	29,4	23,7
18,6—22,5	1,4	2,4	—	0,6	0,6	1,0	49,0	54,5
22,6—26,5	3,4	6,5	0,7	0,6	1,1	2,0	11,8	14,5
26,6—30,5	14,3	10,8	26,8	6,0	5,1	5,0	—	—
30,6—34,5	17,6	9,2	37,0	11,7	18,1	15,5	—	—
34,6—38,5	18,7	20,7	18,9	20,4	34,1	18,3	—	—
38,6—42,5	16,2	11,6	10,4	23,8	38,8	46,5	—	—
42,6—46,5	12,5	15,1	2,5	21,4	2,0	11,1	—	—
46,6—50,5	7,1	11,1	3,5	13,5	0,1	0,4	—	—
50,6—54,5	2,5	2,7	0,2	0,8	—	0,1	—	—
54,6—58,5	2,4	3,9	—	0,8	—	0,1	—	—
58,6—62,5	0,6	2,2	—	0,4	—	+	—	—
62,6—66,5	0,3	1,4	—	—	—	+	—	—
66,6—70,5	0,9	0,9	—	—	—	—	—	—
70,6—74,5	1,0	0,6	—	—	—	—	—	—
74,6—78,5	0,8	0,6	—	—	—	—	—	—
78,6—82,5	0,2	—	—	—	—	—	—	—
Число измеренных особей	1358	1470	433	487	16653	7462	51	55

Примечание. Знак + означает, что встречены единичные особи.

только *S. viviparus* резко выделяется среди других форм своими малыми размерами. Размеры трех остальных форм окуней сравнительно близки. Наиболее растянутый ряд и более крупные особи наблюдаются у *S. m. marinus*. Самый крупный встреченный нами экземпляр *S. m. marinus* имел в длину 82 см, *S. m. infrasp. mentella* 66 см и *S. sp.* 62 см.

Траления, произведенные на Маланг-банке 8—9 IV во время рейса траулера «Россия» на разных глубинах показали преобладание *S. m. infrasp. mentella* на большей глубине. На меньшей глубине больше встречался *S. viviparus*, а *S. sp.* и *S. m. marinus* занимали промежуточное положение. То же мы наблюдали в этом районе и во время 12-го рейса экспедиционного судна «Саратов» 9 IV 1947 г., когда на глубине 240—260 м в уловах преобладали *S. m. marinus*, а на глубине 330 м *S. m. infrasp. mentella*. Так же как и в апреле 1956 г., тогда преобладали самки, особенно среди окуней *S. m. infrasp. mentella*. Придонная температура воды в местах траления и в 1956 г. и в 1947 г. была, примерно одинакова и колебалась в зависимости от глубины от 5°03' до 5°65' в 1956 г. и от 5°12' до 5°75' в 1947 г.

Наибольший интерес в изучаемой области моря представлял Западный желоб, где, как выяснилось, в довольно больших количествах встречался *S. m. infrasp. mentella*. Поскольку траления проводились главным образом на глубинах свыше 400 м, в уловах, естественно, преобладал *S. m. infrasp. mentella*, *S. m. marinus* на этих глубинах встречался единично. Особенно мало его было в районе Западного желоба и в районе Копытова. Однако, как только траления делались на меньшей глубине, так сразу же, даже в районе Копытова, увеличивалось число особей этой формы. Все

стреченные в Западном желобе и в районе Копытова особи *S. m. marginus* или половозрелыми самцами.

Характерно различие в распределении половозрелых самцов и самок *m. infrasp. mentella*. Самки численно преобладали на больших глубинах, держались южнее от скоплений самцов (рис. 3). Поскольку в это время года окуня наблюдались вертикальные миграции и в ночные часы уловы в од-

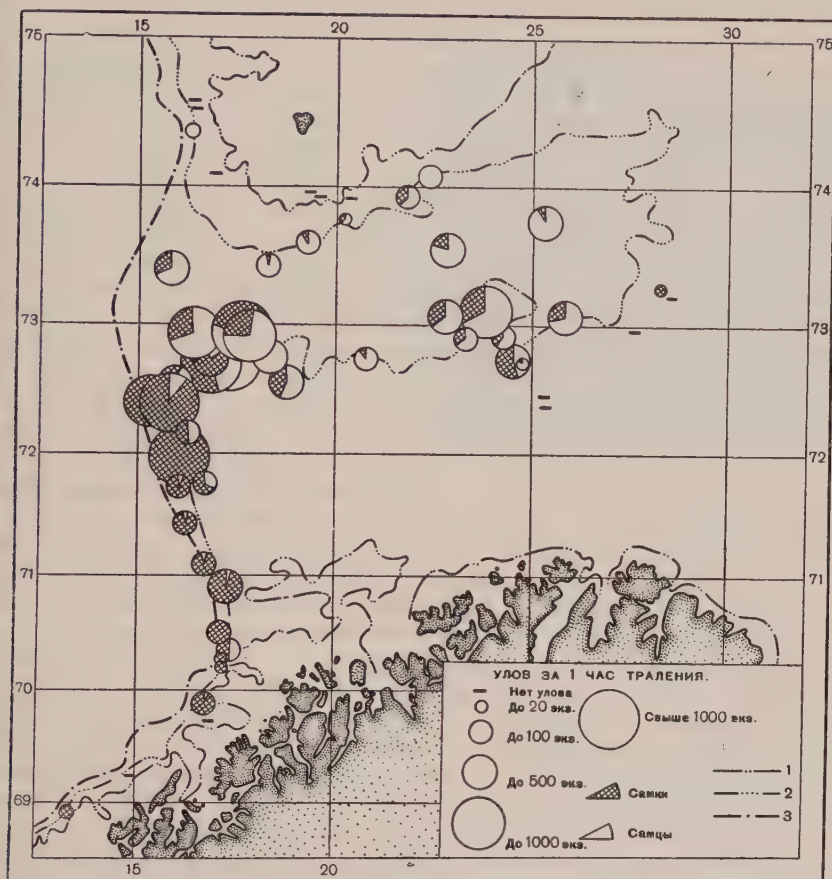


Рис. 3. Распределение половозрелых окуней *S. m. infrasp. mentella* размером свыше 34 см, в марте-апреле 1956 г. по уловам в светлое время суток; 1 — 200 м, 2 — 400 м, 3 — 1000 м

их и тех же местах снижались, что подтвердилось работами в рейсе траулера «Россия», данные по распределению половозрелых особей даются только о уловам в светлое время суток. Анализ половозрелых самок показал, что в районе континентального свала большинство самок содержало эмбрионов личинок на более поздней стадии развития, чем это было в восточной части желоба и в более северных участках района Копытова. Эти материалы убеждают в том, что отмет личинок *S. m. infrasp. mentella* происходит в юго-западной части района Копытова и к югу от него, в зоне континентального вала. Промысел в районе Копытова в настоящее время берет преимущественно самцов.

Полярный научно-исследовательский институт  
морского рыбного хозяйства и океанографии  
г. Мурманск

Поступило  
27 IX 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. И. Травин, ДАН, 27, 4, 741 (1951). <sup>2</sup> А. П. Андрияшев, Рыбы Северных морей СССР, 1954, стр. 330. <sup>3</sup> В. В. Вещезеров, Тр. ПИНРО, 8, 236 (1941).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОРФОЛОГИЯ

Л. В. ПОЛЕЖАЕВ, А. И. МАТВЕЕВА и Н. А. ЗАХАРОВА

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УДАЛЕННЫХ ЧАСТЕЙ БОЛЬШИХ  
ПОЛУШАРИЙ ГОЛОВНОГО МОЗГА У МЛЕКОПИТАЮЩИХ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 8 XII 1956)

Укоренилось мнение, что нервная ткань головного мозга млекопитающих животных и человека не способна к восстановлению. Полученные около 100 лет назад данные о возможности регенерации нервной ткани головного мозга у птиц и обезьян позднее были подвергнуты сомнениям, и было сделано заключение, что в этих случаях имеется разрастание нейроглии, а не нервных клеток. За последние годы появились данные, что у кроликов<sup>(7)</sup>, а у лошадей при нутталиозе<sup>(8)</sup> можно видеть картины амитоза в нервной ткани коры больших полушарий. М. И. Ефимов<sup>(4)</sup> показал возможность приживления гомопластически пересаженных кусков больших полушарий у крысят, хотя регенерации поврежденного мозга он не наблюдал. А. В. Коган и Т. В. Иванникова<sup>(5)</sup> показали, что при двустороннем удалении затылочных областей больших полушарий головного мозга у котят происходит полное восстановление зрительной функции и истинной нервной ткани мозга, тогда как у взрослых кошек этих явлений не наблюдается. Но в этом кратком сообщении, имеющем принципиальное важное значение для биологии, авторы не описывают методики операции и не приводят данных морфологического исследования.

В течение многих лет занимаясь вопросами регенерации мы, естественно, стремились обратить большое внимание на роль нервной системы при регенерации<sup>(9-12)</sup>. В 1948 г. мы начали разработку вопроса о возможности регенерации структуры и функции нервной ткани головного мозга у млекопитающих, интересуясь главным образом явлениями, мы так называемой корковой слепоты у человека. В июле 1954 г. мы получили возможность вернуться к интересующему нас вопросу и поставили некоторые опыты на белых мышах и крысах, и затем на кошках и собаках. Вопрос мы ставили в плоскости экспериментальной морфологии, стремясь выяснить условия, при которых можно было бы получить регенерацию нервной ткани головного мозга у млекопитающих. Вопросы физиологии и гистогенеза регенерировавшей ткани должны быть освещены позднее.

Всего за 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub> года нами было прооперировано 165 животных; из них 25 погибло после операции, осталось для учета 140: взрослых мышей — 30, мышат в возрасте 9 дней — 6, взрослых крыс — 24, крысят в возрасте 3 — 17 дней — 43, щенят 23-дневных — 3. Взрослые мыши забивались на 10, 20, 30, 45, 60 и 82 день; мышата на 32 и 60; взрослые крысы на 30, 62 и 90; крысята на 7, 10, 20, 30, 60 и 96; котята на 1, 2, 3, 4, 15, 21, 30, 45, 60, 93, 117, 124, 137, 150; щенки на 86 день после операции. Гистологическая обработка велась по методу Бильшовского в модификации Букча и более удачно по Кахалю, а также гематоксилинэозином. Всего было обработан 41 объект.

Методика операции в основном была однотипна. Под эфирным наркозом шерсть на коже головы животного удалялась. Затем в условиях стерильности кожа разрезалась и обнажался череп. В теменной кости, не затрагивая синусов, при помощи скальпеля или пилочки вырезался прямоугольный кусок кости в виде буквы П, который на надкостничной ножке откидывался вперед или вбок, кнаружи. Далее делался разрез в твердой мозговой



ой оболочке, прямоугольный или треугольный лоскут которого отводился сторону у взрослых мышей и крыс, а также у котят и щенят; у мышат крысят мозговые оболочки вырезались вместе с костью и сохранялись ней. Далее тонким скальпелем на разную глубину вырезался прямоугольный кусок больших полушарий. Как правило, у животных, особенно котят и щенят после поранения черепных костей, но главным образом мозговых оболочек и сосудов мозга, открывалось сильное кровотечение, которое останавливали тампонами, мышцей или кровоостанавливающими средствами. Очищенная рана закрывалась у котят и щенят мозговыми оболочками, края которых сшивались, у крысят и мышат костным лоскутом, на котором лежали мозговые оболочки (последние достаточно хорошо могут быть сохранены на костном лоскуте только у крысят и мышат). Закрыть дефект мозга мозговыми оболочками удается далеко не во всех случаях. Между тем осуществление этой операции имеет большое значение для исхода опыта. Наилучший результат был получен при удалении участков мозга из-под мозговых оболочек через маленький разрез в них. Случаи гибели животных были связаны с сильным кровотечением и кровопотерями. Выжившие животные по внешнему виду и поведению ничем не отличались от контрольных, неоперированных.

У взрослых мышей в контроле, т. е. при нанесении простого дефекта (10 случаев), регенерации нервной ткани больших полушарий не происходит, хотя со временем края дефекта несколько сглаживаются. При такой же операции, сопровождаемой гомопластической подсадкой кусочка мозга под кожу головы в стороне от области дефекта мозга, что производилось для стимуляции регенерации мозга, восстановления нервной ткани также получить не удалось (10 случаев). Гомопластическая пересадка размельченной мозговой ткани в область дефекта также не дала положительного результата (10 случаев), хотя по краям и кое-где на дне раны было видно разрастание нервной ткани. В двух последних сериях опыта было видно, что на 60 день после операции и позднее в коре головного мозга происходит явление регуляции: характерные слои нервной ткани в больших полушариях мозга не обрываются у краев дефекта, а плавно опускаются к его дну, и края дефекта принимают вид нормальной мозговой ткани, хотя роста нервной ткани в области повреждения не происходит. У взрослых крыс регенерации не происходит ни при простом удалении куса мозга (15 случаев, см. 1а), ни при удалении и пересадке в дефект ткани больших полушарий, взятой от новорожденных крысят (9 случаев), хотя в последнем случае небольшие кусочки нервной ткани могут приживаться. У взрослых мышей и крыс полученные результаты опытов наблюдались при полном или частичном удалении серого вещества и независимо от наличия или отсутствия мозговых оболочек в области дефекта.

У крысят же в 9 случаях из 35 при определенных условиях опыта — очищении раны от крови и сохранении мозговых оболочек — происходила регенерация нервной ткани головного мозга. Макроскопически видно, что на месте большого прямоугольного дефекта в мозге имеется ткань, неотличимая от окружающей ткани мозга, только в задней части области дефекта,

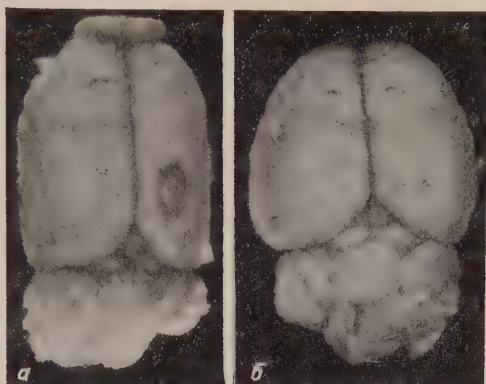


Рис. 1. Мозг крысы через 90 дней после операции: а — отсутствие регенерации у взрослой крысы; б — регенерация у 5-дневного крысенка

где он, как правило, бывает более глубоким и где трудно сохранить на костном лоскуте мозговые оболочки, имеется глубокое вдавление (рис. 16). Микроскопическое исследование показывает, что в этой части дефекта регенерации нет и что часто там вследствие сильного внутричерепного давления ниже лежащие части мозга выпячиваются наружу. Там же, где по внешнему виду мозг в области дефекта неотличим от окружающей ткани мозга, регенерирует нервная ткань. Новообразованная ткань ясно отграничивается от старой нервной ткани в местах разреза, где образуется мезоглия. Регенерировавшая ткань на срезах светлее старой ткани мозга, так как в ней находится меньше нервных и нейроглиальных клеток и нервных волокон и у нее

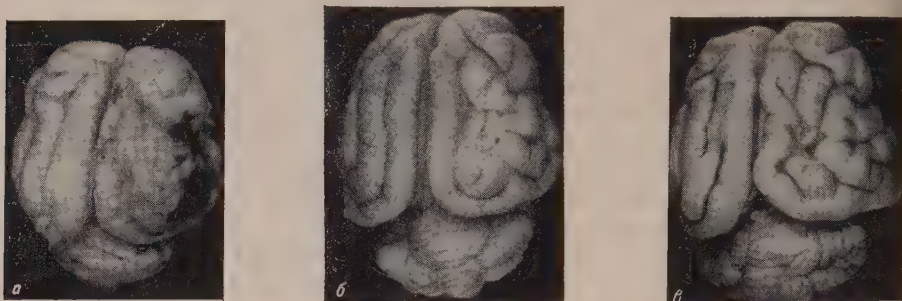


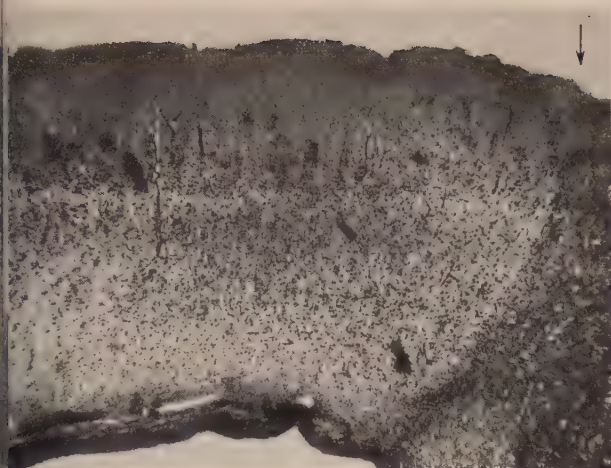
Рис. 3. Восстановление больших полушарий у котят после удаления 1-й, 2-й и 3-й дуговых извилин: *а* — через 1 день после операции; *б* — через 31 день после операции; регенерируют 1-я, 2-я и 3-я дуговые извилины; *в* — через 60 дней после операции; регенерируют 1-я, 2-я и 3-я дуговые извилины; 2-я дуговая извилина в двух местах поперечно повреждена швами, наложенными на твердую мозговую оболочку

бывает иное расположение слоев (рис. 2а). В этой ткани имеются настоящие пирамидные клетки (рис. 2б). У крыс и мышей поверхность больших полушарий ровная, без извилин. Отростки нервных клеток и нервных волокон серого вещества коры идут перпендикулярно к поверхности больших полушарий, а волокна белого вещества параллельно ей. Регенерация нервного вещества идет в сером веществе со дна, а не с боков дефекта, по ходу нервных волокон, перпендикулярно к поверхности мозга. Если серое вещество полностью удалено и дно дефекта покрыто только белым веществом или если удалена вся толща коры до желудочка, регенерации не происходит.

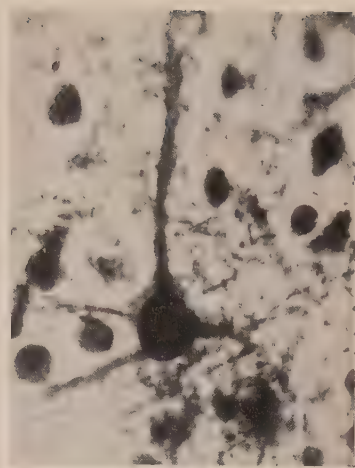
Из 43 операций на котятах в 27 случаях мы также наблюдали регенерацию нервной ткани извилин коры больших полушарий головного мозга. Размер и полнота регенерации зависели от сохранности мозговых оболочек и отсутствия кровяных сгустков в области дефекта. Дефекты размером 15—20 × 12—15 мм и 3—5 мм в глубину, захватывающие 3 дуговые извилины (краевую, супрасильвиеву и надсильвиеву) (рис. 3а), значительно почти в 1 1/2 раза уменьшаются через 4 дня после операции за счет стягивания краев дефекта. Через 15—21 день после операции видно, как со дна и от краев раны начинается регенерация нервной ткани извилин. Через 30—45 дней после операции дефект почти весь заполняется нервной тканью узких новообразованных извилин (рис. 3б). Через 60 и 90 дней после операции новообразованная ткань хорошо развита. Оперированное полушарие меньше неоперированного. Область дефекта заметна, особенно в тех местах, где были сгустки крови, на месте которых в дальнейшем возник рубец, или находились швы в мозговых оболочках (рис. 3в). После отделения от спаек с твердой мозговой оболочкой поверхность мозга в области дефекта бывает неровной. Гистологически регенерировавшая нервная ткань моложе нормальной и имеет типичное строение (рис. 4).

У щенят также наблюдалась регенерация нервной ткани мозга, и мы не могли найти дефекта в области операции, который был нанесен круглым





*a*



*б*

2. Поперечный разрез регенерировавшей нервной ткани большого полушария у крысенка через ней после операции. Импрегнация серебром по Кахалю: *a* — ок.  $4\times$ , об. 8; стрелками показана зона регенерации; *б* — ок.  $10\times$ , об. 40. Большая пирамидная клетка



Рис. 4. Поперечный разрез участка регенерировавшей нервной ткани большого полушария у котенка через 124 дня после операции. Окраска по Кахалю. Ок.  $4\times$ , об. — микроиллюминар 36 мм





паном диаметром 5 мм на 2—3 мм в глубину. У котят и щенят мозговая оболочка больших полушарий сложнее устроена, чем у мышей и крыс, имеет много извилин и борозд, и регенерация ее протекает иначе, чем у крысят. Регенерация нервной ткани больших полушарий происходит в чистой ране, где нет кровяных сгустков, и только при наличии в области дефекта мозговых оболочек, которые играют большую роль в питании и восстановлении нервной ткани. Из литературных данных (<sup>1</sup>, <sup>2</sup>) и наших собственных исследований мы знаем, что покровные кости черепа у щенят, котят, а также взрослых кроликов хорошо регенерируют, но только при наличии твердой мозговой оболочки. У тритонов и аксолотлей конечности и хвосты хорошо регенерируют при наличии на ампутационной раневой поверхности эпителия, но не регенерируют, если рана зашита кожей (<sup>3,10</sup>). Во всех этих случаях регенерация органов зависит от определенных взаимоотношений тканевых элементов в очаге новообразования, а также от их физиологического состояния. Обычно же при удалении участков головного мозга мозговые оболочки полностью удалялись (<sup>6</sup>, <sup>14</sup>). При этих условиях нервная ткань больших полушарий регенерировать не может даже у очень юных животных. Вопрос о роли мозговых оболочек в регенерации нервной ткани головного мозга у млекопитающих очень важен и требует дальнейшей экспериментальной разработки.

Всего мы наблюдали 38 случаев регенерации: у крысят — 9, у котят — 1, у щенят — 2. Несомненно, что процент регенерации может быть повышен, и, вероятно, доведен до 100% случаев, если при постановке опыта учесть указанные выше условия, значение которых мы не знали до опыта и установили лишь в ходе исследования.

Таким образом, мы убедились, что мозг млекопитающих подчиняется тем же законам регенерации, которые нам известны для регенерации других органов животных, — в частности, закономерности онтогенетического изменения регенерационной способности. Известно, что утраченную регенерационную способность конечностей у лягушек и ящериц можно направленно изменять и получать полную или частичную регенерацию органа (<sup>13</sup>). Это обстоятельство позволяет предположить, что можно разработать методы восстановления нервной ткани головного мозга у взрослых млекопитающих, у которых регенерации даже при наличии указанных выше условий опыта еще не удалось получить.

### В ы в о д ы

1. Нервная ткань больших полушарий головного мозга у взрослых млекопитающих не регенерирует, но регенерирует в раннем возрасте у котят, щенят и крысят.
2. Условиями регенерации нервной ткани больших полушарий у юных млекопитающих являются: сохранение части нервного вещества коры, наличие мозговых оболочек и отсутствие сгустков крови и рубцовой ткани в области раны.

Институт морфологии животных  
им. А. Н. Северцова Академии наук СССР

Поступило  
6 XII 1956

### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> А. Н. Брудастов, ДАН, **94**, № 1 (1954). <sup>2</sup> И. И. Греков, Избр. тр., 1952.  
<sup>3</sup> И. И. Ефимов, Журн. эксп. биол., 7 (1931). <sup>4</sup> М. И. Ефимов, ДАН, **89**, № 2 (1953). <sup>5</sup> А. Б. Коган, Т. В. Иванникова, Бюлл. эксп. биол. и мед., **36** (1955).  
<sup>6</sup> А. Н. Кудрин, Условные рефлексы у собак при удалении задней половины больших полушарий, СПб., 1910. <sup>7</sup> Л. Б. Левинсон, М. И. Лейкина, ДАН, **84**, № 1 (1952). <sup>8</sup> С. Г. Пасько, ДАН, **91**, № 5 (1953). <sup>9</sup> Л. В. Полежаев, Биол. журн., **19** (1933). <sup>10</sup> Л. В. Полежаев, Основы механики развития позвоночных, М.—Л., 1935. <sup>11</sup> Л. В. Полежаев, Тр. Инст. цитол. и гистол. и эмбриол., **2**, № 2 (1948).  
<sup>12</sup> Л. В. Полежаев, ДАН, **70**, № 6 (1950). <sup>13</sup> Л. В. Полежаев, Изв. АН СССР, биол., **1** (1956). <sup>14</sup> Н. К. Торопов, Условные рефлексы с глаза при удалении мозговых долей больших полушарий у собак, СПб., 1908.

Е. М. ЗЛОТНИКОВ

## ОБ ИЗМЕНЕНИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МОБИЛЬНОСТИ ХОЛОДОВЫХ РЕЦЕПТОРОВ КОЖИ У ДЕТЕЙ

(Представлено академиком Л. А. Орбели 25 X 1956)

Изучение роли холодового фактора в патогенезе многих заболеваний представляет большой интерес в клинической практике. Значительная работа по определению температурной чувствительности кожной поверхности здоровых людей была проведена рядом исследователей (<sup>1</sup>, <sup>9</sup>, <sup>11</sup>). Исследования К. И. Полисадовой (<sup>8</sup>) и О. Д. Колюцкой (<sup>5</sup>) показали порядок возникновения терморецепторов на пересаженных тканях.

Многие авторы, которые изучали влияние местного охлаждения на отдаленно расположенные органы, указывали на тесную связь кожного покрова со всем организмом (<sup>4</sup>, <sup>7</sup>, <sup>10</sup>) и др.). Однако в литературе мы не обнаружили указаний на состояние функциональной мобильности холодовой рецепции периферического нервного аппарата детей здоровых и больных. Мы решили проследить за состоянием холодовых периферических терморецепторов кожи у здоровых детей и больных хроническим тонзиллитом с наличием ревматизма в активной фазе—в спокойном состоянии и после местного воздействия холодным и тепловым раздражителями. Исследования проводились по способу заранее намеченных точек на трех участках кожного покрова: 1) правая подчелюстная область, 2) кожа живота, 3) тыльная поверхность правой кисти.

Изучение термоэкстероцептивного аппарата подчелюстной области представляет особый интерес, ибо, находясь в наибольшей близости от миндалин, она играет, по-видимому, важную роль в возникновении ангин при охлаждении. В качестве точечного холодового раздражителя нами применялся двустенный термоэстезиометр, долго сохраняющий необходимую температуру. С помощью трехугольного перфорированного трафарета на исследуемой области отмечалась 21 точка.

Местные раздражители наносились на область поясницы. Охлаждение производилось водой (10; 8; 5°), которой заполнялся резиновый пузырь диаметром 200 мм. Источником тепла служила электрическая лампочка 500 вт. Обследовались дети в возрасте от 12 до 15 лет. Среди них 10 человек здоровых и 5 — больных хроническим тонзиллитом с наличием ревматизма в активной фазе. Всего проведено 1773 исследования.

Наши наблюдения показали, что у здоровых детей имеется характерное распределение холодовых периферических рецепторов на исследуемых участках. Так, на закрытой поверхности тела холодовых точек больше, чем в подчелюстной области, а на тыльной поверхности кисти не редки случаи, когда среди 21 обозначенной точки не было функционирующих холодовых окончаний.

В ответ на воздействие местного температурного раздражителя, организм здорового ребенка реагирует правильной рефлекторной реакцией. Тепловой агент вызывает демобилизацию холодовых точек, а охлаждение способствует мобилизации их на определенный отрезок времени. Мобильность холодовых рецепторных окончаний у больных детей существенно отлича-



тся от их мобильности у здоровых. У больных наибольшее количество функционирующих холодовых элементов кожи оказывается в подчелюстной области, а на коже живота и тыльной поверхности кисти их меньше. Кроме того, при действии местного температурного раздражителя (в основном холода) имеет место неправильная рефлекторная реакция, выражающаяся в нарушении мобильности холодовых точек. Это положение наглядно иллюстрируется кривыми, характеризующими состояние холодовой терморепреции кожи подчелюстной области у здорового ребенка Р., 14 лет (рис. 1, 1) и больного — Г., 15 лет (история болезни № 5000) (рис. 1, 2).

Определение исходного фона проводилось с интервалом в 10 мин., а динамика ответной реакции организма на холодовый раздражитель (5°) исследовалась через каждые 6 мин.

Из рис. 1 видно, что исходный фон здорового (1) имеет выраженную стабильность холодовых точек. На воздействие раздражителя организм отвечает мобилизацией терморепрепторного аппарата. Быстро возмужнув в ответ на адекватный раздражитель, реакция идет на убыль и уже на минуте достигает исходного фона. У больного (2) число функционирующих холодовых точек в два раза больше, чем у здорового.

Констатируется продолжительная парадоксальная реакция холодового рецепторного аппарата кожи. Кривая свидетельствует о волнообразности реакции. Функциональная мобильность холодовой рецепции возвращается к исходному положению только на 42 минуте исследования.

Из приведенных примеров видно, что кожный анализатор претерпевает определенные изменения у больных хроническим тонзиллитом с наличием ревматизма в активной фазе. Очевидно это происходит за счет аллергизации организма.

Наши исследования показали также, что лица, часто болеющие в продолжительное время года обострением хронического тонзиллита и ревматизма, имеют значительно повышенную функциональную холодовую мобильность. Таким образом, изучение функционального состояния температурного анализатора имеет определенное значение в понимании патогенеза распространенных заболеваний.

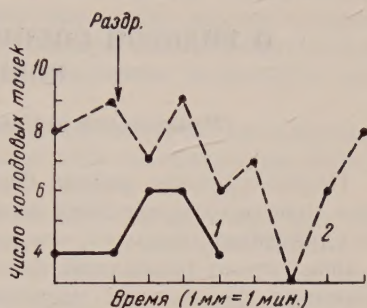


Рис. 1

Государственный научно-исследовательский институт уха, горла и носа

Поступило  
23 X 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> З. П. Беликова, Динамика холодовой рецепции кожи и слизистой оболочки полости рта, Кандидатская диссертация, М., 1953.
- <sup>2</sup> В. И. Воячек, Ангины и их лечение. Программа публичной лекции, 1954, стр. 12.
- <sup>3</sup> Л. С. Гиршберг, Сов. врач. журн., 22, 1690 (1936).
- <sup>4</sup> Р. А. Засосов, В. Ф. Ундриц, Вестн. Сов. ото-рино-ларингол., 4, 386 (1932).
- <sup>5</sup> О. Д. Колюцкая, Функциональная мобильность тепловых рецепторов при кожной пластике, Кандидатская диссертация, 1953.
- <sup>6</sup> Н. А. Карпов, О механизме тонзиллогенных процессов, 1945.
- <sup>7</sup> М. Е. Маршак, Н. К. Вешешагин, х. биол. наук, 39, в. 3, 563 (1935).
- <sup>8</sup> К. И. Полисадова, 17 съезд Российских хирургов, 1925, стр. 332.
- <sup>9</sup> А. Т. Пшоник, Физиол. журн. СССР, 26, в. 1, 30 (1939).
- <sup>10</sup> В. Г. Рабинович, Арх. Сов. ото-рино-ларингол., 4, 256 (1937).
- <sup>11</sup> П. Г. Снякин, Д. Колюцкая, Физиол. журн. СССР, 38, № 1, 60 (1952).
- <sup>12</sup> H. Strauss, Rheuma und Erkältung, 1928.



А. М. УГОЛЕВ

## О ВИДОВОЙ СПЕЦИФИЧНОСТИ АМИЛАЗЫ КРОВИ КОШЕК И КРОЛИКОВ

(Представлено академиком А. Д. Сперанским 27 XI 1956)

Поджелудочная железа бесспорно является органом, осуществляющим едва ли не основную работу по химическому расщеплению пищевых веществ. Не удивительно поэтому, что вопросы, связанные с приспособлением рапсгсга к качественно различной пище, и в настоящее время остаются в центре внимания физиологии пищеварения.

Вальтер (1896) в лаборатории И. П. Павлова показал, что при углеводной пище избирательно возрастает активность амилазы по сравнению с другими ферментами, а при белковой — протеазы <sup>(1)</sup>. Вопрос о приспособлении решался, таким образом, в этой работе положительно.

Однако эти результаты по ряду причин были подвергнуты сомнению, а за последние 30 лет появилось несколько работ, где уже фактически не подтверждалось приспособление поджелудочной железы к особенностям диеты <sup>(2, 5, 6)</sup>.

В настоящее время широкое признание получило представление о том, что приспособление желез пищеварительного канала к качеству пищи уменьшается в абсорбальном направлении: у слюнных желез оно выражено в наибольшей степени, а у поджелудочной — в наименьшей степени <sup>(2)</sup>. В то же время накопилось немалое количество работ, которые подтверждали правильность первоначальной точки зрения И. П. Павлова о широких адаптивных возможностях поджелудочной железы.

При замене в пищевом рационе полисахаридов эквивалентным количеством глюкозы содержание амилазы значительно уменьшается, что совпадает с уменьшением работы поджелудочной железы по расщеплению полисахаридов. То же наблюдается при переходе с углеводной диеты на жировую. С увеличением доли полисахаридов в пищевом рационе содержание амилазы заметно возрастает. С другой стороны, при переводе крыс на белковую диету можно констатировать повышение протеолитических свойств экстрактов поджелудочной железы <sup>(7-9, 12)</sup>. Наконец, еще в 1889 г. Вайнланд <sup>(10, 11)</sup> показал, что поджелудочная железа может не только продуцировать разное количество «привычных» ферментов в зависимости от качества пищи, но даже продуцировать адаптивные ферменты. Так, при добавлении в пищу лактозы поджелудочная железа начинает образовывать лактазу ( $\beta$ -галактозидазу), которая в обычных условиях отсутствует.

Важно отметить два обстоятельства: 1) отрицательные результаты чаще наблюдались при работе с собаками и кошками, а положительные — с крысами; 2) отрицательные результаты были получены главным образом при работе с поджелудочным соком, а положительные — при изучении ферментных свойств экстрактов поджелудочной железы и крови (см. обзоры <sup>(2, 8)</sup>).

Таким образом выбор методических приемов в данном случае имеет весьма существенное значение.

В настоящей работе изучалась специальная форма приспособления поджелудочной железы к качеству пищи.



Ранее (3) нами было показано, что в процессе приспособления желудочных желез к качеству пищи, помимо чисто количественных изменений в составе сока, имеют место качественные сдвиги, выражающиеся в том, что меняется специфическая активность желудочного сока по отношению к различным белкам. Так, сок, выделяющийся после еды мяса, более интенсивно расщепляет белки животного происхождения по сравнению с растительными, а сок, полученный у того же животного на хлеб, напротив, более активен по растительным белкам, чем по животным.

В связи с этим возникает вопрос, является ли такая тонкая форма приспособления к пище растительного и животного происхождения исключительно свойством желудочных желез или она присуща также другим пищеварительным железам; относится ли это приспособление лишь к белкам или можно приспособление к другим пищевым веществам животного или растительного происхождения.

Ниже рассматривается соотношение активности панкреатической амилазы разных животных по ее способности расщеплять полисахариды животного (гликоген) или растительного (крахмал) происхождения.

Активность по гликогену, субстрату животного происхождения, мы будем называть — зоолитической, а по крахмалу — фитолитической.

В качестве показателя ферментообразовательной функции поджелудочной железы была выбрана амилаза крови, которая, так же как липаза и псинноген крови, по своему происхождению является панкреатической. Определение амилазы, трипсиногена и липазы в крови имеет известное преимущество перед определением этих же ферментов в поджелудочном железе в тех случаях, когда необходимо получить общую характеристику секреторной функции поджелудочной железы и отвлечься от частиц секреторного процесса.

Мы определяли фито- и зоолитические свойства амилазы крови у кошек, находившихся в течение 1—2 мес. на смешанной диете, и кроликов — на растительной. Определение амилазы производилось по методу Энгельгардта и Эрчука (4) — по образованию редуцирующих сахаров при расщеплении 1%-х растворов крахмала и гликогена в одинаковых условиях (инкубация 1 час при температуре 38°; pH среды 6,5).

Таблица 1

Фито- и зоолитическая активность амилазы крови кошек и кроликов

№ животного	Активность		№ животного	Активность	
	по крахмалу	по гликогену		по крахмалу	по гликогену
Кошки			9	79,8	88,4
2	96,7	94,1	10	80,9	87,8
	96,8	93,4		78,3	74,5
1	93,2	72,5		75,6	77,2
3	84,0	69,9	Кролики		
2	83,0	90,7			
	83,4	90,4	1	12,8	6,2
6	90,8	79,0			
6	72,9	79,3	2	7,9	2,9
	70,4	74,9	3	28,6	9,6
6	76,3	63,2	4	16,9	12,5
7	53,6	45,7	5	17,3	18,1
	50,9	50,6	6	23,3	12,1
8	73,7	88,9	7	12,8	10,1
	79,6	77,7			

Как видно из табл. 1, активность амилазы крови, определяемая только по крахмалу, у кошек значительно выше, чем у кроликов (96—50 мг у пер-  
к, 28,6—7,9 у вторых). Такое соотношение может показаться неожидан-



ным, если иметь в виду, что у кроликов крахмал занимает большее место в пищевом рационе, чем у кошек. Однако кроме количественных различий в уровне амилазы имеются и достаточно ярко выраженные качественные. Так, у кошек активности амилазы, определенные по крахмалу и по гликогену, приблизительно равны между собой.

Однако приблизительное равенство зоолитических и фитолитических свойств амилазы крови характерно только для кошек: в крови кроликов фитолитические свойства достаточно резко преобладают над зоолитическими (за исключением кролика № 5, у которого обе активности примерно одинаковы).

Таким образом, панкреатическая амилаза кошек приблизительно одинаково расщепляет крахмал и гликоген, тогда как у кроликов крахмал расщепляется значительно лучше, чем гликоген. Вместе с тем, у животных одного вида спектр специфической активности амилазы варьирует в широких пределах. Так, у одних кошек эти активности равны, у других заметно преобладает фитолитическая активность (кошка № 1), у третьих зоолитическая активность (кошка № 2).

Полученная нами картина активности амилазы у кошек и кроликов хорошо коррелирует с характером их питания. Это позволяет предполагать, что возможны видовые адаптации ферментообразующих систем поджелудочной железы к характеру питания. Наличие индивидуальных изменений амилалитических свойств дает основание полагать, что те системы, которые осуществляют синтез амилазы в поджелудочной железе, достаточно тонко и адекватно приспособлены к особенностям пищи.

Институт нормальной и патологической  
физиологии  
Академии медицинских наук СССР

Поступило  
24 XI 1956

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> И. П. Павлов, Лекции о работе главных пищеварительных желез, 1944.  
<sup>2</sup> И. П. Разенков, Качество питания и функции организма, 1946. <sup>3</sup> А. М. Уголев, ДАН, 113, № 1 (1957). <sup>4</sup> В. А. Энгельгардт, Г. Герчук, Журн. эксп. биол. и мед., 1, 8 (1925). <sup>5</sup> G. Agren, H. Lagerlöf, Acta Med. Scand., 90, 1 (1936). <sup>6</sup> S. G. Vatter, Am. J. Digest. Dis. Nutr., 2, 108 (1935). <sup>7</sup> M. I. Grossman, H. Greenberg, A. C. Ivy, Am. J. Physiol., 138, 676 (1942—1943). <sup>8</sup> W. E. Knox, V. H. Akerbach, E. C. Lin, Physiol. Rev., 36, 2 (1956). <sup>9</sup> J. Tuba, G. S. Wisberg, Can. J. Med. Sci., 31, 377 (1953). <sup>10</sup> E. Weinland, Zs. Biol., 38, 607 (1899). <sup>11</sup> E. Weinland, Zs. Biol., 40, 386 (1900). <sup>12</sup> G. S. Wiberg, J. Tuba, Can. J. Biochem. and Physiol., 33, 46 (1956).